آزمایش اثر زیمن عادی

هدف آزمایش

مشاهده اثر زیمن عادی و تعیین ثابت $\frac{e}{m}$ با استفاده از شکافتگی خط قرمز $\lambda_0 = 643.8$ نانومتر طیف لامپ کادمیم در یک میدان مغناطیسی.

تئوری آزمایش

حالتهای کوانتومی را می‌توان با استفاده از سه اندیس n، l و m تعیین نمود، بطوری که m=-l,-l+۱,…,l و l<n می‌باشند. برای یک پتانسیل کولمبی، انرژی این حالات علیرغم اینکه بستگی به n و l دارد اما از mمستقل است از اینرو می‌توان گفت: ۲l+۱حالت انرژی با اعداد کوانتومی یکسان n و l، در عدد کوانتمی m دارای تبهگنی می‌باشند. از دیدگاه مکانیک کلاسیک تقارن کروی پتانسیل کولمبی را می‌توان عامل ایجاد تبهگنی دانست زیرا جهت‌های مختلف چرخش الکترون بدور هسته مقدار انرژی آنها را تغییر نمی‌دهد. حال فرض می‌کنیم که در ناحیه‌ای که در آن اتم قرار دارد میدان مغناطیسی B ایجاد شود. تحت این شرایط انتظار داریم که الکترونها و هسته تحت تأثیر این میدان قرار گیرند. در این مبحث ما تنها الکترونی را در نظر می‌گیریم که منفرد بوده و در خارج از لایهٔ پر شده قرار گرفته باشد برهمکنش میدان مغناطیسی با این الکترون برای هر حالت کوانتومی تغییر انرژی ΔE را سبب خواهد شد:

$$\Delta E = m\mu_0 B \qquad \mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc} = 0.579\times10^{-14}\, MeV/gauss$$

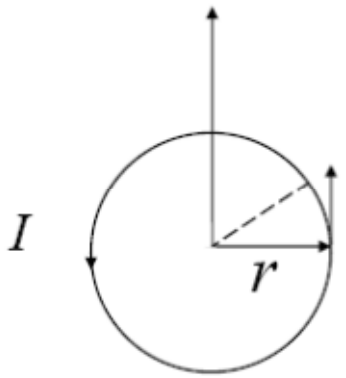
بنابراین انرژی هر کدام از این حالتها علاوه بر n و l به m نیز بستگی خواهد داشت و تبهگنی از بین خواهد رفت.

برای توضیح بیشتر این مطالب معادل کلاسیک آنرا در نظر می‌گیریم:

اندازهٔ جریان حاصل از چرخش الکترون حول مدار بسته بصورت زیر بدست می‌آید:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{e}{T} = \frac{e\omega}{2\pi} \qquad (۱)$$

در رابطهٔ بالا T پریود حرکت الکترون و ω فرکانس زاویه‌ای مدار است. هرگاه شعاع چرخش الکترون a



شکل (۱). ممان مغناطیسی ناشی از جریان یک سیم بسته

باشد آنگاه $v = a.\omega$ می‌گردد و ممان مغناطیسی حاصل از چرخش الکترون برابر $\mu = \frac{I}{c}.A$ می‌گردد که A سطح بستهٔ حلقهٔ دایروی و برابر $A = \pi a^2$ می‌باشد. لذا:

$$\mu = \frac{I}{c}.A = \frac{e\omega}{2\pi c}\pi a^2 = va.\frac{-e}{2c}$$

و چون اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون، $L = m_e.v.a$ می‌باشد در نتیجه می‌توان μ را بصورت زیر نوشت:

$$\vec{\mu} = \frac{-e}{2m_e c}.\vec{L} \qquad (۲)$$

طبق اصل بور اندازه حرکت الکترون دارای مقادیری منفصل است:

