پذیرفتاری پارامغناطیس

تعیین گشتاور مغناطیسی مؤثر یون منگنز (Mn^{++})

هدف آزمایش

اندازه‌گیری پذیرفتاری مغناطیسی محلول محتوی یونهای مغناطیسی، تعیین گشتاور مغناطیسی مؤثر آنها و مطالعه میزان مغناطیس شدن مایع در اثر ازدیاد غلظت یونهای پارامغناطیسی

وسایل آزمایش

۱- آهنربای الکتریکی با قطبهای مخروطی به سطح مقطع $0.5\ cm^2$ و فاصله هوایی $7\ mm$

۲- منبع تغذیه ولتاژ مستقیم به ولتاژ ماکزیمم ۷۰ ولت و جریان ماکزیمم ۵ آمپر

۳- میکروسکوپ اندازه‌گیری که بخشی از دستگاه است.

۴- آمپرمتر

۵- ترازوی معمولی

۶- نمک پارامغناطیس (کلرور منگنز به فرمول $Cl_2Mn, 4H_2O$) و آب مقطر به میزان لازم

۷- لوله شیشه‌ای U شکل و دو عدد استوانه مدرج

۸- چراغ رومیزی

تئوری آزمایش

هر مولکول یک گشتاور مغناطیسی m_i دارد که عبارت است از گشتاورهای مغناطیسی اسپینی و مداری الکترونهای مختلف مولکول. پدیده پارامغناطیس نتیجه این امر است که این گشتاورهای مولکولی تمایل دارند خود را با جهت میدان مغناطیسی اعمال شده همسو کنند.

گشتاور دو قطبی مغناطیسی در واحد حجم را مغناطش (M) گویند که در یک ماده همسانگرد و خطی با میدان مغناطیسی خارجی (H) با رابطه زیر مربوط می‌شود:

$$M = \chi H \qquad (۱)$$

کمیت χ را پذیرفتاری مغناطیسی ماده گویند که یک کمیت بدون بعد است (در هر دو دستگاه cgs و SI بدون بعد است) که برای مواد پارامغناطیس مثبت و برای مواد دیامغناطیس منفی خواهد بود.

نکته ۱: در کتابهای راهنما χ را مستقیماً درج نمی‌کنند بلکه به صورت پذیرفتاری جرمی یا مولی تعریف می‌کنند:

$$\chi = \chi_{mass} d$$

$$\chi = \chi_{mole} \frac{d}{A}$$

که d چگالی جرمی ماده و A وزن مولکولی است.

نکته ۲: عملاً در تمام منابع پذیرفتاری مغناطیسی برحسب یکاهای گاوسی داده می شوند اما پذیرفتاری در این دو دستگاه با رابطه زیر به هم مربوط می‌شود:

$$\chi = 4\pi\chi' \qquad , \qquad \chi_{mass} = 4\pi \times 10^{-3} \chi'_{mass}$$

که علامت پریم مربوط به کمیت در دستگاه گاوسی است.

در مایع محتوی یونهای پارامغناطیس هر یون معادل یک دو قطبی مغناطیسی (m) است و اینها وقتی در میدان خارجی قرار بگیرند تلاش می‌کنند خود را با میدان هم جهت کنند . انرژی پتانسیل (U) یک دو قطبی در میدان خارجی B برابر است با:

$$U = -\vec{m}.\vec{B} \qquad (۲)$$

برآیند کل گشتاور مغناطیسی در امتداد میدان برابر است با:

$$M_z = Nm < \cos\theta > \qquad (۳)$$

N تعداد یونهای مغناطیسی موجود در واحد حجم و $< \cos\theta >$ متوسط $\cos\theta$ در توزیع حاکم به هنگام تعادل حرارتی است. طبق قانون توزیع بولتزمن احتمال نسبی وجود یک یون در عنصر زاویه فضایی $d\Omega$ متناسب است با $\exp(-U/kT)$ در نتیجه:

$$< \cos\theta >= \frac{\int e^{-\beta U} \cos\theta d\Omega}{\int e^{-\beta U} d\Omega}$$

$$< \cos\theta >= \frac{\int_0^{2\pi} 2\pi \sin\theta \cos\theta e^{-\beta mB\cos\theta} d\theta}{\int_0^{2\pi} 2\pi \sin\theta e^{-\beta mB\cos\theta} d\theta}$$

