بسمه تعالی

آشنایی با اصول اولیه یک آزمایش

فهرست

۱- اهمیت و مفهوم خطا و خطای تخمینی یک کمیت..... ۲
۱-۱- عدم امکان اندازه‌گیری دقیق کمیت و تعریف خطا..... ۲
۱-۲- خطای تخمینی یک کمیت بیانگر چیست؟..... ۲
۱-۳- خطای نسبی و درصد خطای نسبی..... ۲
۲- خطای وسایل اندازه‌گیری..... ۳
۲-۱- وسایل اندازه‌گیری مدرج..... ۳
۲-۲- وسایل اندازه‌گیری دیجیتال..... ۳
۲-۳- دیگر خطاهای وسایل اندازه‌گیری..... ۴
۳- انواع خطاها وعوامل موثر در ایجاد آنها..... ۴
۳-۱- اندازه‌گیری متعدد یک کمیت و مفهوم خطای کاتوره‌ای و سیستماتیک..... ۴
۳-۲- خطاهای کاتوره‌ای (تصادفی)..... ۵
۳-۳- خطاهای سیستماتیک (ذاتی)..... ۵
۴- کمیات اولیه..... ۵
۴-۱- مقدار مناسب کمیت..... ۶
۴-۲- مفهوم پراکندگی..... ۶
۵- کمیات ثانویه..... ۹
۵-۱- محاسبه خطا در توابع یک متغیره..... ۹
۵-۲- محاسبه خطا در توابع چند متغیره..... ۱۰
۶- مفهوم ارقام معنادار به عنوان روشی سردستی برای محاسبه خطای کمیات ثانویه..... ۱۱
۶-۱- قوانین حاکم بر ارقام معنادار..... ۱۲
۶-۲- چند نکته مهم..... ۱۲
۷- نمودار..... ۱۳
۷-۱- بخش‌های مختلف یک نمودار..... ۱۳
۷-۲- بهترین خط عبوری و روش کمترین مربعات..... ۱۷
۸-۲- محاسبه رگراسیون..... ۱۷
۸- قواعد نوشتن گزارش کار..... ۱۸
۹- کار با نرم افزار *Excel*..... ۱۸
۹-۱- گرفتن اطلاعات آماری از مجموعه‌ای از مقادیر..... ۱۸
۹-۲- رسم نمودار..... ۱۹
۹-۳- برخی کارهای محاسباتی..... ۲۱
مراجع..... ۲۱

۱- اهمیت و مفهوم خطا و خطای تخمینی یک کمیت

۱-۱- عدم امکان اندازه گیری دقیق کمیت و تعریف خطا

اندازه‌گیری دقیق یک کمیت فاقد معناست زیرا عوامل زیادی مانع رسیدن ما به مقدار واقعی کمیت می‌باشد که حذف همه آنها به طور کامل ممکن نیست. بعضی از این عوامل عبارتند از :

۱- وسایل اندازه‌گیری کمیات

۲- شخص آزمایشگر

۳- عوامل پیچیده و متغیر محیط

خطای یک کمیت = مقدار اندازه گیری شده − مقدار واقعی آن کمیت یعنی : $\varepsilon = x - X$

با اینکه اندازه‌گیری دقیق یک کمیت امکان ندارد اما داشتن تخمینی از خطای یک کمیت اهمیت خاصی دارد. شاید بپرسید چرا تخمینی از خطا؟ چون داشتن دقیق خطای یک کمیت معادل داشتن دقیق آن کمیت است.

۱-۲- خطای تخمینی یک کمیت بیانگر چیست؟

خطای تخمینی یک کمیت بیان می‌کند که تا چه اندازه می‌توان به مقدار کمیت داده شده اطمینان پیدا کرد.

مثال: اگر طول یک میز ۱۲۰ سانتی‌متر و خطای تخمینی آن ۵ سانتی‌متر گزارش داده شود آن را به این صورت می‌نویسیم: $120 \pm 5cm$.

تعبیر اولیه این عبارت این است که طول واقعی میز عددی بین ۱۱۵ و ۱۲۵ سانتی‌متر (۵-۱۲۰ و ۵ +۱۲۰) می‌باشد اما معنی دقیق‌تر آن می‌گوید طول واقعی میز به احتمال حدود ۶۸ درصد بین ۱۱۵ و ۱۲۵ سانتی‌متر و به احتمال حدود ۹۵ درصد بین ۱۱۰ و ۱۳۰ سانتی‌متر (۵×۲-۱۲۰ و ۵×۲ +۱۲۰) می‌باشد که در ۴-۲ به آن خواهیم پرداخت یعنی *حداکثر چیزی که خطای تخمینی یک کمیت بیان می‌کند این است که مقدار واقعی کمیت با احتمال معینی در داخل گستره‌ای در اطراف مقدار گزارش شده می‌باشد.*

مثال: فرض کنید کمیتی از ۱/۲۴ به ۱/۳۵ تغییر کند. اگر خطای این اعداد حدود ۰/۰۱ باشد این تغییر مهم است ولی اگر خطای آنها در حدود ۰/۱ باشد این تغییرات اهمیتی ندارد.

اصولا کم کردن خطاهای موجود در یک آزمایش همیشه کار ساده‌ای نیست. به این خاطر اگر آزمایشی برای مقاصد خاصی انجام می‌شود باید ببینیم به چه دقتی احتیاج است تا دچار زحمت مضاعف و بیهوده نشویم.

۱-۳- خطای نسبی و درصد خطای نسبی

حال با دو تعریف جدید آشنا می‌شویم:

خطای نسبی(انحراف نسبی)

$$\frac{x-X}{X} \cong \frac{x-X}{x} = \frac{\varepsilon}{x}$$

درصد خطای نسبی(درصد انحراف)

$$100 \times \frac{\varepsilon}{x}$$

۲- خطای وسایل اندازه‌گیری

ما با وسایل اندازه‌گیری گوناگونی در کارهای آزمایشگاهی روبرو هستیم مثل خط‌کش، کولیس، ریزسنج، زمان‌سنج، نیروسنج، ترازو، دماسنج و ... که بعضی از آنها هم به صورت دیجیتال(رقمی) هستند. هدف از این بخش این است که بدانیم هر وسیله اندازه‌گیری تا چه دقتی مقدارکمیت مورد نظر را به دست می‌دهد همچنین با بعضی نکات در مورد خواندن درست کمیات آشنا می‌شویم.

۲-۱- *وسایل اندازه‌گیری مدرج*

گروهی از وسایل اندازه‌گیری دارای قسمتی مدرج هستند که باید با چشم خوانده شوند مثل خط کش، کولیس، ریزسنج، ترازو و ... . نکته اول در خواندن کمیت در این وسایل این است که راستای چشم عمود بر صفحه مدرج باشد.
و اما خطای این وسایل:
یک قانون سردستی می‌گوید که خطای آنها نصف کوچکترین درجه بندی موجود است.
مثال: خواسته شده با خط‌کشی عرض یک میز اندازه گرفته شود. یک طرف میز روی صفر خط‌کش و طرف دیگر خط‌کش بین ۵۸/۲ و ۵۸/۳ سانتی‌متر می‌افتد یعنی عرض میز باید عددی بین این دو عدد باشد پس طول میز برابر $58.25 \pm 0.05cm$ است.
احتمالا باید متوجه شده باشید که این قانون سردستی از کجا آمده است البته اگر شاخص وسیله به یک درجه در روی صفحه مدرج خیلی نزدیک باشد می‌توانیم خطا را باز کاهش دهیم مثلا ربع کوچکترین درجه بندی.
خطایی که برای وسایل اندازه‌گیری مدرج وجود دارد از دو جا ناشی می‌شود:
۱- از خود دستگاه : هر دستگاهی دقتی دارد که در محدوده همان دقت می‌توان به آن اعتماد کرد
۲- از خود شخص اندازه‌گیر: وقتی شاخص وسیله بین دو درجه‌بندی است و بین آنها درجه‌بندی وجود ندارد تشخیص مقدار این که شاخص در چه کسری از فاصله دو درجه‌بندی قرار دارد با چشم مشکل است و بالطبع تولید خطا می‌کند
حال ممکن است وسیله‌ای نسبتا دقیق مدرج شده باشد اما خطای چشم مانع از رسیدن به دقت واقعی دستگاه باشد. استفاده از ورنیه (همان چیزی که در کولیس به کار رفته است) ابتکار زیبایی برای رفع این مشکل است.

۲-۲- *وسایل اندازه‌گیری دیجیتال*

این وسایل صفحه‌ای دارند که کمیت مورد نظر را به صورت یک عدد تحویل می‌دهند.
در رقم آخر این وسایل ابهامی وجود دارد پس با یک حساب سردستی می‌توان خطای آنها را برابر کوچکترین مقداری که می‌توانند نشان دهند قرار داد.
مثال: اختلاف پتانسیل یک باطری را با یک مولتی متر دیجیتال ۱/۲۵ ولت می‌خوانیم در نتیجه خطای آن برابر ۰/۰۱ ولت می‌باشد. $1.25 \pm 0.01V$
ممکن است دقت وسیله بیش از عددی باشد که نشان می‌دهد و عدد نشان داده شده، عددی گرد شده از عدد دقیق‌تر باشد در این حالت خطای کمیت نصف کوچکترین مقدار است در ضمن ممکن است خطای وسیله روی آن نوشته شده باشد. حالتی که خطای وسیله بیشتر از کوچکترین مقدار باشد غیر استاندارد ولی ممکن است.

۲-۳- *دیگر خطاهای وسایل اندازه‌گیری*

تا حالا فرض می‌شد وسایلی که با آنها کار می‌کنیم در حد درجه‌بندی خود عدد درستی را نشان می‌دهند اما همیشه این‌گونه نیست و اکثر اوقات هم مجبور به تعویض وسیله هستیم ولی گاهی اوقات می‌توان با کمی اصلاح عدد درست را از وسیله گرفت. یک نمونه آن خطای صفر است. فرض کنید با نیروسنجی می‌خواهید وزن یک جسم را پیدا کنید.

وقتی نیروسنج را قائم نگه می‌دارید بدون آنکه جسم را به آن متصل کرده باشید نیروسنج به شما عددی غیر صفر می‌دهد این همان خطای صفر است. در این حالت خاص شما عدد را یادداشت می‌کنید و از عددی که در موقع وصل کردن جسم مورد نظر خوانده‌اید کم می‌کنید. در بعضی وسایل اندازه‌گیری امکاناتی وجود دارد که صفر دستگاه را تنظیم کنید مثل ترازوهای یک کفه‌ای.

۳- انواع خطاها وعوامل موثر در ایجاد آنها

۱-۳- اندازه‌گیری متعدد یک کمیت و مفهوم خطای کاتوره‌ای و سیستماتیک

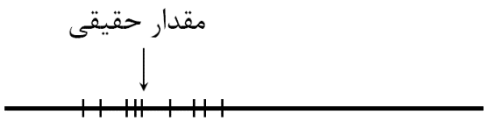
خطاها به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱- خطاهای کاتوره‌ای(تصادفی)

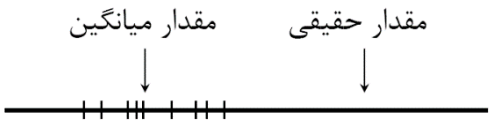
۲- خطاهای سیستماتیک (ذاتی)

کمیتی را چند بار اندازه‌گیری می‌کنیم و اعداد به دست آمده را روی یک محور مشخص می‌کنیم.

پراکندگی که در روی محور دیده می‌شود ناشی از خطاهای کاتوره‌ای(تصادفی) موجود می‌باشد. اگر خطاهای موجود در اندازه‌گیری فقط از نوع خطاهای کاتوره‌ای باشند نتایج اندازه‌گیری‌های متوالی در اطراف مقدار حقیقی کمیت مورد نظر گسترده می‌شوند. طبق تعریف خطاهای کاتوره‌ای خطاهایی هستند که احتمال مثبت یا منفی بودن آنها مساوی است پس معقول به نظر می‌رسد که میانگین این اعداد تقریب خوبی از مقدار واقعی کمیت باشد و هرچه تعداد اندازه‌گیری‌ها افزایش پیدا کند به مقدار واقعی نزدیک‌تر شود.



همانطور که گفته شد در حضور خطاهای کاتوره‌ای به تنهایی نقطه میانگین اعداد به دست آمده تقریب خوبی از مقدار حقیقی کمیت مورد نظر می‌باشد. اثر خطاهای سیستماتیک موجود، این است که یک جابجایی از مقدار واقعی در میانگین اعداد به وجود می‌آورد.



تشخیص و رفع خطاهای سیستماتیک در حالت کلی کار نسبتا مشکلی است و معمولا وقتی یک کمیت از طریق آزمایش‌های مختلف به دست می‌آید قابل تشخیص است اما کار با خطاهای کاتوره‌ای و تشخیص درست کمیت نسبتا ساده است* چون اگر در آزمایشی خطاهای کاتوره‌ای بزرگی وجود داشته باشند، به صورت یک مقدار بزرگ در خطای نهایی آشکار خواهند شد ولی حضور ناپیدای یک خطای سیستماتیک ممکن است به ارائه یک نتیجه ظاهرا معتبر همراه با یک خطای تخمینی کوچک منجر شود که در واقع اشتباهی جدی است. برای مثال به مقداری که میلیکان برای بار الکترون به دست آورده است توجه کرده و با مقدار کنونی آن مقایسه کنید:

مقدار میلیکان: $(1.591 \pm 0.002)\times 10^{-19} C$

* در قسمت ٤ به کمک مفاهیم آماری به این موضوع پرداخته خواهد شد.