$$\vec{L} = l\hbar\hat{u}$$

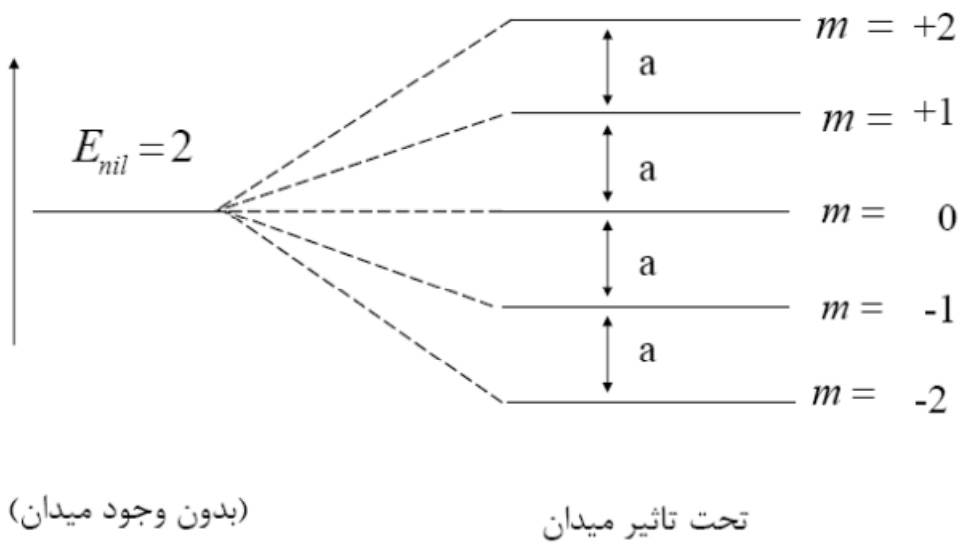
$\hat{u}$ برداریکه در امتداد $\vec{L}$ می‌باشد. از طرفی در یک میدان مغناطیسی همگن انرژی دو قطبی مغناطیسی از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$E = -\vec{\mu}.\vec{B} = \frac{e}{2m_e c}\vec{L}.\vec{B} \qquad (۳)$$

و چون سمت‌گیری $\vec{L}$ نسبت به $\vec{B}$ کوانتومی است لذا تنها مقادیر l، l-۱، ...، -l+۱، -l = m را اختیار خواهد نمود، از اینرو انرژی یک حالت کوانتومی خاص با اندیسهای n ، l و m را که در یک میدان مغناطیسی قرار ارد می‌توان با رابطهٔ زیر نشان داد:

$$E_{nlm} = E_{nl} + m\mu_0 B \qquad \mu_0 = \frac{e\hbar}{2m_e C} \qquad (۴)$$

شکل (۲) ترازهای انرژی مربوط به عددهای کوانتمی n و l=۲ را قبل و بعد از اعمال میدان مغناطیسی نشان می‌دهد.