با تغییر متغیر به صورت $mB/kT = X$ ، $\cos\theta = S$:

$$< \cos\theta >= \frac{\int e^{-SX} S dS}{\int e^{-SX} dS} = \frac{d}{dX} \ln \int_{-1}^{1} e^{SX} dS = \frac{d}{dX} \ln(e^X - e^{-X}) - \frac{d}{dX} \ln X$$

$$< \cos\theta >= \coth X - \frac{1}{X} \equiv L(X) \qquad (۴)$$

$L(X)$ را تابع لانژون می‌گویند.

در یک میدان مغناطیسی قوی و دمای کم خواهیم داشت: mB>>kT ، سیستم کاملاً اشباع می شود بدین معنی که تمام دو قطبی‌ها با میدان مغناطیسی هم جهت می‌شوند.

نکته ۳: در درجه حرارت‌های معمولی (دمای حدود ۳۷۳ کلوین) و میدان مغناطیسی ۰/۱ تسلا، با توجه به اینکه گشتاور مغناطیسی m یک الکترون حدود 10^{-23} است. در نتیجه:

$$X = mB/kT = 10^{-23} \times 0.1/(1.38 \times 10^{-23} \times 373) \approx 10^{-24}/(500 \times 10^{-23}) \approx \frac{1}{5000} << 1$$

در نتیجه می‌شود $\coth X$ را بسط داد:

$$\coth X \approx \frac{1}{X} + \frac{X}{3} + ... \qquad (۵)$$

با توجه به رابطه ۴ و ۵:

$$L(X) = < \cos\theta > \approx \frac{X}{3} \qquad (۶)$$

و از روی رابطه ۳ و ۶ می‌شود M را حساب کرد.

$$M_z = Nm < \cos\theta >= Nm\frac{X}{3} = \frac{Nm^2 B}{3kT} \qquad (۷)$$

در نتیجه می‌توان پذیرفتاری مغناطیسی را محاسبه نمود.

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{\frac{Nm^2 B}{3kT}}{\frac{B}{\mu_0}} = \frac{Nm^2 \mu_0}{3kT} \equiv \frac{C}{T} = \frac{Nm}{H} \qquad (۸)$$

C را ثابت کوری می‌نامند.

محاسبه $(\overline{m})m_{eff}$ یون منگنز Mn^{++} به طریق کوانتوم مکانیکی:

با استفاده از مفاهیم مکانیک کوانتومی می‌توان گشتاور مغناطیسی یک اتم یا یون را در فضای تهی از روی رابطه زیر به دست آورد:

$$\vec{m} = \gamma\vec{J} = -\frac{g\mu_B}{\hbar}\vec{J}$$

که γ را نسبت ژیرومغناطیسی گویند و g ضریب شکافتگی طیف نمایی است که توسط رابطه $\gamma\hbar \equiv -g\mu_B$ به γ مربوط می‌شود. $\vec{J}$ اندازه حرکت زاویه‌ای کل است که مجموع اندازه حرکت های مداری و اسپینی است. $\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$

g برای یک اتم آزاد توسط معادله لانده محاسبه می‌شود:

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

μ_B مگنتون بور است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}(SI) \quad , \qquad \left[\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}(cgs)\right]$$

حال برای محاسبه m به رابطه‌های زیر توجه کنید:

$$\vec{m} = -\frac{g\mu_B}{\hbar}\vec{J}$$

$$J \mid jlm >= ?$$

$$J^2 \mid jlm > \hbar^2 j(j+1) \mid jlm >$$

بنابراین:

$$\overline{\vec{m}} = \frac{g\mu_B}{\hbar}\overline{\vec{J}} = \frac{g\mu_B}{\hbar}\sqrt{\hbar^2 j(j+1)} = g\mu_B\sqrt{j(j+1)}$$