مقدار کنونی: $(1.602189 \pm 0.000005)\times 10^{-19}C$

اکنون به حاد بودن چنین خطاهایی پی می‌برید که حتی بهترین آزمایش‌گران هم از آن در امان نبودند در واقع خطاهای سیستماتیک را باید یکی یکی کشف و حذف کرد. این کار قاعده کلی ندارد و با تجربه زیاد به دست می‌آید.

۲-۳- *خطاهای کاتوره‌ای(تصادفی)*

اصولا تمام عوامل موجود که تاثیر آنها مستقل از کمیات موجود در آزمایش است می‌توانند تولید خطای کاتوره‌ای کنند. به همین علت پراکندگی در غیاب خطاهای سیستماتیک حول مقدار واقعی نسبتا یکنواخت است یا به عبارتی دیگر احتمال مثبت یا منفی بودن این خطا یکی است. تغییرات دما، رطوبت، جریانات جوی، تغییرات جریانات برق، خود شخص اندازه‌گیر می‌توانند عامل تولید خطای کاتوره‌ای باشند. فرض کنید زمان تناوب یک آونگ را چندین بار با یک کرنومتر اندازه گرفته‌ایم. خطاهای حاصل در به کار انداختن کرنومتر و توقف آن و بی نظمی‌های کوچک در حرکت آونگ تغییراتی در نتایج اندازه‌گیری متوالی به وجود می‌آورند که می‌توان آنها را به عنوان خطاهای کاتوره‌ای در نظر گرفت.

۳-۳- *خطاهای سیستماتیک(ذاتی)*

خطاهای سیستماتیک معمولا موقعی پیش می‌آیند که واقعیت آزمایش از مفروضات نظری تعدی می‌کند و از ضریب تصحیحی که این تفاوت را اعمال کند چشم پوشی می‌شود.

چند مثال از خطاهای ذاتی

۱- معیوب بودن وسیله اندازه‌گیری: ساده ترین نوع آن خطای صفر می‌باشد، کرنومتری که کمی کند کار می‌کند، ولت سنجی که محور عقربه آن دقیقا در مرکز صفحه مدرجش نباشد (در اینجا یک خطای ذاتی تناوبی وجود دارد).

۲- اندازه‌گیری ارتفاع یک مایع در لوله وقتی از یک مقیاس متصل به لوله استفاده می‌کنیم و لوله دقیقا قائم نباشد: دراین حالت خطای ذاتی مثبت است و با افزایش ارتفاع زیاد می‌شود.

۳- اندازه‌گیری شتاب جاذبه زمین به وسیله یک سطح شیب‌دار که دارای اصطکاک می‌باشد ولی وجود آن فرض نشده باشد.

۴- کمیات اولیه:

یافتن مقدار مناسب و خطای تخمینی از روی اندازه‌گیری‌های متعدد یک کمیت

تعریف کمیات اولیه و ثانویه

مفهوم کمیت اولیه و ثانویه یک مفهوم من درآوردی ولی مفید می‌باشد.

کمیت اولیه: کمیتی که مستقیما از روی وسیله اندازه‌گیری خوانده می‌شود مثل طول یک میز، اختلاف پتانسیل دو سر یک باطری و زمان سقوط یک گلوله فلزی از یک ارتفاع مشخص.

کمیت ثانویه: این نوع کمیت مستقیما از روی وسیله اندازه‌گیری خوانده نمی‌شود بلکه توسط تابعی به کمیات اولیه و ثانویه دیگر ربط پیدا می‌کند مثل چگالی یک جسم که از روی تقسیم جرم بر حجم جسم به دست می‌آید. در این حالت جرم جسم می‌تواند کمیت اولیه (توسط ترازو) یا ثانویه(g / وزن(توسط نیرو سنج)) باشد. همین طور حجم می‌تواند کمیت اولیه (با حجم مایع جابجا شده مثل آب در یک استوانه مدرج) یا ثانویه (حجم= طول×عرض×ارتفاع (توسط خط کش یا کولیس، اگر مکعبی شکل باشد) باشد.

۴-۱- مقدار مناسب کمیت

در اینجا روی خطاهای کاتوره‌ای معطوف تمرکز کرده و فرض می‌کنیم خطاهای سیستماتیک وجود ندارد*. برای به دست آوردن درست یک کمیت چند بار باید اندازه‌گیری انجام شود. اعداد به دست آمده را $x_1, x_2, ..., x_N$ می‌نامیم.
هدف نهایی در این قسمت دو چیز است:

۱- یافتن مقدار مناسب کمیت از روی اعداد موجود

۲- یافتن خطای تخمینی این مقدار از روی اعداد موجود

جواب قسمت اول همانطور که قبلا اشاره کرده بودیم میانگین این اعداد می‌باشد.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_N}{N}$$

حال به دنبال جواب قسمت دوم می‌گردیم.

۴-۲- مفهوم پراکندگی

در آزمایش زمان سقوط یک توپ کوچک از یک ارتفاع معین ($90.4 \pm 0.05cm$) چندین بار اندازه‌گیری شده است و اعداد زیر به دست آمده است:

t (s)	0.34	0.41	0.37	0.41	0.42	0.89	0.37	0.49	0.43	0.40	0.41	0.47

در بین این اعداد، عددی که مشخص شده است خیلی پرت به نظر می‌رسد و می‌توان با ملاحظاتی آن را حذف کرد. جالب است بدانید در این آزمایش خاص، علت اینکه این عدد به دست آمده، این است که کرنومتر توسط آزمایشگر صفر نشده واین عدد در واقع مجموع دو نتیجه متوالی می‌باشد.

حال ما ۱۱ عدد داریم (۰/۸۹ را دور انداختیم). میانگین اینها یعنی مقدار مناسب کمیت برابر است با:

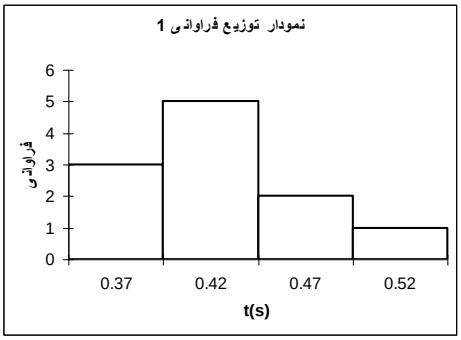
$$\frac{0.34 + 0.41 + ... + 0.47}{11} = 0.41s$$

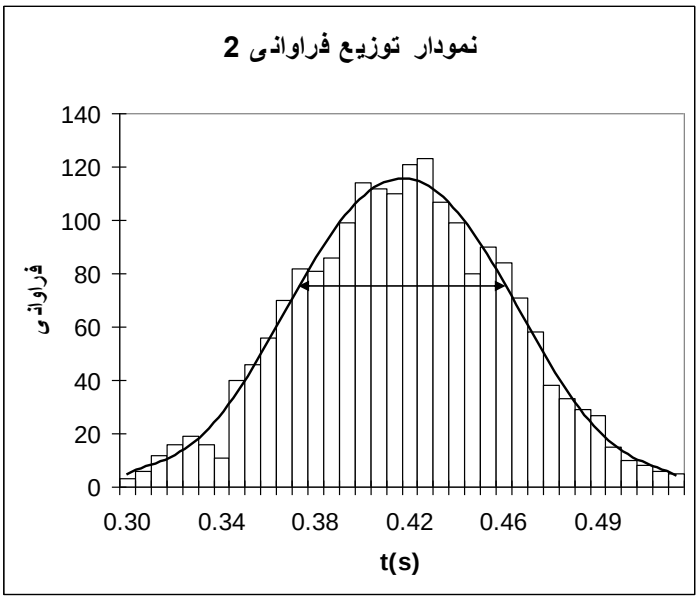
اکنون چهار بازه مساوی متوالی تعریف‌کرده و تعداد اعدادی که در هر بازه هستند را شمرده و در جدولی یادداشت می‌کنیم.

بازه ها(s)	توزیع اعداد (فراوانی)
۰/۰-۳۲/۳۷	۳
۰/۰-۳۷/۴۲	۵
۰/۰-۴۲/۴۷	۲
۰/۰-۴۷/۵۲	۱

همان‌طور که می‌بینید چون تعداد اندازه‌گیری‌ها کم بوده است(در اینجا یازده تا) طول بازه‌ها طوری انتخاب شده‌اند که دارای تعداد فراوانی معقولی باشند. در نمودار توزیع فراوانی ۱ ، این فراوانی‌ها را به تصویر کشیده است. حال فرض کنید تعداد اندازه‌گیری‌ها افزایش پیدا کنند مثلا به دو هزار بار برسند. اکنون نمودار توزیع فراوانی ۲، فراوانی این اندازه‌گیری‌ها را نشان می‌دهد.

* خطاهای سیستماتیک فقط انتقالی در مقدار به دست آمده از کمیت به وجود می‌آورند.





در اینجا طول بازه ها ۰/۰۱ در نظر گرفته شده است (طول بازه‌ها نباید کمتر از خطای وسیله اندازه‌گیری باشد) که می‌توان این مقدار را با طول ۰/۰۵ برای نمودار ۱ مقایسه کرد.

اگر اندازه‌گیری‌هایمان را باز ادامه دهیم به توزیعی هموار می‌رسیم که در نمودار توزیع فراوانی ۲ مشخص شده است. این توزیع همواره با تقریب خوبی یک توزیع گاوسی می‌باشد. البته چون تعداد اندازه‌گیری‌ها به بی‌نهایت میل می‌کند از مفهوم فراوانی نسبی (به جای فراوانی) که عبارت است از فراوانی هر بازه تقسیم بر تعداد کل اندازه‌گیری‌ها، استفاده می‌شود.

یعنی توزیع یا تابع گاوسی یک توزیع فراوانی نسبی می‌باشد و به همین علت مساحت زیر نمودار آن برابر ۱ می‌باشد.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

$f(x)$ تابع گاوسی می‌باشد و منظور از منفی و مثبت بی‌نهایت جمع روی همه اعداد می‌باشد. این تابع در واقع یک تابع احتمال است و $f(x)dx$ بیان کننده احتمال وجود نتیجه یک اندازه‌گیری در بازه x تا $x+dx$ می باشد. این تابع یک تابع متقارن حول $x = X$ می‌باشد که ماکزیمم مقدار آن هم در همین نقطه می‌باشد(X مقدار واقعی کمیت است). میانگین اعداد اندازه‌گیری شده وقتی اندازه‌گیری‌ها به سمت بی‌نهایت میل کند برابر X می‌شود. این تابع به شکل $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}}$ می‌باشد. این تابع دو نقطه بحرانی در نقاط $x = X - \sigma$ و $x = X + \sigma$ دارد که پیکان دوسر موجود در نمودار ۲ این نقاط بحرانی و بازه بین آنها را مشخص می‌کند. σ(سیگما) معیار خوبی برای بیان پراکندگی حول میانگین دسته‌ای از اعداد (در اینجا مقادیر اندازه‌گیری شده) می‌باشد به روابط زیرتوجه کنید:

$$\int_{X-\sigma}^{X+\sigma} f(x)dx \approx 0.68 \qquad \text{و} \qquad \int_{X-2\sigma}^{X+2\sigma} f(x)dx \approx 0.95$$

این روابط بیان می‌کند که هر اندازه‌گیری به احتمال حدود ۶۸ درصد در بازه $\bar{x}-\sigma$ تا $\bar{x}+\sigma$ و به احتمال حدود ۹۵ درصد در بازه $\bar{x}-2\sigma$ تا $\bar{x}+2\sigma$ می‌باشد.

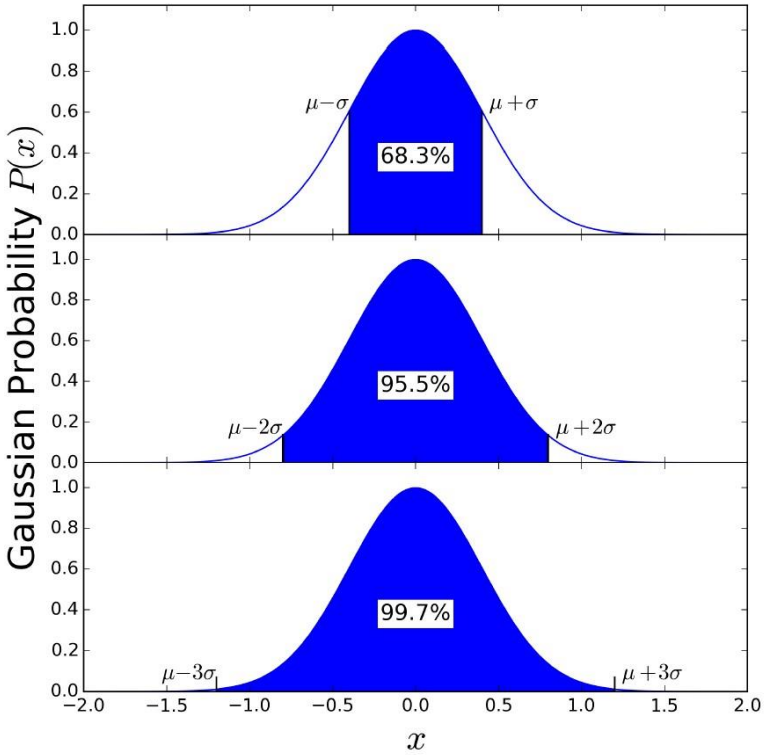
به طور کلی مساحت زیر منحنی توزیع احتمال برای محدوده بین دو مقدار از پارامتر x برابر خواهد بودبا ، احتمال اینکه هر اندازه گیری روی پارامتر x بین آن دومقدار قرار گیرد. عدم قطعیت هر آزمایش از همین حقیقت نشات می گیرد. مساحت زیر منحنی هرگاه ، انحراف معیار از میانگین$\pm\sigma$ ۳σ,$\pm$۲σ,$\pm$ باشد به صورت زیر بدست می آید:

$$\int_{-\sigma}^{\sigma} P(x)dx = 0.683$$

$$\int_{-2\sigma}^{2\sigma} P(x)dx = 0.955$$

$$\int_{-3\sigma}^{3\sigma} P(x)dx = 0.977$$

این مقادیر بدست آمده برای مساحت در شکل زیر قابل مشاهده است.