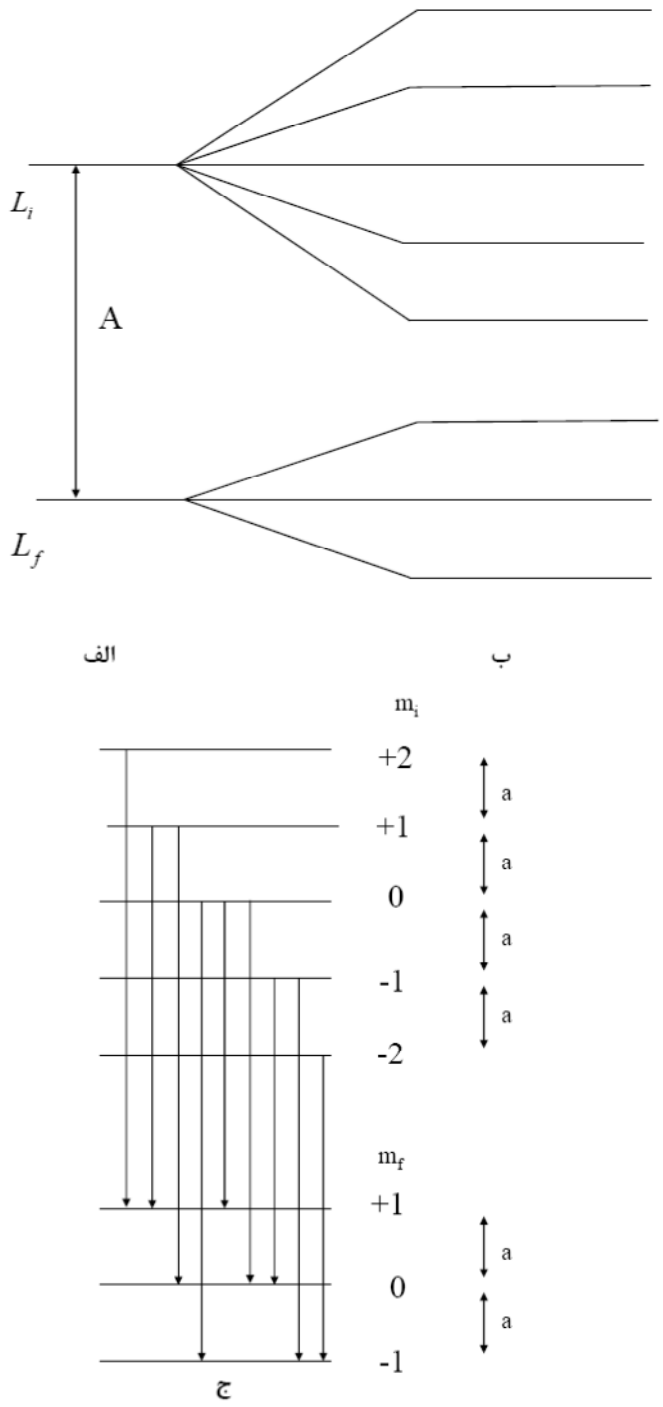
شکل (۲). شکافت ترازهای انرژی l=۲ که تحت تأثیر میدان مغناطیسی خارجی به پنج تراز با فواصل مساوی تبدیل می‌گردد.

همانطوری که از شکل ۲ مشهود است فواصل بین ترازها همگی یکسان و برابر $a= \mu.B$ می‌باشد. حال گذار از تراز n_i ، l_i، m_i به تراز n_f، l_f ، m_f را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که مثلاً $l_i=۲$ و $l_f=۱$ باشد. نمودار شکل ۳ ترازهای انرژی را بدون حضور میدان، (۳.الف) و تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی، (۳.ب) را نشان می‌دهد. با توجه به قضیه ویگنر – دکارت قواعدگذار چنین بدست می‌آیند.

$$\Delta l = \pm 1 \qquad (۵)$$

$$\Delta m = 0,\pm 1 \qquad (۶)$$

با توجه به این قواعد، روابط (۵) و (۶)، گذارهای مجاز در شکل (۳.ج) به نمایش درآمده است.



شکل (۳) شکافت ترازهای انرژی تحت تأثیر میدان مغناطیسی. (الف) ترازهای اولیه l_i=۲ و نهایی l_f=۱ بدون وجود میدان . (ب) شکافت ترازهای پس از اعمال میدان. گذارهای ممکن بین هشت زیر تراز اولیه و نهایی.

اگر فاصله شکاف انرژی حاصل در ترازهای اولیه برابر a و در ترازهای نهایی برابر b و اختلاف انـرژی در تراز بدون وجود میدان A باشد در اینصورت انـدازه انـرژی آزاد شـده در گـذار از $i \to f$ را مـی‌تـوان بصورت

$$E_i - E_f = A + m_i a - m_f b \qquad (۷)$$

بیان کرد. در جدول (۱) اختلاف انرژی ۹ گذار شکل (۳.ج) نشان داده شده است. علامت * مربوط بـه گذارهایی است که وقوع آنها امکانپذیر نمی‌باشد.