حال به سراغ یون منگنز می‌رویم. تراز آخر یون منگنز $3d^5$ است و ۵ الکترون در لایه d خود دارد . گشتاور زاویه‌ای این ۵ الکترون بین ۲- و ۲ است و جمع گشتاورهای زاویه‌ای صفر می‌شود: $m_1 = \sum 2+1+0+(-1)+(-2) = 0$ اما چون اسپین آنها هم جهت است، با هم جمع می شود $s = 5 \times 0.5 = 5/2$ در نتیجه:

$$j = l + s = s = \frac{5}{2}$$

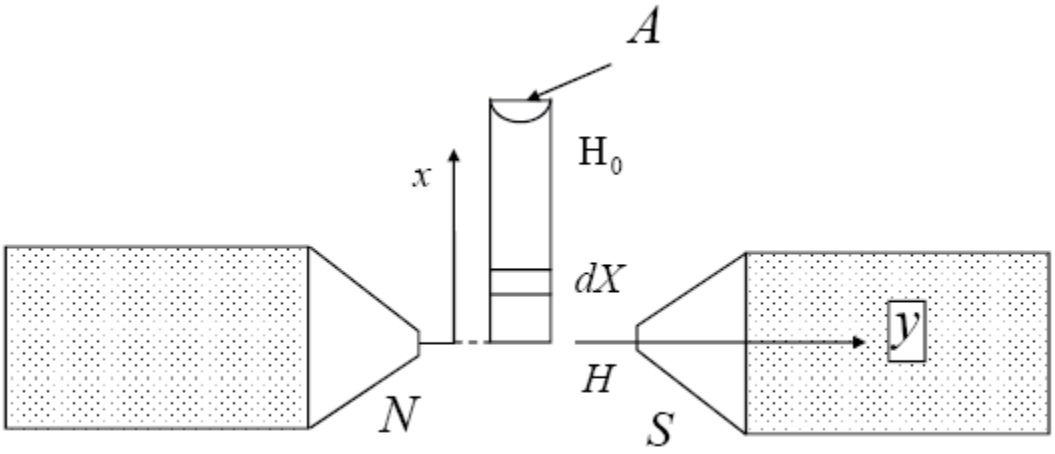
g برای منگنز حدود ۲ است و در نتیجه گشتارو مغناطیسی آن به دست می‌آید:

$$\overline{\vec{m}} = 2\sqrt{\frac{5}{2}\left(\frac{5}{2}+1\right)}\mu_B = 5.92\mu B$$

محاسبه گشتاور مغناطیسی $(\overline{m})m_{eff}$، یون منگنز به طور تجربی:

برای اینکه بتوانیم پذیرفتاری و به تبع آن گشتاور مغناطیسی یک ماده مغناطیسی را محاسبه کنیم باید بتوانیم نیروی وارد به ماده را هنگامی که در یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت قرار می گیرد محاسبه کنیم.

محلولی حاوی یونهای پارامغناطیسی منگنز را در یک لوله U شکل می‌ریزیم و مطابق شکل آنرا در میدان مغناطیسی غیریکنواخت قرار می‌دهیم.



انرژی ذخیره شده در واحد حجم در میدان مغناطیسی B توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\frac{1}{2}H.B=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}=\frac{1}{2}\mu H^2 \qquad (۹)$$

که $\mu=\mu_0(1+\chi)$ ضریب تراوایی مغناطیسی ماده است.

به خاطر میدان مغناطیسی، انرژی یون‌ها تغییر می‌کند (چرا که یون‌ها سعی می‌کنند خود را با میدان هم جهت کنند) و این باعث می‌شود انرژی پتانسیل سیستم افزایش پیدا کند. هم جهت شدن یونها باعث می‌شود که به هم‌دیگر نیرو وارد کنند و یک‌دیگر را دفع کنند . متعاقباً ارتفاع محلول جابجا می‌شود. به همان میزان ارتفاع هوای طرف دیگر لوله U شکل نیز تغییر می‌کند. تغییر انرژی پتانسیل را می‌توان توسط رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\delta U=V\left(\frac{1}{2}\mu H^2-\frac{1}{2}\mu_{air}H^2\right) \qquad (۱۰)$$

که V حجم جابجا شده است و برابر است با Adx در نتیجه می‌توان نیرویی را که باعث این تغییر ارتفاع شده است محاسبه کرد:

$$F_x=\frac{dU}{dx}=\frac{1}{2}AH^2\mu_0(\chi-\chi_{air})=\frac{1}{2}A\frac{B^2}{\mu_0}(\chi-\chi_{air}) \qquad (۱۱)$$