مساحت زیر نمودار تابع گاوسی برای محدوده های مختلف

σ را انحراف معیار، انحراف استاندارد* یا خطای معیار در یک تک مشاهده می‌نامیم. علت نامگذاری خطای معیار در یک تک مشاهده این است که σ به تنهایی، خطای تخمینی هر اندازه‌گیری را از مقدار واقعی کمیت به ما می‌دهد. اما چیزی که مطلوب ماست خطای تخمینی میانگین اندازه‌گیری‌های معدود ما از مقدار واقعی کمیت می‌باشد.

کمیتی N بار اندازه‌گیری شده است . می توانیم فرض کنیم که ما مجموعه بزرگی از تعداد بسیار زیادی اندازه‌گیری داریم و آن را M می‌نامیم و این N اندازه‌گیری یک زیرمجموعه N عضوی از مجموعه M می‌باشد. σ در واقع خطای معیار اعضای مجموعه M که هر کدام یک اندازه‌گیری می‌باشد را نشان می‌دهد. حال ما مجموعه جدیدی به نام M' می‌سازیم که اعضای آن میانگین زیرمجموعه‌های N عضوی از مجموعه M می‌باشد. انحراف استاندارد یا خطای معیار این مجموعه را σ_m* می‌نامیم که به آن خطای استاندارد یا خطای معیار میانگین می‌گویند. این مقدار در واقع آن چیزی است که ما به دنبال آن بودیم. σ_m می‌تواند خطای تخمینی خوبی برای میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده می‌باشد.

تعاریف کلی σ و σ_m به شرح زیر می‌باشد:

$$\sigma^2 =< \varepsilon^2 >=< (x - X)^2 >$$

که علامت $< >$ به معنی متوسط‌گیری می‌باشد بین تمامی مقادیر موجود داخل آن می‌باشد که در اینجا بین همه مقدارهای اندازه‌گیری شده x (اعضای مجموعه M) است.

$$\sigma_m{}^2 =< (\bar{x} - X)^2 >$$

در اینجا متوسط‌گیری بین همه اعضای مجموعه M' می‌باشد.

ثابت می‌شود که

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N}(x_n - \bar{x})^2}{N-1}} \quad \text{و} \quad \sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

و از آنجا نتیجه می‌شود که

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N}(x_n - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

در این روابط x_n، n امین مقدار اندازه‌گیری شده از بین N اندازه‌گیری انجام شده است. در صورتی که N کمتر از ۱۳ تا باشد می‌توان σ_m را از رابطه ساده‌تر $\sigma_m = \frac{r}{N}$ که r تفاوت بین کمترین و بیشترین مقدار در بین x_n ها می‌باشد، به دست آورد*. ما به هدفمان در این فصل رسیدیم σ_m خطای تخمینی یک کمیت اولیه می‌باشد. این کمیت را در نهایت بدین صورت می‌نویسیم: $\bar{x} \pm \sigma_m$

حال به سراغ مثال اول این بخش برمی‌گردیم:

$$\bar{x} = \frac{0.34 + 0.41 + \ldots + 0.47}{11} \approx 0.41s$$

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{(0.34-0.41)^2 + (0.41-0.41)^2 + \ldots (0.47-0.41)^2}{11(11+1)}} \approx 0.013s$$

$$\sigma_m = \frac{0.49 - 0.34}{11} \approx 0.014s \approx 0.013s$$

Standard Deviation *

Standard Error *

* برای اثبات این روابط به مرجع(۱) فصل ۳ مراجعه کنید.

مقدار نهایی به صورت $0.41 \pm 0.013s$ یا $0.41 \pm 0.01s$ نوشته می‌شود.

نکته مهم: خطای وسیله اندازه‌گیری (در اینجا کرنومتر) برابر ۰/۰۱s می‌باشد و چون این خطا کمتر از $\sigma_m \approx 0.013s$ است مشکلی پیش نمی‌آید اما اگر در آزمایشی σ_m کوچکتر از خطای وسیله اندازه‌گیری کمیت مورد نظر بود به جای σ_m از خطای وسیله اندازه‌گیری استفاده می‌کنیم برای مثال اگر $\sigma_m = 0.006s$ باشد آنگاه نتیجه به جای $0.41 \pm 0.006s$ برابر $0.41 \pm 0.01s$ است.

انحراف میانگین: تعریفی است که ممکن است استفاده شود. $\frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{N}$

۵- کمیات ثانویه:

اندازه‌گیری مقدار مناسب و خطای تخمینی از روی کمیات اولیه و ثانویه مرتبط

کمیت ثانویه ما توسط تابعی به کمیات اولیه و ثانویه دیگر ربط پیدا می‌کند یعنی $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_N)$. در اینجا y کمیت ثانویه مورد نظر ما (کمیت وابسته) و $x_1, x_2, \ldots, x_N$ کمیات اولیه و ثانویه مرتبط(کمیات مستقل) می‌باشند که خطاهای تخمینی آنها برابر $\Delta x_1, \Delta x_2, \ldots, \Delta x_N$* است. هدف نهایی این قسمت دو چیز است:

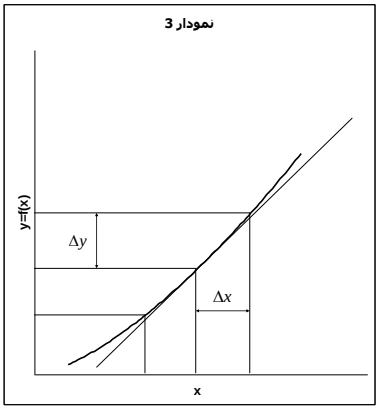
۱- یافتن مقدار مناسب کمیت از روی کمیات مستقل

۲- یافتن خطای تخمینی این مقدار (Δy) از روی کمیات مستقل

جواب قسمت ۱ ساده است کافیست مقادیر مختلف $x_1, x_2, \ldots, x_N$ را در تابع f قرار دهیم تا مقدار مناسب کمیت به دست آید. $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_N)$

۵-۱- محاسبه خطا در توابع یک متغیره

ما حالتی در نظر می‌گیریم که تابع f تابعی از یک کمیت باشد یعنی $y = f(x)$.



همان طور که در نمودار ۳ دیده می‌شود وقتی x به اندازه Δx تغییر کند y به اندازه Δy تغییر می‌کند. به خط مماس در نقطه x توجه کنید. شیب این خط طبق تعریف برابر مشتق تابع f در نقطه x می‌باشد که به صورت df / dx می‌نویسند. اگر Δx کوچک باشد همانطور که از روی شکل دیده می‌شود Δy از رابطه $\Delta y \approx \frac{df}{dx}\Delta x$ به

* اینها در واقع σ_m کمیات $x_1, x_2, \ldots, x_N$ می‌باشند.

دست می‌آید.

چند مثال:

$$y = ax + b \Rightarrow \frac{dy}{dx} = a \Rightarrow \Delta y = a\Delta x$$

$$y = x^n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = nx^{n-1} \Rightarrow \Delta y = nx^{n-1}\Delta x \Rightarrow \Delta y = \frac{n}{x} y\Delta x \Rightarrow \frac{\Delta y}{y} = n\frac{\Delta x}{x}$$

$$y = \ln x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} \Rightarrow \Delta y = \frac{\Delta x}{x}$$

$$y = e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^x \Rightarrow \Delta y = e^x \Delta x \Rightarrow \frac{\Delta y}{y} = \Delta x$$

۲-۵- محاسبه خطا در توابع چند متغیره

در اینجا f تابعی از چند کمیت می‌باشد $y = f(x_1, x_2, ..., x_N)$. مقدار Δy در اینجا بدون اثبات آمده است *.

$$(\Delta y)^2 = (\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1)^2 + (\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2)^2 + ...(\frac{\partial f}{\partial x_N}\Delta x_N)^2 = (\Delta y_1)^2 + (\Delta y_2)^2 + ... + (\Delta y_N)^2$$

$\frac{\partial f}{\partial x_n}$ به مشتق جزیی تابع f نسبت به x_n معروف است یعنی مشتق تابع f نسبت به کمیت مستقل x_n می‌باشد و فرض می‌کنیم دیگر کمیات تغییری نمی‌کنند. Δy_n هم بیان کننده تغییرات تابع f نسبت به کمیت x_n می‌باشد وقتی x_n به اندازه Δx_n تغییر کند و دیگرکمیات مستقل تغییری نکنند.

چند مثال مهم:

$$y = x_1 + x_2 \Rightarrow (\Delta y)^2 = (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2$$

$$y = x_1 - x_2 \Rightarrow (\Delta y)^2 = (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2$$

$$y = x_1 \times x_2 \Rightarrow (\frac{\Delta y}{y})^2 = (\frac{\Delta x_1}{x_1})^2 + (\frac{\Delta x_2}{x_2})^2$$

$$y = \frac{x_1}{x_2} \Rightarrow (\frac{\Delta y}{y})^2 = (\frac{\Delta x_1}{x_1})^2 + (\frac{\Delta x_2}{x_2})^2$$

محاسبه مستقیم Δy_n:

$$\Delta y_n = f(x_1, x_2, ..., x_n + \Delta x_n, ...x_N) - f(x_1, x_2, ..., x_n, ...x_N)$$

یا

$$\Delta y_n = \frac{f(x_1, x_2, ..., x_n + \Delta x_n, ...x_N) - f(x_1, x_2, ..., x_n - \Delta x_n, ...x_N)}{2}$$

به کمک این روش دیگر احتیاجی به مشتق گیری ندارید(البته معادل آن است).

مثال:

$$y = f(x_1, x_2) = \frac{\sin(x_1 + x_2)}{\cos(x_2)} \Rightarrow \Delta y_1 = \frac{\sin(x_1 + \Delta x_1 + x_2)}{\cos(x_2)} - y, \Delta y_2 = \frac{\sin(x_1 + x_2 + \Delta x_2)}{\cos(x_2 + \Delta x_2)} - y$$

$$(\Delta y)^2 = (\Delta y_1)^2 + (\Delta y_2)^2$$

حال به آزمایش اشاره شده در ابتدای ۴-۲ بر می‌گردیم. توپ از ارتفاع $h = 90.4 \pm 0.05cm$ رها می‌شود و پس از $t = 0.41 \pm 0.01s$ ثانیه به زمین می‌رسد هدف، مقدار و خطای g می‌باشد.

* برای دیدن اثبات به مرجع (۱) فصل ۳ مراجعه کنید.

$$h=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow g=\frac{2h}{t^2} \Rightarrow (\frac{\Delta g}{g})^2=(\frac{\Delta h}{h})^2+(\frac{\Delta t^{-2}}{t^{-2}})^2 \Rightarrow (\frac{\Delta g}{g})^2=(\frac{\Delta h}{h})^2+4(\frac{\Delta t}{t})^2$$

$$g=\frac{2\times 90.4cm}{(0.41s)^2}=1.07\times 10^3\frac{cm}{s^2}=10.7\frac{m}{s^2}$$

$$\frac{\Delta g}{g}=\sqrt{(\frac{0.05cm}{90.4cm})^2+4(\frac{0.01s}{0.41s})^2} \approx \sqrt{4(\frac{0.01s}{0.41s})^2} \approx 0.05 \Rightarrow \Delta g \approx 0.5\frac{m}{s^2}$$

پس نتیجه آزمایش به صورت $10.7\pm 0.5\frac{m}{s^2}$ می‌باشد. همانطور که می‌بینید آزمایش بسیار بد انجام شده است و نتیجه اصلا خوب نیست چون علاوه بر خطای کاتوره‌ای زیاد خطای سیستماتیک قابل ملاحظه‌ای دارد چون مقدار مقدار واقعی g در بازه آن قرار نمی‌گیرد*.

در اینجا بیشترین خطای موثر در خطای نهایی، خطای زمان سقوط یعنی Δt می‌باشد علت هم کم بودن t و در نتیجه بزرگ بودن خطای نسبی $\frac{\Delta t}{t}$ می‌باشد. شاید حالا متوجه شده باشید چرا گالیله از سطح شیب‌دار برای محاسبه g استفاده کرد چون با این کار زمان t افزایش پیدا می‌کند البته وجود اصطکاک در آزمایش سطح شیبدار معضل بزرگی است. امروزه برای اندازه‌گیری دقیق g از زمان‌سنج‌های بسیار دقیق استفاده می‌کنند*. آونگ کاتر هم مقدار دقیقی را نتیجه می‌دهد.

۶- مفهوم ارقام معنادار به عنوان روشی سردستی برای محاسبه خطای کمیات ثانویه

در عمل محاسبه خطای کمیات ثانویه از روی روابط بخش ۵-۲ ممکن است خسته کننده باشد. در اینجا می‌خواهیم با یک مفهوم رایج یعنی ارقام معنادار و قوانینی که بر آن حاکم است آشنا شویم. برای آنکه دقت کمیتی را بیان کنیم به همراه مقدار کمیت خطای آن را هم می‌نویسیم $x\pm\Delta x$ اما با به کار بردن مفهوم ارقام معنادار دقت یک کمیت در مقدار بیان شده آن مستتر است. برای مثال وقتی می‌گوییم که وزن یک توپ gr ۲۳۵ است به خطای آن که برابر gr ۱ می‌باشد هم اشاره کرده‌ایم به عبارتی وزن توپ $235\pm 1gr$ می‌باشد.