جدول ۱. گذارهای ممکن از l_i=۲ به l_f=۱ و انرژیهای مربوطه

m مربوط به تراز نهایی	m مربوط به تراز اولیه				
	+۲	+۱	۰	-۱	-۲
+۱	A+۲-b	A+a-b	A-b	*	*
۰	*	A+a	A	A-a	*
-۱	*	*	A+b	A-a+b	A-۲a+b

مادامی که میدان مغناطیسی B ثابت باشد شکافهای انرژی حاصل مساوی می‌مانند و همچنین رابطـه زیر برقرار می‌باشد.

$$a = b = \mu_0 B$$

از اینرو با توجه به معادلهٔ (۷) تنها سه اختلاف سطح در انرژی وجود خواهد داشت:

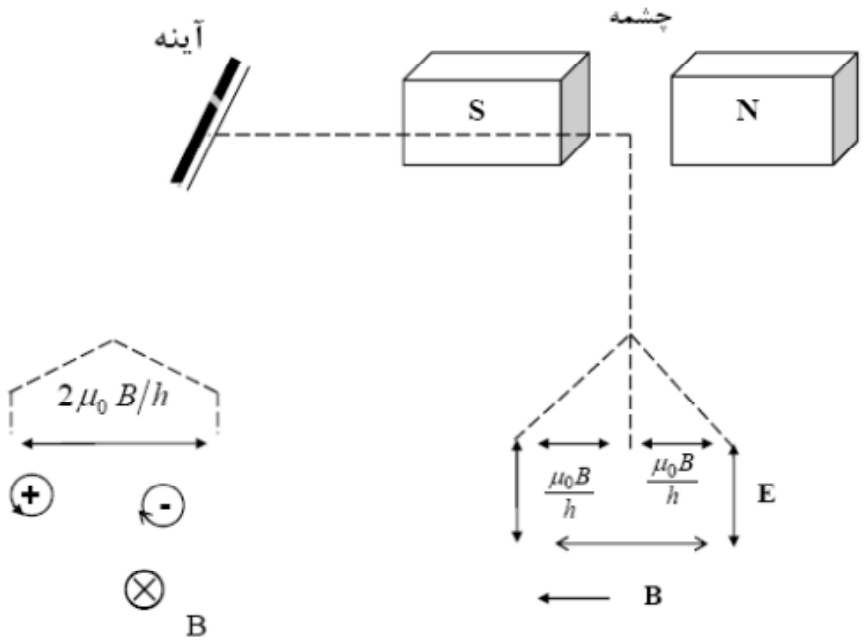
$$E_i - E_f = A + a(m_i - m_f) = A + a.\Delta m$$

اما بنابر رابطهٔ (6) Δm فقط می‌تواند یکی از مقادیر ۱+، ۰، ۱- را اختیار نماید لذا خـط منفـرد طیـف $v = \frac{A}{h}$ (v فرکانس تابش گسیل شده می باشد) به سه مؤلفه با اجزاء

$$v_- = \frac{A - \mu_0 B}{h} \quad ، \quad v_0 = \frac{A}{h} \quad ، \quad v_+ = \frac{A + \mu_0 B}{h} \qquad (۸)$$

تبدیل می‌شود.

مطابق شکل (۴) هنگامیکه درجهتی عمود بر خطوط میدان مغناطیسی طیفهای گسـیل شـده از یـک چشمهٔ واقع در میدان نگریسته شود مؤلفه مرکزی در جهت میـدان و دو مؤلفـه کنـاری عمـود بـر آن قطبیده خواهند شد در صورتیکه اگر در امتدا خطوط میـدان بـه آن نگـاه کنـیم دو مؤلفـه کنـاری بـا قطبشی دایروی بچشم خواهند خورد و مؤلفه مرکزی حذف خواهد گردید زیرا میـدانهای بـرداری E و B همواره عمود بر جهت انتشـار قـرار دارنـد. خـط طیـف $\Delta m = +1$ قطـبش دایـروی راسـت گـرد و $\Delta m = -1$ قطبش دایروی چپ‌گرد خواهند داشت. شکافت خط طیفی را به سـه مؤلفـه بـر اثـر تـأثیر میدان مغناطیسی، اصطلاحاً اثر زیمان عادی می‌گویند.



