

تمرین سری پنجم : درس مکانیک کوانتومی

دانشکده فیزیک – دانشگاه صنعتی شریف

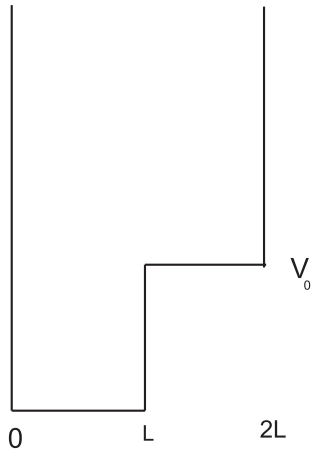
موعد تحویل : ۲۹ اردیبهشت ماه ۱۳۸۶

۱ – عناصر ماتریسی زیر را حساب کنید:

$$\begin{aligned} & \langle x|X + P|x' \rangle \\ & \langle x|XP|x' \rangle \\ & \langle p|X + P|p' \rangle \\ & \langle x|X^2P^2|x' \rangle \\ & \langle p|X + P|p' \rangle. \end{aligned} \quad (1)$$

۲ – ذره ای به جرم m در چاه پتانسیلی به عمق V_0 و پهنای $2a$ قرار دارد. می دانیم که تعداد حالت های مقید و انرژی آنها بستگی به پارامتر بدون بعد $\lambda := \sqrt{\frac{2mV_0a^2}{\hbar^2}}$ دارد. با حل عددی (با استفاده از یک برنامه کامپیوتری) تعداد حالت های مقید را به عنوان تابعی از λ پیدا کنید. محدوده λ را از 1 تا 100 بگیرید. نموداری رسم کنید که در آن تعداد حالت های مقید برحسب پارامتر λ رسم شده باشد.

۳ – ذره ای به جرم m در چاه پتانسیل بی نهایت عمیقی که در شکل ۱ نشان داده شده است قرار دارد. ترازهای انرژی و هم چنین ویژه حالت های انرژی درون چاه را پیدا کنید. تعیین کنید که چه تعداد تراز با انرژی کمتر از V_0 وجود دارد. برای $E \gg V_0$ انتظار دارید که جواب های شما به چه جواب هایی میل کنند. وقتی که الکترون در حالت پایه است، احتمال پیدا کردن آن در فاصله $(L, 2L)$ چقدر است؟



شکل ۱: چاه پتانسیل مربوط به مسئله ۳.

۳- در لحظه صفر حالت یک ذره به صورت زیر داده شده است:

$$|\psi(0)\rangle = A \int dp e^{-\frac{(p-p_0)^2}{2\sigma_p^2}} |p\rangle. \quad (2)$$

الف: ثابت A را چنان پیدا کنید که این حالت بهنجار باشد یعنی $\langle\psi(0)|\psi(0)\rangle = 1$.

ب: مقدار متوسط P را در این حالت حساب کنید. پارامتر p_0 را تعبیر کنید.

ج: مقدار عدم قطعیت تکانه یعنی $\sqrt{\langle P^2 \rangle - \langle P \rangle^2}$ را حساب کنید.

د: مقدار متوسط X و هم چنین عدم قطعیت $\sqrt{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}$ را در این حالت حساب کنید. مقدار $\Delta X \Delta P$ چقدر است؟

ه: توابع موج $\psi(x, 0)$ و $\tilde{\psi}(p, 0)$ را حساب کنید و شکل آنها را رسم کنید.

و: توابع موج $\psi(x, t)$ و $\tilde{\psi}(p, t)$ را حساب کنید و شکل آنها را رسم کنید.

۵- در یک چاه پتانسیل بی نهایت عمیق به پهنای $2a$ ذره ای به جرم m در پایین ترین حالت انرژی قرار دارد. در یک لحظه دیواره های این چاه کنار می روند و پهنای چاه دوبرابر می شود. اگر بلافاصله انرژی ذره را اندازه بگیریم،

الف: چه مقادیری بدست می آوریم و با چه احتمالی؟

ب: مقدار متوسط انرژی که بدست می آوریم چقدر خواهد بود؟

۶ – چگالی حالت ها را برای یک چاه پتانسیل مربعی دو بعدی بی نهایت عمیق که ابعاد آن L_1 و l_2 هستند پیدا کنید. همین کار را برای یک چاه سه بعدی با ابعاد L_1 ، L_2 و L_3 انجام دهید.