از طرف دیگر این نیرو باید از طریق گرانش (یا همان فشار هیدرواستاتیکی) به تعادل برسند یا به عبارتی همدیگر را خنثی کنند. نیروی هیدرواستاتیکی ناشی از فشار هیدرواستاتیکی (ρgh) برابر است با:

$$F=(\rho-\rho_{air})gdxA \qquad (۱۲)$$

با مساوی قرار دادن طرفین رابطه‌های ۱۱ و ۱۲ رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$(\chi - \chi_{air}) = \frac{(\rho - \rho_{air})gdx}{\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}} \qquad (۱۳)$$

با داشتن تغییر ارتفاع، چگالی محلول، میدان مغناطیسی و پذیرفتاری مغناطیسی هوا می توان پذیرفتاری یونهای منگنز (χ) را محاسبه کرد.

آزمایش:

1. ابتدا شیشه U شکل و استوانه‌های مدرج را با آب معمولی و سپس آب مقطر خوب بشویید و خشک کنید.
2. مقدار ۱۵ گرم کلرور منگنز ($Cl_2Mn, 4H_2O$) را داخل بشر ریخته و وزن کنید. سپس ۱۰ cc آب مقطر به استوانه مدرج حاوی نمک اضافه نمایید و استوانه را به آرامی تکانه دهید تا نمک به خوبی حل شود. محلولی که به این طریق بدست می‌آید محلول با غلظت وزنی ۶۰٪ شود.
3. وزن مخصوص محلول‌ها را اندازه بگیرید. (برای اینکار باید ظروف شیشه‌ای را شسته و خشک نمایید).

نکته: می‌دانید که وزن مخصوص، نسبت جرم ماده به جرم آب هم حجم آن است.

4. لوله U شکل را بین دو قطب مغناطیسی قرار دهید به قسمی که سطح محلول بین دو قطب آهنربا قرار گیرد.
5. پایه میکروسکوپ را بوسیله ترازی که بر روی آن نسب شده افقی کنید. میکروسکوپ را برای دیدن سطح آب درون لوله میزان کنید. برای مشاهده بهتر می‌توانید از لامپی که در پشت لوله قرار می‌دهید استفاده کنید. سطح مایع را با رتیکول میکروسکوپ (و یا به طور چشمی) در محل مشخصی تنظیم کنید و ارتفاع مربوط را بخوانید.
6. منبع جریان را به دستگاه وصل کنید و در یک قسمت مدار آمپرمتری قرار دهید تا جریانی را که به آهنربای الکتریکی وارد می شود نشان دهد . لوله U شکل در بین دو قطب و میکروسکوپ در مقابل لوله باید قرار بگیرد.
7. پس از اعمال جریان عبوری به آمپرمتر جریان بگذرانید. سطح مایع بالا می‌آید. میکروسکوپ را در امتداد پایه قایم مدرج بوسیله پیچی که بر بالای آن نصب شده است حرکت دهید تا سطح قوسی مایع دوباره به همان وضع سابق بر خط افقی میکروسکوپ مماس گردد. باز هم ارتفاع مربوطه را بخوانید. برای جریانهای مختلف ارتفاع را خوانده یادداشت کنید.
8. تمام کارهای مربوط به بندهای ۱ تا ۷ را برای محلولی با غلظت وزنی ۳۰٪ نیز تکرار کنید.
9. برای بدست آوردن محلول با غلظت وزنی ۳۰٪ به کل محلول ۶۰٪، cc ۲۵ آب مقطر اضافه کنید.

10. لوله U شکل را با آب معمولی و بعد با آب مقطر بشویید. پس از اینکه اطمینان حاصل گردید داخل شیشه از ناخالصی‌های مغناطیسی کاملاً پاک شده است . آنرا مجدداً از آب مقطر پر کنید و مراحل فوق را برای آب مقطر نیز تکرار کنید. به سمت حرکت آب نیز توجه کرده آنرا تعیین کنید.

خواسته‌های آزمایش

برای هر دو ترکیب (غلظتهای مختلف) با رسم منحنی تغییرات dx برحسب B^2، شیب منحنی را به دست آورید. با تعیین شیب منحنی و با استفاده از رابطه ۱۳ پذیر فتاری مغناطیسی مایعات فوق را محاسبه کنید. سپس با استفاده از پذیرفتاری مغناطیسی محلولها، ممان مغناطیسی مؤثر یون منگنز را به دست آورید.