شکل (۴). قطبش و اجزاء مختلف طیفهای اثر زیمان عادی در جهات عمود و موازی خطوط میدان مغناطیسی B

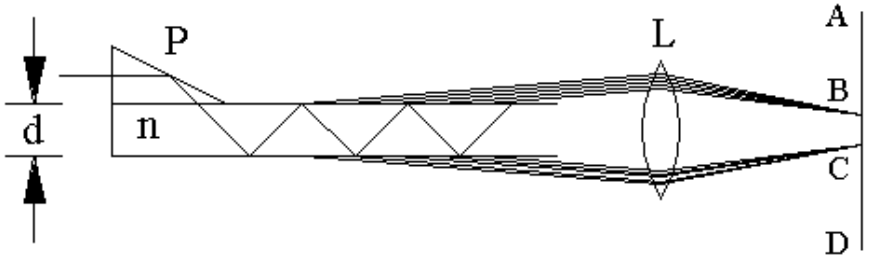
لازم به یادآوری است که روابط و فرمولهای به دست آمده در این قسمت در دستگاه C.G.S می‌باشد و برای تبدیل آنها به دستگاه M.K.S کافیست که سرعت نور، c، از مخرج حذف شود.

در این آزمایش خط قرمز طیف لامپ کادمیم با طول موج $\lambda_0 = 643.8nm$ تحت اثر میدان مغناطیسی در صورتی که عمود بر خطوط میدان نگریسته شود به سه مؤلفه تجزیه می‌گردد. این طیف مربوط به گذار یکی از الکترونهای لایهٔ پنجم کادمیم، از تراز ۲=l به تراز ۱=l می‌باشد. در هر دو تراز اسپین کل الکترون صفر می‌باشد و در نتیجه اندازه حرکت کلی الکترون بصورت اندازه حرکت زاویه‌ای خالص درخواهد آمد: تحت چنین شرایطی با در نظر گرفتن روابط (۸) اختلاف فرکانس دو طیف کناری را با طیف مرکزی می‌توان بدست آورد.

$$\Delta\nu = \frac{\Delta E}{h} = \pm\frac{\mu_0}{h}B \qquad (۹)$$

با در دست داشتن میدان مغناطیسی B و تعیین $\Delta\nu$ می‌توان ضریب $\frac{\mu_0}{h}$ و از آن ثابت $\frac{e}{m}$ را بدست آورد. برای تعیین $\Delta\nu$ نخست لازم است که $\Delta\lambda$ معین شود و سپس با داشتن اینکه $\Delta\nu = \frac{-c}{\lambda^2}\Delta\lambda$ می‌باشد می‌توان به سهولت $\Delta\nu$ را محاسبه نمود.

در عمل برای بدست آوردن اختلاف طول موج $\Delta\lambda$ از صفحهٔ لامر – گرکه که در شکل ۵ نمایش داده شده است استفاده می‌کنیم



شکل ۵: صفحه لامر-گرکه و نمایش انعکاس چندگانه بین سطوح آن.

صفحه لامر-گرکه یک صفحه تخت افقی از جنس شیشه یا کوارتز می باشد که در حدود ۱۰ cm تا ۲۰ طول، ۲ cm یا ۱ پهنا و چند mm ضخامت (d) دارد. یک منشور در یک سر آن قرار داده شده است (P در شکل ۵) طوریکه نور با زاویه ای نزدیک به زاویه بحرانی انعکاس کلی به صفحه فرود می آید. این منجر به مقداری عبور نور شکست یافته و بیشتر انعکاس در سطح شیشه و هوا می شود. چنین رفتاری برای نور انعکاس یافته در صفحه چندین بار تکرار می شود. بنابراین در هر انعکاس پرتو نور سطح را در یک زاویه تقریبا خراشان ترک می کند. این پرتوها موازی هستند و توسط عدسی روی پرده AD متمرکز می شوند. . این صفحه دارای ضریب تفکیک بسیار بالایی می‌باشد و بین دو خط تداخلی مجاور به فاصلهٔ Δs با تغییر طول موج $\Delta\lambda$ رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d}.\frac{(n^2-1)^{1/2}}{n^2-1} \qquad (۱۰)$$

در رابطه (۱۰) n ضریب شکست صفحهٔ لامر – گرکه و برابر ۱,۴۵۶V و d ضخامت صفحهٔ لامر – گرکه و برابر ۴,۰۴ mm می‌باشد.