<u>چند مثال:</u>

$3.25s \rightarrow$ سه رقم معنادار $\rightarrow 3.25\pm 0.01s$

$3.0gr \rightarrow$ دو رقم معنادار $\rightarrow 3.0\pm 0.1gr$

$0.042\,A \rightarrow$ دو رقم معنادار (صفرهای قبل از ۴۲ ارقام معنادار محسوب نمی‌شوند) $\rightarrow 0.042\pm 0.001A$

بهتر است این کمیت بدین صورت نمایش داده شود(عدد نویسی علمی) $4.2\times 10^{-2}A=42mA$

$30cm \rightarrow$ یک رقم معنادار (قرارداد مرجع(۳) فصل ۱) $\rightarrow 30\pm 10cm \rightarrow 3\times 10^1 cm$

$30.cm \rightarrow$ دو رقم معنا دار(قرارداد مرجع(۳) فصل ۱) $\rightarrow 30\pm 1cm \rightarrow 3.0\times 10^1 cm$

این دو شیوه نوشتن اصلا توصیه نشده است و بهتر است به دو شکل سمت راست نوشته شود تا گیج کننده نباشد.

---

* جمله ای زیبا از لانسلات هاگین: پژوهش‌گرانی که با تجربه سر و کار دارند آمار را به عنوان عذری برای انجام آزمایش‌های بد تلقی نمی‌کنند از مرجع(۲)

* فصل ۷ بخش ٤ مرجع(۱) به تحلیل آزمایشی برای اندازه گیری دقیق g تا ۷ رقم اعشار می پردازد.

۱-۶- قوانین حاکم بر ارقام معنادار

همان‌طور که می‌بینید در مفهوم ارقام معنادار خطای هر کمیت توانی از ۱۰ می‌باشد یا در واقع به این شکل ساده شده است. این ساده‌سازی قوانین ساده‌ای را به دنبال خواهد داشت.

قانون ۱: تعداد رقم‌های اعشار مجموع یا تفاوت دو کمیت برابر تعداد رقم‌های اعشار کمیتی است که کمترین رقم اعشار را دارد.

مثال:

$$22.0cm + 35cm = 57cm$$
$$42.1s + 2.12s = 44.2s$$
$$12.6gr - 2gr = 11gr$$

که ۱۰/۶ به ۱۱ گرد شده است.

اثبات:

از بخش ۵-۲ داشتیم:

$$y = x_1 + x_2 \Rightarrow (\Delta y)^2 = (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2$$
$$y = x_1 - x_2 \Rightarrow (\Delta y)^2 = (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2$$

Δx_1 و Δx_2 یا مساوی‌اند یا حداقل به اندازه ضریب ۱۰ با هم تفاوت دارند (فرض می‌کنیم $\Delta x_1 > \Delta x_2$ یعنی x_1 کمیتی است که رقم اعشاری کمتری دارد) که در حالت اول $\Delta y = \sqrt{2}\Delta x_1 \approx \Delta x_1$ و در حالت دوم Δx_2 قابل صرف نظر است $(\Delta x_1)^2 \geq 100(\Delta x_2)^2$ که نتیجه می‌شود $\Delta y = \Delta x_1$ یعنی قانون ۱.

قانون ۲: تعداد ارقام معنادار حاصل‌ضرب یا نسبت دو کمیت برابر تعداد ارقام معنادار کمیتی است که کمترین ارقام معنادار را داراست.

مثال:

$$5.1cm \times 2.42cm = 12cm$$
$$\frac{5m}{24s} = 0.2\frac{m}{s}$$

اثبات: از بخش ۵-۲ داشتیم:

$$y = x_1 \times x_2 \Rightarrow (\frac{\Delta y}{y})^2 = (\frac{\Delta x_1}{x_1})^2 + (\frac{\Delta x_2}{x_2})^2$$
$$y = \frac{x_1}{x_2} \Rightarrow (\frac{\Delta y}{y})^2 = (\frac{\Delta x_1}{x_1})^2 + (\frac{\Delta x_2}{x_2})^2$$

فرض کنید $x_1 = 2.35s$ درنتیجه $\frac{\Delta x_1}{x_1} = \frac{0.01s}{2.35s} \approx 10^{-2}$ در واقع می‌خواهیم بیان کنیم که در حالت کلی $\frac{\Delta x}{x} \approx 10^{N-1}$ که N تعداد ارقام معنادار کمیت x می‌باشد حال اگر فرض کنیم $\Delta x_1 > \Delta x_2$ با همان استدلال اثبات قبلی ثابت می‌شود که $\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x_1}{x_1}$ یعنی قانون ۲.

۲-۶- چند نکته مهم

۱- در محاسبات طولانی شامل چندین جمع و تفریق و ضرب و تقسیم محاسبات را به طور کامل انجام می‌دهیم و قوانین را روی نتیجه نهایی اعمال کرده و در صورت لزوم گرد می‌کنیم.

مثال: محاسبه زیر با ماشین حساب ...۲۱۹۷/۴۱۴۵ به دست آمده که به مقداری که می بینیدگرد شده است.

$$\frac{161.032\,s + 5.6s + 32.45s}{2.12kg} \times 23.4m = 2.20 \times 10^3 \frac{m.s}{kg}$$

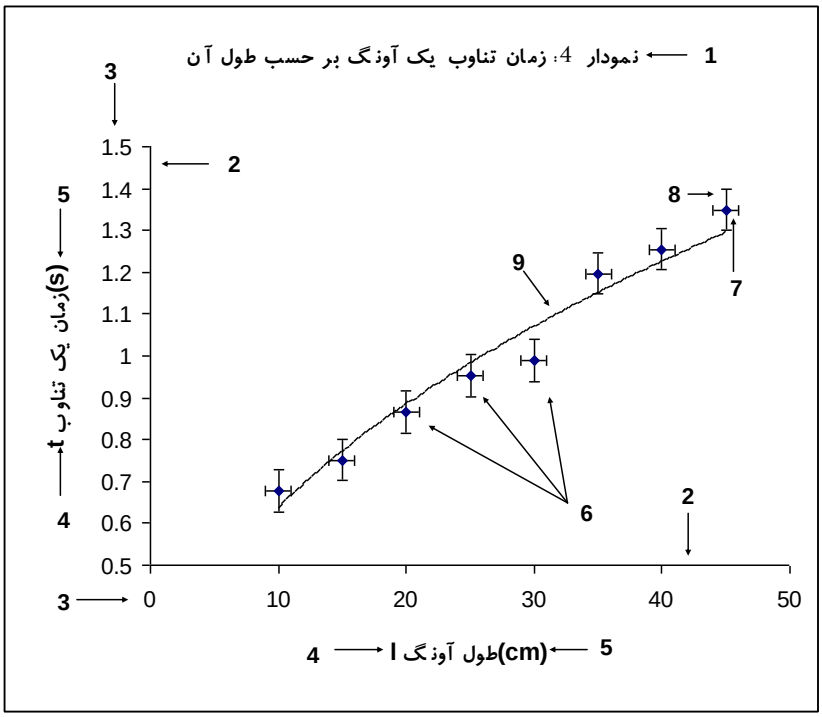
۲- بعضی اعداد در محاسبات دقت کامل دارند مثل $\frac{1}{2}$ در معادله $h = \frac{1}{2}gt^2$ که یک مقدار تجربی نمی‌باشد. با آنها طوری برخورد می‌شود گویا تعداد ارقام معنا دار آن بی‌نهایت است مثلا در اینجا $\frac{1}{2} = 0.500000\ldots$.

۷- نمودار

ضرب‌المثلی چینی با این مضمون وجود دارد که "کاری که یک تصویر می‌کند هزار صفحه نوشته نمی‌کند". نمودار نمایش دهنده رابطه یک کمیت وابسته با یک یا دو کمیت مستقل است که در حالت اول نمودار دوبعدی و در حالت دوم سه بعدی می‌باشد*. طبق یک بینش فلسفی، یک کل، اطلاعات بیشتری از مجموع اطلاعات اجزاء آن دارد منظور اینکه یک نمودار به عنوان یک کل نمایش دهنده کمیات، اطلاعاتی را به ما می‌دهد که اگر مقادیرکمیات را در جدولی می‌نوشتیم نمی‌توانستیم به دست آوریم. دیدن رفتارهای کلی کمیات در مقادیر مختلف مثل انتقال فازها، رفتارهای آشوبناک، خطی و غیرخطی بودن و ... در نمودارها کار متداولی است. به کمک نمودارها همچنین می‌توان روابط بین کمیات را در محدوده‌های مختلف حدس زد. حال ببینیم یک نمودار از چه بخش‌هایی تشکیل شده است.

۷-۱- بخش‌های مختلف یک نمودار

برای بررسی بخش‌های یک نمودار، از یک مثال استفاده می‌کنیم. نمودار زیر رابطه دوره تناوب یک آونگ را بر حسب طول آن به نمایش می‌گذارد. این نمودار حاصل جدول زیر است:



* ما در اینجا فقط با نمودارهای دو بعدی کار می کنیم. تعمیم مطالب این بخش به نمودارهای سه بعدی کار ساده ای است.

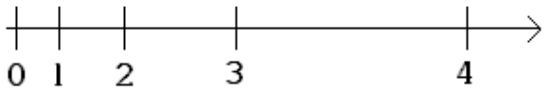
طول آونگ $l(cm)\pm 1cm$	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵
زمان یک تناوب $t(s)\pm 0.05s$	۰/۶۸	۰/۷۵	۰/۸۷	۰/۹۵	۰/۹۹	۱/۲۰	۱/۲۶	۱/۳۴

یک نمودار نشان دهنده رابطه یک کمیت وابسته با یک کمیت مستقل است $y = f(x)$. حال به قسمت‌های مختلف نمودار ۴ می‌پردازیم:

۱- عنوان: شامل شماره نمودار و توضیحی در مورد آن است.

۲- محورها: محور افقی متعلق به کمیت مستقل x و محور عمودی متعلق به کمیت وابسته $y = f(x)$ می‌باشد.

۳- درجه‌بندی محورها: هر محور باید دارای مبدا و مدرج باشد البته ممکن است مبدا آن در نمودار قرار نگیرد مثل محور عمودی همین نمودار. مکان مبدا و درجه‌بندی محورها باید به گونه‌ای باشد که نقاط نمودار(داده‌های آزمایش) قسمت اعظم نمودار را اشغال کند تا اطلاعات دقیق‌تری را از آنها بتوان گرفت. یک نکته قابل توجه این است که ما عادت کرده‌ایم که فاصله بصری درجات یک محور از هم یکی باشد اما این کار هیچ لزومی ندارد شکل زیر نمونه‌ای از این تخطی می‌باشد:



حال چه لزومی دارد از این خرق عادت‌ها صورت بگیرد؟ کمی صبر کنید دلیلش را خواهید فهمید.

۴- نام کمیت متعلق به هر محور

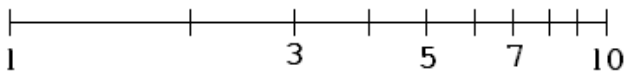
۵- واحد هر کمیت

۶- داده‌های تجربی ما

۷و۸- خطوط خطا: این خطوط خطای هر مقدار را نمایش می‌دهد. ۷ خطای کمیت مستقل و ۸ خطای کمیت وابسته می‌باشد و اندازه آنها دو برابر اندازه خطای هر مقدار می‌باشد. رسم این خطوط همیشه لزومی ندارد اما برای تعیین معادلات حاکم بر نمودار سودمند هستند.

۹- بهترین منحنی یا تابع عبوری: این منحنی یک منحنی هموار است که از میان نقاط نمودار عبور داده شده است و بهترین تابعی است که می‌توان برای این کمیات در محدوده مشخص حدس زد.

حال برمی‌گردیم به سوالی که چند خط پیش مطرح شد. جواب این است که آزمایشگران دوست دارند نمودارهایشان خطی باشد یا حداقل از لحاظ بصری به شکل خط باشد اما مشکل اینست که همه نمودارها خطی نیستند. می‌توان کلکی زد و درجه‌بندی محورها را طوری دستکاری کرد تا نمودار حاصل ظاهرا به شکل یک خط درآید. راستش را بخواهید این کلک به ندرت سودمند می‌باشد ولی برای برای تابع‌هایی که به دو شکل $y = ae^{bx}$ و $y = ax^b$ می‌باشد کارآیی خوبی دارد اما چگونه؟ ما یک محور بدین شکل می‌سازیم که فاصله بصری هر دوعدد متناسب با تفاضل لگاریتم آنها می‌باشد به این محور، محور لگاریتمی گفته می‌شود.



کاربرد های نمودارهای نیم لگاریتمی و تمام لگاریتمی:

اگر در نمودار هر دو محور لگاریتمی باشد به آن نمودار تمام لگاریتمی گفته می‌شود و توابع به شکل $y = ax^b$ در آن خطی دیده می‌شوند و اگر فقط محور عمودی لگاریتمی باشد به آن نمودار نیم لگاریتمی گفته می‌شود و توابع به شکل $y = ae^{bx}$ خطی دیده می‌شوند. دو نوع کاغذ رسم برای رسم این نمودارها وجود دارد به نام کاغذ لگاریتمی و کاغذ نیم لگاریتمی. کاغذ میلی‌متری هم برای رسم منحنی‌های معمولی می‌باشد.