توجه کنید که رابطه جریان و میدان مغناطیسی به صورت مقابل می باشد : B=4200I که در آن B برحسب گاوس و I برحسب آمپر می‌باشد

برخی مقادیر ثابت:

پذیرفتاری هوا	$\chi_{air} = 3.6 \times 10^{-7}$	
پذیرفتاری آب	$\chi_{water} = -0.91 \times 10^{-8}\, kgm^{-3}$	
تراوایی مغناطیسی	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$	TmA^{-1}
عدد آووگادرو	$N_A = 6.02 \times 10^{23}$	mol^{-1}
ثابت بولتزمن	$k_B = 1.38 \times 10^{-23}$	J / K
چگالی هوا	$\rho_{air} = 1.2$	kg / m^3

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

۱. بوسیله این آزمایش چگونه می‌توان نوع پذیرفتاری یک محلول را تعیین نمود؟
۲. آیا می‌توان پذیرش دیامغناطیسی آب را در نتیجه آزمایش منظور نکرد؟

$$(\chi - \chi_{air}) = \frac{(\rho - \rho_{air})gdx}{\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}} \qquad (۱۳)$$

با داشتن تغییر ارتفاع، چگالی محلول، میدان مغناطیسی و پذیرفتاری مغناطیسی هوا می توان پذیرفتاری یونهای منگنز (χ) را محاسبه کرد.

آزمایش:

1. ابتدا شیشه U شکل و استوانه‌های مدرج را با آب معمولی و سپس آب مقطر خوب بشویید و خشک کنید.
2. مقدار ۱۵ گرم کلرور منگنز ($Cl_2Mn, 4H_2O$) را داخل بشر ریخته و وزن کنید. سپس ۱۰ cc آب مقطر به استوانه مدرج حاوی نمک اضافه نمایید و استوانه را به آرامی تکانه دهید تا نمک به خوبی حل شود. محلولی که به این طریق بدست می‌آید محلول با غلظت وزنی ۶۰٪ شود.
3. وزن مخصوص محلول‌ها را اندازه بگیرید. (برای اینکار باید ظروف شیشه‌ای را شسته و خشک نمایید).

نکته: می‌دانید که وزن مخصوص، نسبت جرم ماده به جرم آب هم حجم آن است.

4. لوله U شکل را بین دو قطب مغناطیسی قرار دهید به قسمی که سطح محلول بین دو قطب آهنربا قرار گیرد.
5. پایه میکروسکوپ را بوسیله ترازی که بر روی آن نسب شده افقی کنید. میکروسکوپ را برای دیدن سطح آب درون لوله میزان کنید. برای مشاهده بهتر می‌توانید از لامپی که در پشت لوله قرار می‌دهید استفاده کنید. سطح مایع را با رتیکول میکروسکوپ (و یا به طور چشمی) در محل مشخصی تنظیم کنید و ارتفاع مربوط را بخوانید.
6. منبع جریان را به دستگاه وصل کنید و در یک قسمت مدار آمپرمتری قرار دهید تا جریانی را که به آهنربای الکتریکی وارد می شود نشان دهد . لوله U شکل در بین دو قطب و میکروسکوپ در مقابل لوله باید قرار بگیرد.
7. پس از اعمال جریان عبوری به آمپرمتر جریان بگذرانید. سطح مایع بالا می‌آید. میکروسکوپ را در امتداد پایه قایم مدرج بوسیله پیچی که بر بالای آن نصب شده است حرکت دهید تا سطح قوسی مایع دوباره به همان وضع سابق بر خط افقی میکروسکوپ مماس گردد. باز هم ارتفاع مربوطه را بخوانید. برای جریانهای مختلف ارتفاع را خوانده یادداشت کنید.
8. تمام کارهای مربوط به بندهای ۱ تا ۷ را برای محلولی با غلظت وزنی ۳۰٪ نیز تکرار کنید.
9. برای بدست آوردن محلول با غلظت وزنی ۳۰٪ به کل محلول ۶۰٪، cc ۲۵ آب مقطر اضافه کنید.