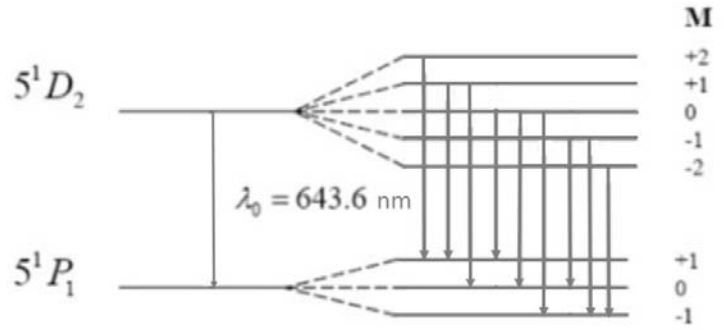
در رابطه ۱۰ با کاهش اختلاف دو طول موج $\Delta\lambda \to d\lambda$ فواصل بین خطوط طیفی نیز کاهش خواهد یافت $\Delta s \to ds$ لذا:

$$d\lambda = \frac{ds}{\Delta s}\Delta\lambda$$

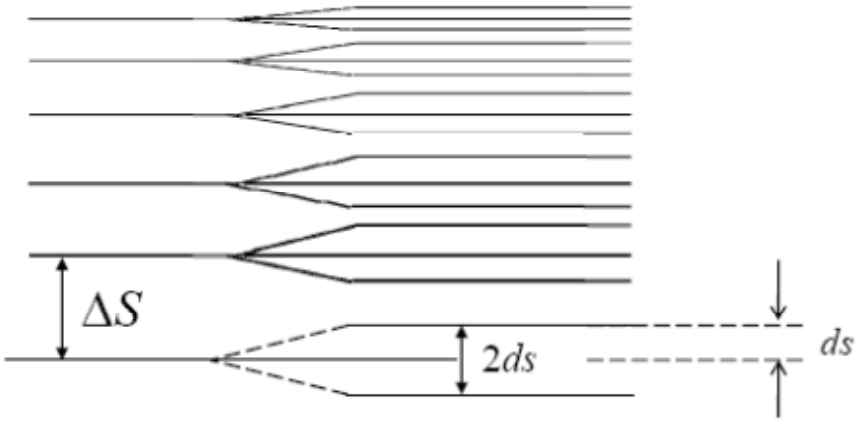
و یا با استفاده از رابطهٔ (۱۰):

$$d\lambda = \frac{ds}{\Delta s}.\frac{\lambda^2(n^2-1)^{-1.2}}{2d}$$

Δs و ds را می‌توان با استفاده از خطوط رتیکول چشمی تلسکوپ، (a) و ساعت میکرومتر، (b) در طول آزمایش تعیین نمود. شکل ۶ خطوط طیفی مربوط به تفکیک خط قرمز کادمیم و طریقهٔ اندازه‌گیری Δs و ds را نشان می‌دهد.



(الف)



(ب)

شکل (۶). (الف) نمایش ترازهای 5^1D_2 و 5^1P_1 در اتم کادمیم در حضور میدان مغناطیسی و گذارهای $\Delta m = 0, \pm 1$ (ب) اندازه‌گیری خطوط شکافته شده تحت اثر میدان مغناطیسی

وسایل آزمایش

۱. دستگاه زیمان

که شامل: یک جفت سیم‌پیچ با هسته آهنی و کفشک‌های مربوطه، لامپ کادمیم و قسمت نوری می باشد. قسمت نوری، شامل: پایهٔ نگاهدارنده، ساعت، نورگیر پلاستیکی، قطبشگر، عدسی شیئی به همراه لولهٔ تلسکوپ با فیلتر قرمز رنگ و صفحهٔ لامر– گرکه و چشمی است.