نمودار نیم لگاریتمی: $y = ba^x$

$$\ln y = \ln a\, x + \ln b$$

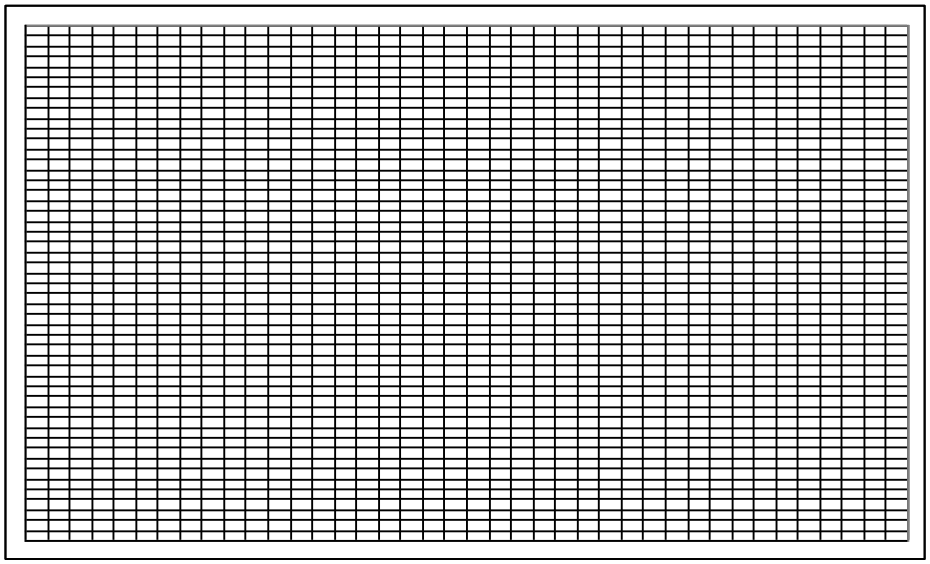
پس اگر وابستگی کمیت وابسته به کمیت مستقل به صورت نمایی (توانی) باشد، وابستگی لگاریتم کمیت وابسته به کمیت مستقل بهصورت خطی خواهد بود. علاوه بر این به کمک شیب نمودار نیم لگاریتمی می توان پایه ی نما را به دست آورد.

نمودار تمام لگاریتمی: $y = bx^a$

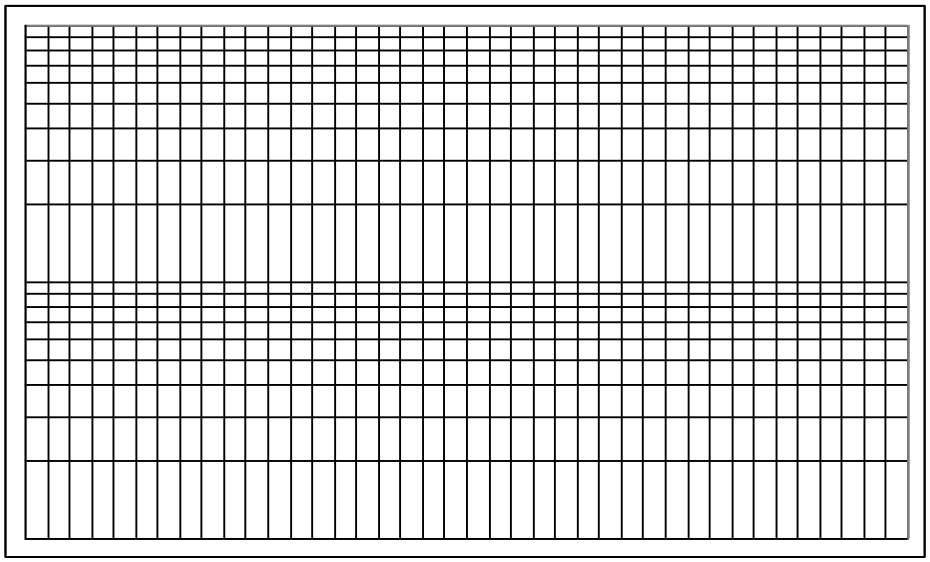
$$\ln y = a \ln x + \ln b$$

پس اگر وابستگی کمیت وابسته به کمیت مستقل به صورت چند جمله ای باشد، وابستگی لگاریتم کمیت وابسته به لگاریتم کمیت مستقل به صورت خطی خواهد بود. علاوه بر این به کمک شیب نمودار لگاریتمی می توان توان را به دست آورد. به عنوان مثال برای تعیین وابستگی نیروهای کولنی و گرانشی به فاصله از نمودارهای تمام لگاریتمی استفاده می کنند .

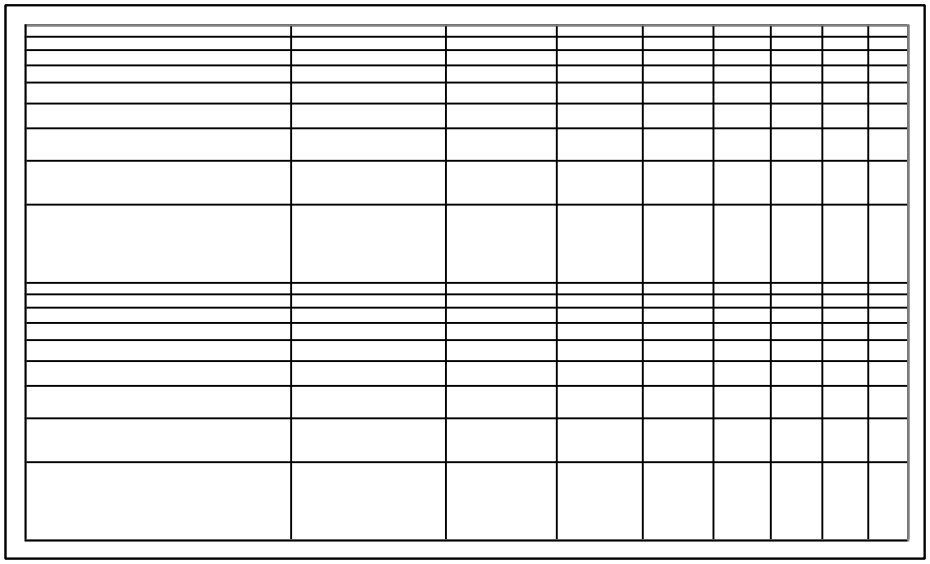
کاغذ میلی‌متری



کاغذ نیم لگاریتمی



کاغذ تمام لگاریتمی



۲-۷- بهترین خط عبوری و روش کمترین مربعات

در نمودارهایی که خط نسبتا راستی می‌توان از میان نقاط آن عبور داد شیب و عرض از مبدا کمیت‌های مهمی هستند .

مثال: در آزمایش آونگ رابطه روبرو برقرار است: $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow t^2 = \frac{4\pi^2}{g} l$

پس انتظار می‌رود از روی شیب نمودار t^2 بر حسب l یعنی $\frac{4\pi^2}{g}$ بتوان مقدار g را حساب کرد.

به کمک معادلات زیر از روی مجموعه مختصات نقاط موجود آزمایش یعنی (x_i, y_i) (که x_i،iامین کمیت مستقل و y_i کمیت وابسته مرتبط می‌باشد) می‌توان شیب بهترین خط عبوری (a)، خطای آن(Δa)، عرض از مبدا (b) و خطای آن(Δb) را محاسبه کرد*:

* برای اثبات این روابط به فصل ٤ مرجع(۱) مراجعه کنید

$$a=\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})y_i}{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2},b=\bar{y}-a\bar{x},\Delta a\approx\sqrt{\frac{1}{D}\frac{\sum_{i=1}^{N}d_i^{\,2}}{N-2}},\Delta b\approx\sqrt{(\frac{1}{N}+\frac{\bar{x}^2}{D})\frac{\sum_{i=1}^{N}d_i^{\,2}}{N-2}}$$

$$d_i=y_i-ax_i-b,D=\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2 \text{ که}$$

اگر بهترین خطی که از مبدا می‌گذرد مورد نظر باشد، شیب خط و خطای آن از معادله زیر به دست می‌آید:

$$a=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_iy_i}{\sum_{i=1}^{N}x_i^{\,2}},\Delta a\approx\sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{N}x_i^{\,2}}\frac{\sum_{i=1}^{N}d_i^{\,2}}{N-1}}$$

مثالی از این حالت همین نمودار t^2 بر حسب l می باشد که در بالا بررسی شد.

در ضمن بدست آوردن این مقادیر از روی خود نمودار هم ممکن است کافیست بهترین خطی که با چشم تشخیص داده می‌شود از میان نقاط عبور داده و با انتخاب دو نقطه با فاصله نسبتا زیاد شیب خط عبوری که برابر $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ می‌باشد را حساب کرد. در ضمن چون درجه‌بندی‌های دو محور افقی و عمودی از یک جنس و اندازه نیست استفاده از $tg\theta$ برای محاسبه شیب کار درستی نیست. در قسمت ۹-۲ نحوه محاسبه این مقادیر توسط کامپیوتر بیان می‌شود.

۲-۸- محاسبه رگراسیون

فرض کنید دو سری کمیت اندازه گیری شده در اختیار دارید(کمیت x و y). می خواهیم رابطه ای بین این دو کمیت برقرار کنیم.بعد از برازش داده ها (fit کردن) ،یک منحنی به صورت $Y=f(x)$ به دست می آید.حال سه ستون داریم که به صورت x وy (اندازه گیری شده) وy (پیش بینی شده) هستند. کمیت r^2 همبستگی بین y وY را می سنجد.برای محاسبه ی r^2 به صورت زیر عمل کنید:

۱) ابتدا متوسط y رامحاسبه کنید ($\bar{y}$)

۲) مجموع $S_1=\sum_{i=1}^{N}(y_i-\bar{Y})^2$ را حساب کنید.

۳- مجموع $S_2=\sum_{i=1}^{N}(Y_i-\bar{y})^2$ را حساب کنید.

۴-کمیت r^2 به صورت $r^2=\frac{S_2}{S_1}$ است.

ملاحضه می شود که در صورتی که y_i و Y_i یکسان باشند مقدار r^2 برابر یک خواهد بود یعنی در حالت $r^2=1$ بهترین برازش به دست می آید.

۸- قواعد نوشتن گزارش کار

هر آزمایش از جهت نظم و ترتیب و ماندگاری نتایج به دست آمده، نیاز به یک گزارش مکتوب دارد که باید بر طبق نظم و قواعد خاصی استوار باشد. در زیر به موارد لازم در هر گزارش کار آزمایشگاهی اشاره می‌کنیم:

۱- مشخص کردن عنوان و هدف از انجام هر بخش آزمایش و ذکر وسایل مورد استفاده

۲- رسم شکل که نحوه انجام آزمایش را نشان می‌دهد(شکل هایی که طرز چیدن وسایل را نشان می‌دهد): شکل در حد ممکن ساده باشد پس نقاشی نکنید.

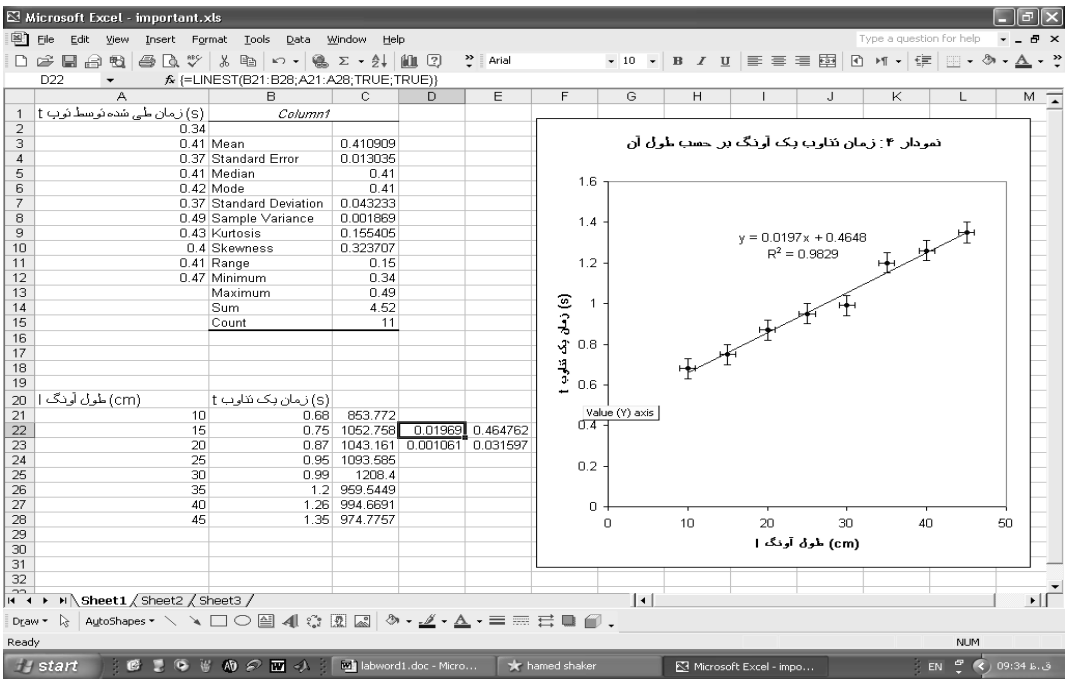
۳- ارائه توضیح مختصر اما کافی درباره نحوه آزمایش و نکات اندازه‌گیری
۴- ارائه جدول‌های اندازه‌گیری : کمیت و واحد آن یادتان نرود.
۵- به دست آوردن کلیه روابط لازم برای انجام محاسبات (در صورتی که روابط واضح نباشد)
۶- رسم نمودارهای لازم برای تحلیل آزمایش.
۷- محاسبات عددی لازم برای محاسبه مجهولات.
۸- محاسبه خطاهای کمیت‌های موجود که اندازه‌گیری یا محاسبه شده‌اند.
۹- ذکر عوامل خطاهای آزمایش به صورت مجزا و ارائه پیشنهادهای عملی برای رفع آنها و در صورت لزوم انجام آن

۹- کار با نرم افزار *Excel*

Excel جزء آن دسته از نرم افزارهایی است که به نرم افزارهای صفحه گسترده معروفند. شما می‌توانید در محیط *Excel* تمامی گزارش کار خود را بنویسید کافیست مقادیر آزمایش را بنویسید، *excel* به شما امکاناتی می‌دهد تا اطلاعات لازم را از آنها بگیرید، محاسبات لازم را روی آنها انجام دهید، نمودارهای مربوط به آنان را رسم کنید و ... .