۲. منبع تغذیهٔ لامپ کادمیم
۳. آمپرسنج با توان اندازه‌گیری A ۱۰
۴. منبع تغذیهٔ جریان زیاد مستقیم با توانایی ایجاد جریان در حدود A ۱۵
۵. سیمهای رابط

چگونگی آرایش وسایل

مطابق شکل (۷) کفشکهای موجود در مقابل هم بر روی هستهٔ سیم‌پیچ قرار دارند و لامپ کادمیم بصورت مماس بر سطوح کفشک طوری واقع شده که شکاف نگاهدارنده آن به سمت اتصالات الکتریکی سیم‌پیچ متوجه باشد.

لامپ کادمیم را به منبع تغذیه لامپهای طیفی متصل کرده و آنرا روشن کنید. در حدود پنج دقیقه برای گرم شدن لامپ زمان لازم است.

طریقه تنظیم سیستم نوری

فیلتر مرکزی را در مقابل لامپ کادمیم در موضع خود قرار داده و عدسی را طوری تنظیم کنید که نور بر روی آن در مقابل دریچهٔ ورودی بیافتد. قطبشگر را بر روی تلسکوپ نصب کرده و نورگیر پلاستیکی را بر روی نگاهدارندهٔ صفحه لامر – گرکه متصل نمایید بطوری که پرتوهای امتحانی نورهای زاید مسدود شوند.

با برداشتن چشمی تلسکوپ:

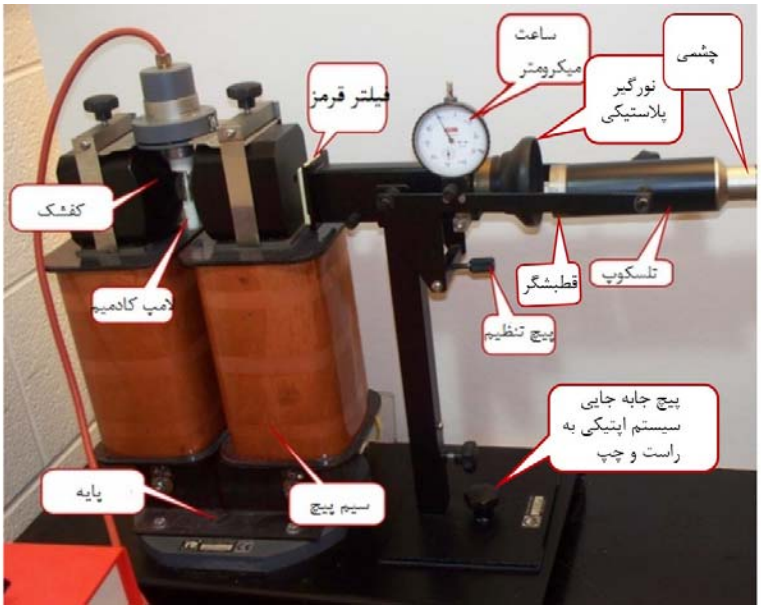
الف) سیستم اپتیکی را به سمت چپ و راست آنقدر جابجا کنید که الگوی خطوط ظریف صفحهٔ لامر – گرکه بچشم آید.

ب) ارتفاع پایهٔ نگاهدارندهٔ صفحهٔ لامر – گرکه طوری میزان کنید که نور دریچهٔ ورودی آنرا کاملاً بپوشاند. برای انجام این کار از پیچ موجود بر روی پایه استفاده کنید.

بندهای الف و ب را آنقدر تکرار کنید تا خطوط واضح و روشنی در بالا و پایین صفحهٔ لامر-گرکه مشاهده گردد. سپس چشمی تلسکوپ را در مکان مربوطه برای واضح دیدن خطوط قرار دهید و با

چرخش آن خطوط مویین را بر روی خطوط طیفی منطبق کنید. ساعت میکرومتر موجود بر روی دستگاه را نیز با چرخش صفحهٔ رویین بر روی صفر تنظیم نمایید.