۹-۱- گرفتن اطلاعات آماری از مجموعه‌ای از مقادیر

می‌خواهیم اطلاعات لازم را از داده‌های آزمایش ابتدای ۴-۲ بگیریم. اعداد را در ستون *A* از ردیف ۲ تا ۱۲ وارد کرده (خانه های *A2* تا *A12*) سپس از منوی *Tools* گزینه *Data Analysis* را انتخاب کنید (اگر چنین گزینه‌ای وجود نداشت گزینه *Add-Ins...* را انتخاب کرده و در پنجره‌ای که باز می‌شود *Analysis Toolpak* را علامت بزنید سپس دکمه *OK* را فشار دهید. احتمالا از شما خواسته می‌شود سی دی *Office* را درون درایو قرار دهید). حال در پنجره *Data Analysis* گزینه *Descriptive Statistic* را انتخاب کنید.



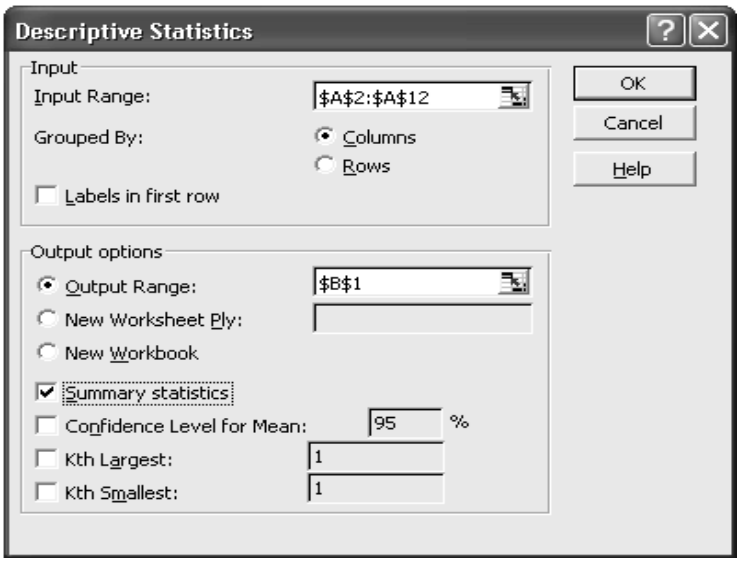
در قسمت *Input Range* آیکون را انتخاب کنید. اشاره‌گر ماوس را روی *A2* آورده و دکمه سمت چپ را نگه داشته سپس اشاره‌گر را به *A12* برده و دکمه ماوس را رها کنید. دوباره آیکون را انتخاب کنید تا به پنجره اولیه برگردید. حال در قسمت *Output options* گزینه *Output Range:* را علامت زده سپس آیکون مربوطه را انتخاب کنید سپس *B1* را انتخاب کرده و دوباره آیکون را انتخاب کنید(*B1* محل شروع اطلاعات است). حال *Summary statistics* را علامت زده سپس *OK* را فشار دهید. اکنون می‌توانید اطلاعات را ببینید.

می‌توانید ستون *B* را برای دیدن اطلاعات بزرگ کنید به خط بین *B* و *C* که در شکل مشخص شده است بروید

ماوس به این شکل در می‌آید حال دکمه سمت راست را نگه داشته و اندازه این ستون را تغییر دهید.

Mean : میانگین ، *Standard Error* : خطای استاندارد σ_m، *Standard Deviation* : انحراف استاندارد σ

Minimum: کمترین مقدار موجود ، *Maximum*: بیشترین مقدار موجود، *Sum*: مجموع ، *Count*: تعداد ارقام



۲-۹- رسم نمودار

می‌خواهیم نمودار ۴ بخش ۷-۱ را رسم کنیم.

طول آونگ را در ستون *A* (*A21-A28*) و زمان یک تناوب را در ستون *B* (*B21-B28*) مقابل طول متناظر نوشته

سپس علامت در بالای صفحه یا گزینه *Chart* از منوی *Insert* را انتخاب کنید. در قسمت *Standard types* گزینه *XY(Scatter)* را انتخاب کرده و دکمه *Next>* را فشار دهید. سپس در قسمت *Data range* آیکون مربوطه را انتخاب کنید. حال ماوس را روی *A21* آورده، دکمه سمت چپ را نگه داشته و ماوس را تا *B28* حرکت دهید و دکمه ماوس را رها کنید. با انتخاب آیکون به حالت اول برگشته و دکمه *Next>* را فشار دهید.

در قسمت *Titles* می‌توانید عنوان نمودار و نوشته های هر محور را مشخص کنید.

انتخاب‌های زیر را انجام می‌دهیم:

Chart title : " نمودار۴: زمان تناوب آونگ بر حسب طول آن "

Value (X) axis : "*l* طول آونگ (*cm*) "

Value (Y) axis : "*t* زمان یک تناوب (*s*)"

حال دکمه *Next>* و سپس دکمه *Finish* را فشار دهید. نمودار کشیده می‌شود. شما هر تغییری که لازم دیدید می‌توانید روی نمودار انجام دهید مثلا هر قسمت را که نخواستید آن را انتخاب کرده و دکمه *Delete* را فشار دهید.

قرار دادن خطوط خطا روی نقاط نمودار

ماوس را روی یکی از نقاط روی نمودار برده و دکمه سمت راست ماوس را فشار دهید. در منویی که باز می‌شود گزینه *Format Data Series...* را انتخاب کنید. حال به قسمت *X Error Bars* رفته و

را انتخاب کرده و مقدار خطا را در قسمت *Fixed Value* بنویسید که برابر ۱ *cm* می‌باشد و خود*Fixed Value* را علامت بزنید.

همین کار را با *Y Error Bars* انجام داده که خطای آن برابر ۰/۰۵*s* می‌باشد و این دفعه

را انتخاب می‌کنیم.

رسم منحنی های عبوری مختلف از نقاط نمودار

روی یکی از نقاط نمودار رفته و دکمه سمت راست را فشار دهید سپس گزینه *Add Trendline...* را انتخاب کنید. در قسمت *Type* ، *Linear* را انتخاب کنید یعنی می‌خواهید یک خط از میان نقاط عبور دهید. حال به قسمت *Options* رفته و *Display equation on chart* و *Display R-squared value on chart* را علامت بزنید سپس دکمه *OK* را فشار دهید. خط عبوری و معادله آن و مقدار R^2 که معیاری برای میزان تطبیق کمیات با نمودار می‌باشد را مشاهده می‌کنید. می‌توانید منحنی‌های دیگری مثل منحنی توانی *(Power)* هم عبور دهید فقط کافیست در قسمت *Type* آن را مشخص کنید.

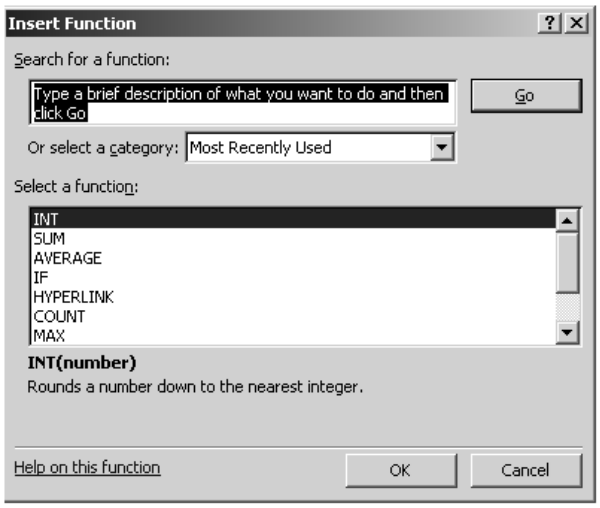
اگر می‌خواهید خطای a وb در خط عبوری پیدا کنید($y = ax + b$) ماوس را به *D22* برده و دکمه سمت چپ را نگه داشته تا *E23* می‌کشیم حال در قسمت بالای صفحه که در شکل زیر مشخص شده است را انتخاب می‌کنیم.

در قسمت *Select a function* تابع *LINEST* را انتخاب کرده و *OK* را فشار دهید. در *Known_y's* خانه *B21* تا *B28* را انتخاب کرده (به همان طریقی که قبلا آشنا شده اید) و در *Known_x's* خانه *A21* تا *A28* را انتخاب می‌کنید. قسمت *Const* و *Stats* را برابر *true* قرار دهید. حال کلیدهای *ctrl+shift+enter* را با هم فشار دهید. ستون اول مقدار و خطای a و ستون دوم مقدار و خطای b می‌باشد.

نکته: اگر *Const* را برابر *false* قرار دهید بیان کرده‌اید که خط از مبدا عبور می‌کند.

محورهای لگاریتمی

روی یکی از محورها که می خواهید لگاریتمی بشود بروید و دکمه سمت راست ماوس را فشار دهید. حال گزینه *Format Axis...* را انتخاب کنید. در قسمت *Scale* گزینه *Logarithmic scale* را علامت زده و *OK* را فشار دهید.



۳-۹- بعضی کارهای محاسباتی

در آزمایش آونگ طبق تئوری می‌دانیم $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = 4\pi^2 \frac{l}{t^2}$. می‌خواهیم به ازای هر طول و زمان g مربوطه را حساب کنیم. ماوس را به خانه *C21* برده و بنویسید *=4*PI^2*A21/B21^2* و دکمه *enter* را فشار دهید. مقدار g در سطر ۲۱ محاسبه می‌شود. حالا ماوس را روی *C21* برده و دکمه سمت راست ماوس را فشار داده و گزینه *Copy* را انتخاب کنید. حال ماوس را روی *C22* برده و دکمه سمت چپ ماوس را نگه داشته تا *C28* کشیده و سپس رها کنید. روی قسمت انتخاب شده دکمه سمت راست را فشار داده و گزینه *Paste* را انتخاب کنید. همه g ها محاسبه می شوند طبق واحد $\frac{cm^2}{s}$.

در انتها توصیه می‌شود برای استفاده‌های بیشتر و کامل‌تر به کتاب‌هایی که در زمینه *Excel* نوشته شده اند مراجعه کنید.

مراجع

۱- فیزیک عملی، ج.ل. اسکوایرز، ترجمه محمد علی شاهزمانیان و محمد حسن فیض، مرکز نشر دانشگاهی، چاپ اول ۱۳۷۰

۲- خطاهای مشاهده و محاسبه آن، تاپینگ ج. ، ترجمه محسن تدین، مرکز نشر دانشگاهی ۱۳۶۴

۳- شیمی عمومی جلد اول، چارلز مورتیمر، ترجمه علی پورجوادی،... مرکز نشر دانشگاهی، چاپ پنجم ۱۳۷۸

آزمایش شمارهٔ ۱

اندازه‌گیری طول، جرم و تقعر(I)

فیزیک علم اندازه‌گیری یا به عبارتی علم تجربه‌های کمی است. ابزارهای اندازه‌گیری بسیاری با دقت بالا به منظور رفع نیازهای آزمایشگاه‌های فیزیک ساخته شده‌اند و همواره در حال توسعه می‌باشند. اندازه‌گیری طول و جرم در کار علمی از اهمیت بنیادی برخوردار است که در اغلب آزمایش‌ها اندازه‌گیری می‌گردد. بنابراین ما کار علمی در این آزمایشگاه را با اندازه‌گیری این کمیت‌ها با استفاده از ابزارهایی دقیق‌تر از ابزارهای روزمره آغاز می‌کنیم.

هدف آزمایش: آشنایی با اصول درجه‌بندی ورنیه و چگونگی بکارگیری کولیس و ریزسنج، اندازه‌گیری کمیت طول با این ابزارها، اندازه‌گیری تقعر و اندازه‌گیری جرم با ترازو.

ورنیه

ورنیه به ما در خواندن دقیق‌تر تا کسری از درجه‌بندی ریز ابزار اندازه‌گیری کمک می‌کند. اصول این درجه‌بندی در سال ۱۶۳۱ توسط شخصی به نام ورنیه ابداع شد. درجه‌بندی ورنیه یک درجه‌بندی کمکی است که می‌تواند در مقابل مقیاس اصلی و ثابت وسیلهٔ اندازه‌گیری جابجا شود.

درجه‌بندی ورنیه از نقطه نظر اندازه با درجه‌بندی مقیاس ثابت متفاوت است. بدین ترتیب که n درجه ورنیه مساوی با $(n-1)$ درجه مقیاس ثابت است برای مثال اگر طول یک درجه ورنیه را با X و طول یک درجه خط‌کش ثابت را با Y نمایش دهیم خواهیم داشت:

$$nX = (n-۱)Y \rightarrow X = \frac{n-۱}{n}Y$$

n عددی صحیح است که دقت دستگاه را تعیین می‌کند. کوچکترین مقداری که توسط درجه‌بندی ورنیه خوانده می‌شود کمترین شمارش نام دارد و برابر است با تفاضل بین یک درجه خط‌کش ثابت و یک درجه ورنیه یعنی:

$$\text{کمترین شمارش}\; Y - X = Y - \frac{n-۱}{n}Y = \frac{۱}{n}Y$$

برای مثال یک ورنیه دارای ۱۰ درجه است به طوری که طول آن مطابق با ۹ درجه خط‌کش ثابت است. بنابراین هر درجه ورنیه به اندازه $\frac{۱}{۱۰}$ از درجه خط‌کش ثابت کوچکتر است.

اکنون با فرض آنکه صفر ورنیه روبروی صفر خط‌کش ثابت قرار داشته باشد اولین شماره ورنیه از اولین شماره خط‌کش ثابت به اندازهٔ $\frac{۱}{۱۰}$ درجه، عقب است. در این حالت دومین شماره ورنیه به اندازه $\frac{۲}{۱۰}$ از دومین شماره خط‌کش ثابت و آخرین شماره ورنیه با اندازهٔ $\frac{۱۰}{۱۰}$ یا یک درجه از شماره خط‌کش ثابت فاصله گرفته است. بنابراین آخرین یا دهمین شماره ورنیه روبروی نهمین شماره خط‌کش ثابت واقع شده است.

حال اگر ورنیه به طرف راست حرکت داده شود تا اینکه ششمین درجه آن با ششمین درجه خط‌کش ثابت روبرو شود میزان جابجایی برابر $۶\times\frac{۱}{۱۰}$ یا $\frac{۶}{۱۰}$ درجه اصلی خواهد بود.

هر گاه جابجایی ورنیه بیش از چند درجه خط‌کش ثابت باشد، باز نحوه عمل با اندکی دقت به همان صورت خواهد بود. برای مثال صفر ورنیه به اندازه ۲ درجه خط کش ثابت و کسری از آن حرکت کرده است که با توجه به درجه منطبق شده ورنیه (درجه ششم) میزان جابجایی برابر مقدار زیر خواهد بود

درجه اصلی ۲/۶ = ۰/۶ + ۲/۰

مقدار عدد n در اسباب‌های مختلف، متفاوت است. در هر حال اصول کلی ورنیه‌ها یکی است و کسی که اصول کار ورنیه را فرا گرفته باشد به آسانی می‌تواند از اسباب‌های مختلف استفاده نماید.

در هنگام استفاده از اسبابی که دارای ورنیه است اول باید کمترین شمارش آن‌را مشخص کرد. بعد برای اندازه‌گیری جابجایی باید ابتدا تعداد درجات خط کش ثابت را که قبل از صفر ورنیه قرار دارند قرائت کرد. سپس درجه‌ای از ورنیه که روبروی یکی از درجات خط کش ثابت قرار گرفته معین نموده در نهایت باید حاصلضرب کمترین شمارش در عدد خوانده شده ورنیه را بدست آورد و با عدد خوانده شده خط‌کش ثابت جمع کرد.

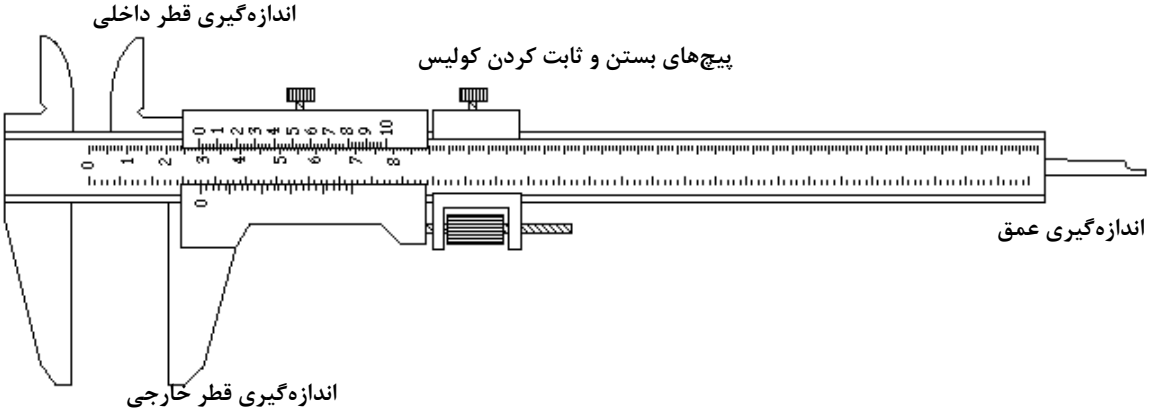
کولیس

کولیس وسیله اندازه‌گیری طول است که دقیق‌تر از خط‌کش معمولی می‌باشد. دقت کولیس به چگونگی درجه‌بندی روی ورنیه بستگی دارد. کولیس از یک خط‌کش ثابت معمولی (مدرج بر حسب سانتیمتر و میلی‌متر) و یک قسمت متحرک (ورنیه) ساخته شده است. این وسیله (شکل ۱) دارای سه دهانه برای اندازه‌گیری می‌باشد که عبارتند از:

۱- دهانه بزرگ برای اندازه‌گیری ضخامت و قطرهای خارجی،

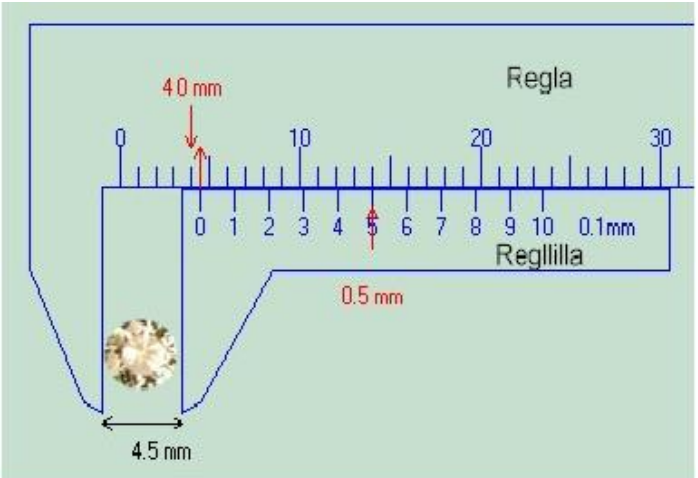
۲- دهانهٔ مربوط به اندازه‌گیری قطر داخلی و داخل شیارها،

۳- قسمت عمق سنج که برای درون سوراخ و اندازه‌گیری عمق بکار می‌رود.



شکل ۱ – اجزای کولیس

وقتی ورنیه حرکت می کند تمام دهانه‌ها به یک اندازه باز می شوند. بعضی از کولیس‌ها ممکن است بر حسب چندین درجه‌بندی مدرج شوند مثلاً میلی‌متر و سانتیمتر و اینچ. طریقهٔ خواندن کولیس در بخش ورنیه توضیح داده شد. شکل ۲ اساس کار کولیس را بطور شماتیک نشان می‌دهد.



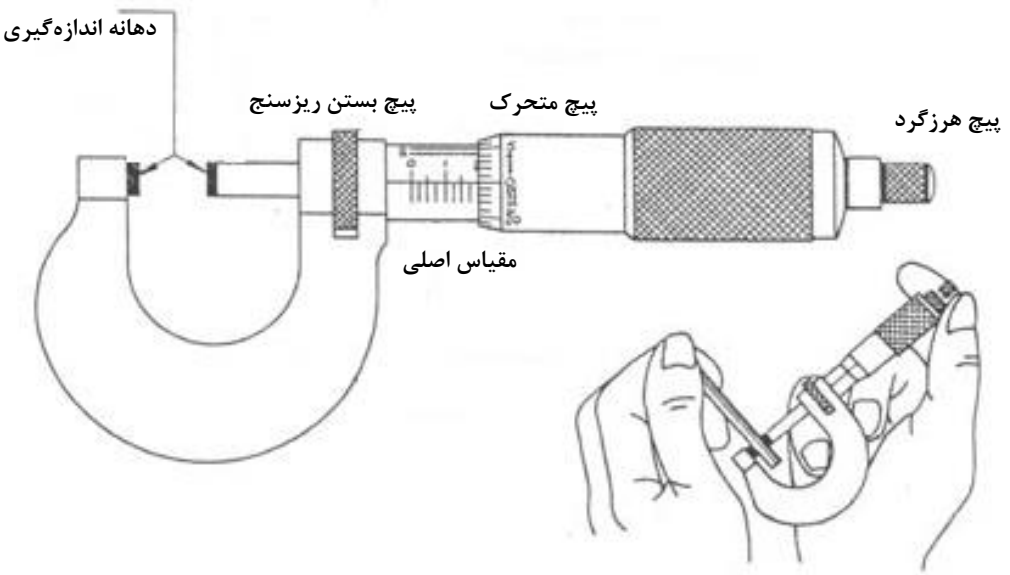
شکل ۲ - اساس کار کولیس

ریزسنج

ریزسنج (میکرومتر) وسیله‌ای است که دقیق‌تر از کولیس بوده و معمولاً برای دقت‌های بالا بکار می‌رود. این وسیله از یک استوانه ثابت مدرج و یک استوانهٔ متحرک مدرج که می‌تواند روی استوانه ثابت مدرج بچرخد و جابجا شود و یک کمان فلزی متصل به استوانهٔ ثابت تشکیل شده است. گام ریزسنج عبارت است از جابجایی استوانهٔ متحرک در طول استوانه ثابت به ازای هر دور چرخش و به نحوهٔ طراحی و دقت دستگاه بستگی دارد. گام ریز سنج می‌تواند ۱ میلی‌متر یا ۱/۲ میلی‌متر باشد. هر گاه استوانهٔ متحرک به ۵۰ قسمت تقسیم شده باشد با چرخاندن استوانهٔ متحرک به اندازهٔ دو دور کامل دهانه یک میلی‌متر جابجا می‌شود (گام ۱/۲ میلی‌متر) و در نتیجه ۱۰۰ قسمت از استوانهٔ متحرک معادل ۱ میلی‌متر از استوانهٔ ثابت (خط کش ثابت) می‌باشد. بنابراین دقت دستگاه ۱/۱۰۰ میلی‌متر می‌باشد.

فرض کنید دهانه ریزسنج پس از چندین دور چرخش مقداری باز شده است، حال برای خواندن این مقدار تعداد میلی‌مترها را می‌توان از روی استوانهٔ ثابت خوانده و با کسری از میلی‌متر که بر روی استوانهٔ متحرک خوانده می‌شود جمع کرد و مقدار جابجایی را اندازه‌گیری نمود.

برای مثال اگر استوانه متحرک به اندازهٔ ۵ دور کامل و کسری از دور چرخیده شود و گام ریز سنج برابر ۱/۲ میلی‌متر باشد، خواندن این عدد چنین است، ۵ دور معادل ۲٫۵۰ میلی‌متر می‌باشد و فرض کنید عددی که روی استوانهٔ متحرک خوانده می‌شود ۳۵ است پس اندازه‌گیری مورد نظر *mm* ۲/۸۵ = ۵۰/۳۵+۲/۰ خواهد بود. شکل ۳ شماتیکی از ریزسنج و روش استفاده از آن را نشان می‌دهد.



شکل ۳- ریزسنج و اصول کار و نحوه استفاده از آن

تقعرسنج

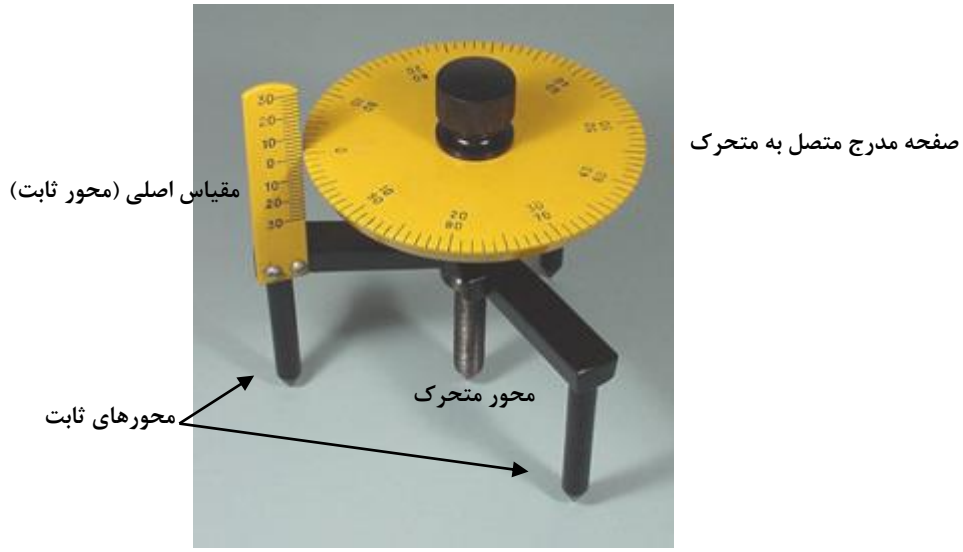
تقعرسنج وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری دقیق تقعر یا تحدب سطوح کروی (شعاع کره) و یا ضخامت مورد استفاده قرار می‌گیرد. این ابزار از یک سه‌پایه ثابت، یک محور مرکزی متحرک و یک خط‌کش عمودی ثابت ساخته شده است. نحوه کار محور متحرک مانند ریزسنج است. محور متحرک روی مهره اصلی که روی صفحه ثابت قرار دارد چرخیده و هر گام آن (دور کامل) برابر ۰/۵ میلی‌متر محور را جابجا می‌کند. یک صفحه که تا ۵۰ درجه‌بندی شده همراه محور چرخیده و مقدار دقیق جابجایی را نشان می‌دهد. به ازای یک گام محور صفحه مدرج به اندازه یک دور خط‌کش عمودی جابجا می‌شود. در این صورت عدد روی خط‌کش اصلی تعداد دور کامل و عدد روی صفحه مدرج بقیه مقدار چرخش را نشان می‌دهد. در صورتی که تعداد درجه بندی روی صفحه ۵۰ و هر گام محور ۰/۵ میلی‌متر باشد در این صورت کمترین مقدار قابل اندازه‌گیری ۰/۰۱ میلی‌متر خواهد بود.

برای اندازه‌گیری ضخامت جسم مورد نظر را روی صفحه صاف و افقی قرار داده به طوری که سه پایه ثابت تقرسنج نیز بر صفحه افقی مماس باشد. در این حالت انتهای محور متحرک را طور تنظیم می‌کنیم که بر سطح جسم مورد نظر مماس شود. عددی که روی تقعرسنج خوانده می‌شود ضخامت جسم مورد نظر را بدست می‌دهد. شکل ۴ ساختار یک تقعرسنج را نشان می‌دهد.