دو ترمینال وسطی سیم‌پیچ را به هم وصل نموده و با استفاده از دو ترمینال نهایی آمپرسنج و منبع تغذیهٔ جریان زیاد، مدار بسته‌ای را بوجود آورید (مطابق شکل ۷). دقت کنید که جهت جریان ورودی آمپرسنج و مدار با هم متناسب باشند. در این مدار دو سیم‌پیچ بصورت سری به هم متصل می‌شوند و آمپرسنج جریانی را که از هرکدام از سیم پیچ ها عبور خواهد کرد نشان خواهد داد. در صورت تمایل برای اتصال موازی، کافیست ترمینال اول و سوم و ترمینال دوم و چهارم به هم متصل گردند.



شکل (۷). نحوهٔ آرایش دستگاه زیمان و اجزا آن

روش آزمایش

پس از آماده شدن قسمت نوری، منبع جریان را در حالت حداقل روشن کـرده و بـا افـزایش تـدریجی جریان چگونگی شکافتگی خطوط قرمز لامپ کادمیم را مشاهده نمایید.

برای مقادیر خاص از جریان سیم‌پیچ با چرخش قطبشگر خطوط شکافته شده را حذف نموده و فاصـلهٔ دو خط مجاور طیف (Δs) را اندازه‌گیری نمائید. به همین طریق بـا چـرخش قطبشـگر فاصـله بـین دو مؤلفه شکافته شده را برای خط طیف مذبور بدست آورده ($۲ds$) و از آن ds را تعیین نمایید. (به شـکل ۶ مراجعه شود.)

در نظر داشته باشید که به علت فواصل زیاد، خطوط میانی برای اندازه‌گیری مناسب‌تر هستند.

مقادیر مربوط به i مرتبهٔ خط طیف، I جریان سیم‌پیچ، Δs فاصلهٔ دو خط مجاور و ds فاصلهٔ خط شکافته شده را در جدول ثبت نمایید.

آزمایش را برای مقادیر مختلف I، هفت‌بار دیگر تکرار نموده و B را محاسبه نمایید.

برای محاسبهٔ خطای سیستماتیک دقت ابزار اندازه‌گیری را یادداشت کنید.

جدول اندازه‌گیری

i								
Δs								
ds								
I								

= دقت آمپرسنج

= دقت ساعت

= خطاهای احتمالی دیگر

خواسته‌های آزمایش

۱. با استفاده از نمودار B برحسب I که در جزوه ضمیمه شده و با بر روی دستگاه نوشته شده است. میدان B مربوط به هر جریان را بدست آورده و در جدول ثبت نماید.

۲. با استفاده از نتایج آزمایشها و استفاده از روش کمترین مربعات مقدار $\frac{e}{m}$ را محاسبه کنید.

۳. با در نظر گرفتن خطاهای مربوط به ابزار، مقدار خطای سیستماتیک را محاسبه نمایید.

۴. در صورتی که بدانیم مقدار $\frac{e}{m}=1.7589\times10^{11}\ \frac{C}{kg}$ است درصد خطای نسبی آزمایش را بدست آورید.

۵. آیا نتایج بدست آمده از این آزمایش قابل قبول است، چرا؟

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

۱. برای تعیین مقادیر صحیح ds و یا Δs باید ضریب تبدیل مقادیر جابجایی نسبت به زوایای مربوطه در دست باشد، چرا در این آزمایش نیازی به دانستن مقدار عددی این ضریب وجود ندارد.

۲. آیا اگر مقدار اسپین کل برابر صفر نبود باز هم یک خط طیفی به سه مؤلفه تجزیه می‌شد؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

۳. اثر زیمان چه کاربردهایی می‌تواند داشته باشد، نمونه‌هایی از آنرا که در صنعت و تکنولوژی کاربرد دارند ذکر نمایید.