برای اندازه‌گیری تقعر (یا تحدب) سه پایه ثابت تقعرسنج را روی جسم کروی قرار می‌دهیم. با چرخاندن محور متحرک، انتهای آن را بر سطح مورد نظر مماس می کنیم. در این وضعیت تقعرسنج فاصله پایین‌ترین (یا بالاترین) نقطه سطح کروی مورد نظر را از صفحه سه پایه ثابت نشان می دهد. می‌توان نشان داد که شعاع سطح کروی مورد نظر (شعاع کره‌ای که سطح مورد نظر بخشی از آن است) عبارت است از :

$$R = \frac{r^2 + h^2}{2h}$$

که h مقدار خوانده شده از تقعرسنج و r فاصله محور متحرک و پایه‌های ثابت است.



شکل ۴-ساختار یک تقعرسنج

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز

کولیس، ریزسنج، ترازوی اهرمی، تقعرسنج، پوستهٔ استوانه‌ای فلزی، ورقه فلزی، ورقه پلکسی و شیشه ساعت

برای آشنایی اولیه با روش انجام آزمایش به سایت آزمایشگاه مراجعه نموده و مراحل انجام آزمایش را در گزارش تصویری مشاهده نمایید. *http://physics.sharif.edu/genphyslabs1*

احتیاط: چون ریز سنج و سیله‌ای بسیار دقیق و حساس است باید مراقب بود که فشار دست در هنگام تماس میلهٔ ریزسنج با سطح جسمی (قطعه‌ای) که بعدی از آن در حال اندازه‌گیری است، بیش از حد اعمال نشود. بدین خاطر قسمتی عاج دار در انتهای ریز سنج تعبیه شده است تا فشار دست بیش از حد معین به قطعه وارد نشود. در صورت اعمال فشار بیشتر، قسمت عاجدار بصورت هرز چرخیده می شود و نیرویی را به قطعه وارد نمی‌نماید. در این هنگام صدایی از وسیله به گوش می‌رسد که نشان‌دهندهٔ چرخش بیش از حد می‌باشد. از این رو باید مواظب بود تا هنگام کار با ریزسنج حتماً انتهای عاجدار آن را برای چرخانیدن در دست گرفت.

خطای صفر: خط نشان صفر قسمت متحرک هر وسیله اندازه‌گیری در حالت عادی باید در مقابل خط صفر قسمت ثابت آن قرار گیرد. اگر این دو خط در مقابل هم نباشند، گفته می‌شود خطای صفر وجود دارد. در اکثر ابزارهای اندازه‌گیری، خطای صفر قابل رفع و تنظیم می‌باشد. در صورت رفع نشدن خطای صفر در ریزسنج (کولیس)، اگر خط نشان صفر قسمت متحرک ریزسنج (کولیس) از خط نشان صفر قسمت ثابت گذشته و مقابل درجاتی از آن قرار گرفته باشد مقدار خطای صفر

مثبت و در غیر این صورت منفی می‌باشد. در آزمایشگاه همیشه باید مقدار خطای صفر را از مقدار خوانده شـــده کم کرد. همچنین باید مقدار خطای صـــفر هر وســـیله اندازه‌گیری غیر قابل تنظیم را دانست و آنرا در مقادیر خوانده شده دخالت داد و یا در مورد بعضی از وسایل که امکان تنظیم صفر آن وجود دارد صفر وسیله را قبل از استفاده تنظیم نمود.

۱- تعیین خطای صفر، ابتدا ۵ بار کولیس و سپس ۵ بار ریزسنج را باز و بسته کرده و خطای صفر آنها را در جدول (۱) یادداشـــت کنید. اکنون میانگین آنها را بدســـت آورده جدول (۱) را کامل کنید. در نوشتن تعداد ارقام با معنی در عدد میانگین دقت کنید.

توجه: شمارهٔ قطعات نمونه را که برای اندازه‌گیری در اختیار شما قرار دارد در جدول (۲) یادداشت کنید.

۲- تعیین ضخامت یک ورقه، ضخامت ورقهٔ فلزی و ورقهٔ پلکسی را با ریزسنج ده‌بار اندازه گرفته و مقدار خوانده شده را در جدول (۳) یادداشت کنید. سعی کنید اندازه‌گیری از جاهای مختلف نمونه باشد.

۳- تعیین حجم یک قطعه، طول، قطر خارجی و قطر داخلی نمونه ا ستوانه‌ای شکل را به و سیله کولیس ده بار اندازه‌گرفته و مقدار خوانده شده را در جدول (۴) یادداشت کنید.

۴- تعیین وزن یک قطعه، جرم اســـتوانه‌ای فلزی را ۵ بار با ترازویی که صـــفر آن تنظیم شـــده اندازه‌گیری کرده و در جدول (۵) یادداشت کنید.

۵- تعیین تقعر شیشه ساعت، برای اندازه‌گیری تقعر ابتدا سه پایه ثابت تقر سنج را رو **شیشه ســـاعت** قرار داده با چرخاندن محور متحرک انتهای آن را بر ســـطح مورد نظر مماس می کنیم. در این و ضعیت تقعر سنج فا صله بالاترین نقطه سطح **شیشه ساعت** از صفحه سه پایه ثابت (h) را نشان می دهد. h (اختلاف ارتفاع محورهای ثابت و متحرک تقعر سنج) را ۱۰ بار اندازه‌گیری کرده و در جدول (۶) یادداشـــت کنید. فاصـــله محورهای ثابت و متحرک تقعرســـنج (r) را نیز ۱۰ بار اندازه‌گیری کرده و در جدول(۶) یادداشت کنید. لازم به ذکر است که می‌توان با استفاده از تقعرسنج ضخامت یک ورقهٔ کوچک را نیز اندازه گرفت.

خواسته‌ها

توجه: *خواسته‌های زیر را با توجه به ترتیب مشخص شده در سایت (فرمت گزارش کار نمونه)، وارد گزارش کار کرده و پاسخ دهید* (*http://physics.sharif.edu/~genphyslabs1/manual/sample.pdf*).

در تمام مراحل در نوشتن تعداد ارقام با معنی اعداد اندازه‌گیری شده و یا محاسبه شده دقت نمایید.

۱. تحلیل داده های جدول (۳): **الف)** مقادیر میانگین، انحراف معیار و نیز انحراف معیار میانگین مربوط به ضخامت هر دو ورقه را محاسبه کنید. ضخامت هر ورقه را به صورت $d = \bar{d} \pm \alpha$ (که در آن $\bar{d}$ و α به ترتیب میانگین و انحراف معیار میانگین می‌باشد) بنویسید. **ب)** چه خطاهایی در این مرحله وجود دارد؟ آیا خطاهای تصادفی در این اندازه‌گیری زیاد است؟ با زیاد کردن تعداد اندازه‌گیری‌ها انحراف معیار و انحراف معیار میانگین چگونه تغییر می‌کند؟

۲. تحلیل داده‌های جدول (۴): **الف)** میانگین، انحراف معیار و نیزانحراف معیار میانگین را برای قطر و طول پوستهٔ استوانه‌ای را محاسبه کنید. هر یک از مقادیر قطر (خارجی و داخلی) و طول را به صورت $X = \bar{X} \pm \alpha$ بیان کنید. **ب)** با استفاده از انحراف معیار میانگین مربوط به قطر داخلی و خارجی و طول استوانه به عنوان خطای آن کمیت‌ها، انحراف معیار میانگین حجم پو ستهٔ ا ستوانه‌ای را محا سبه کنید و به صورت $V = \bar{V} \pm \gamma$ بیان نمائید. **ج)** چه خطاهایی در این مرحله وجود دارد؟ آیا خطاهای تصادفی دراین اندازه‌گیری زیاد است؟

۳. تحلیل داده‌های جدول (۵): میانگین، انحراف معیار و انحراف معیار میانگین جرم را بدست آورید. جرم را به صورت $W = \bar{W} \pm \alpha$ بیان کنید.

۴. تحلیل داده های جدول(۶): میانگین، انحراف معیار و انحراف معیار میانگین مربوط به اختلاف ارتفاع محورهای ثابت و متحرک و فاصله محورهای ثابت و متحرک تقعرسنج را بدست آورده و آنها را به ترتیب به صورت $h = \bar{h} \pm \mu$ و $r = \bar{r} \pm \eta$ بیان کنید. شعاع سطح کروی مورد نظر را محاسبه کرده و به صورت $R = \bar{R} \pm \sigma$ بیان کنید.

جدول‌های آزمایش شمارهٔ ۱
اندازه‌گیری طول و جرم و تقعر

جدول ۱ - خطای صفر

مقدار خوانده شده برای صفر کولیس						= میانگین
مقدار خوانده شده برای صفر ریزسنج						= میانگین
مقدار خوانده شده برای صفرتقعرسنج						= میانگین

جدول ۲ - شمارهٔ نمونه‌ها

نمونه	شماره
استوانه فلزی	
ورقهٔ فلزی	
ورقهٔ پلکسی	

جدول شمارهٔ ۳ - اندازه‌گیری ضخامت ورقه‌ها

ضخامت ورقهٔ فلزی (x)							
ضخامت ورقه پلکسی(y)							

جدول ۴ - اندازه‌گیری ابعاد نمونه استوانه‌ای

قطر خارجی (a)							
قطر داخلی (y)							
طول (1)							

جدول ۵ - جرم نمونهٔ استوانه‌ای

جرم استوانه (m)					

جدول ۶ - اندازه‌گیری تقعر

فاصله محورهای ثابت و متحرک							
اختلاف ارتفاع محورهای ثابت و متحرک تقعرسنج							

آزمایش شمارهٔ ۲

اندازه‌گیری چگالی به روش ارشمیدس و اندازه‌گیری زمان عکس‌العمل شخص II

مقدمه

در این جلسه اندازه‌گیری و تحلیل داده‌ها با دو آزمایش اصل ارشمیدس و اندازه‌گیری زمان واکنش شخص مد نظر است. هدف از آزمایش اول، آموزش رسم خط و تحلیل آن با توجه به پارامترهای یک خط و محاسبهٔ خطای آن پارامترها می‌باشد. هدف آزمایش بعدی آموزش توزیع اندازه‌گیری‌ها، تحلیل توزیع، محاسبهٔ خطای معیار و خطای معیار میانگین و تاثیر تعداد اندازه‌گیری‌ها بر مقدار خطا می‌باشد. در آزمایش اصل ارشمیدس چگالی جسم با توجه به نیروی وارد به آن از طرف شاره مورد بررسی می‌شود. آزمایش دوم، اندازه‌گیری زمان واکنش انسان می‌باشد.

اندازه‌گیری چگالی به روش اصل ارشمیدس (قسمت اول)

اگر شما سعی کنید توپ فوتبال یا بسکتبال را در آب فرو ببرید مشاهده خواهید کرد که نیرویی عمودی مانع از فرو رفتن آن در آب می‌شود که به آن نیروی شناوری نیز گفته می‌شود. به این نیرو که از طرف شاره به طرف بالا به جسم وارد می‌گردد اصل ارشمیدس گفته می‌شود که بیان می‌کند " بزرگی نیروی شناوری همیشه برابر با وزن مایعی است که توسط جسم غوطه‌ور جابه‌جا می‌شود". لازم به ذکر است که این نیرو همیشه در خلاف جهت نیروی گرانشی است.

منشاء این نیرو از اختلاف فشار پایین و بالای جسم غوطه‌ور در شاره ناشی می‌شود. همانطوری که از شکل نیز معلوم است اگر جسم در شاره با چگالی ρ غوطه‌ور شود نیروی وزن آن را به طرف پایین می‌کشد و نیروی شناوری آن را به طرف بالا می‌راند. اختلاف فشار بین وجه پایین و بالای مکعب (ارتفاع h) با توجه به شکل ۱ برابر است با :

$$\Delta P = \rho g h \qquad (۱)$$

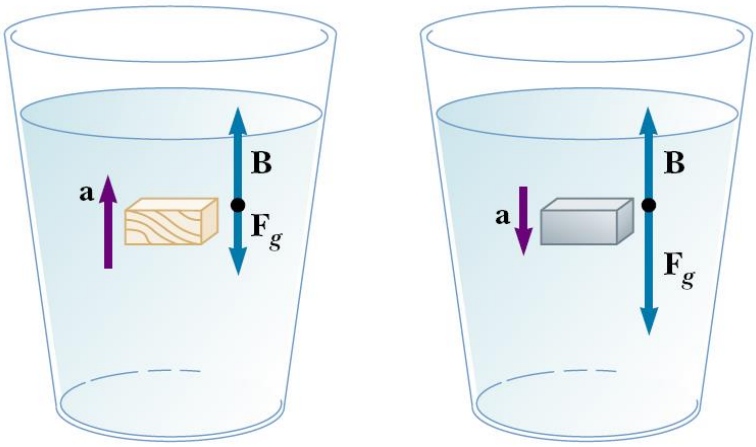
حال اگر طرفین معادلهٔ فوق را در سطح مقطع جسم A ضرب کنیم داریم:

$$\Delta PA = \rho g hA \qquad \begin{cases} \Delta PA = B \\ hA = V \end{cases} \Rightarrow B = \rho g V \qquad (۲)$$

با توجه به شکل ۱، B همان نیرویی است که از طرف شاره به جسم وارد می‌شود و V نیز حجم جسم کاملاً غوطه‌ور شده و نیز حجم شارهٔ جابه‌جا شده می‌باشد. اگر نیروی وزن جسم را برابر با $F_g = Mg = \rho_\circ Vg$ در نظر بگیریم اختلاف نیروها برابر خواهد بود با

$$B - F_g = (\rho - \rho_\circ)Vg \qquad (۳)$$

از این معادله به راحتی در می‌یابیم که اگر چگالی جسم کمتر از مایع باشد نیروی وارده به طرف بالا خواهد بود و جسم شناور خواهد شد و بر عکس اگر چگالی جسم بیشتر از مایع باشد در مایع غرق خواهد شد. جهت حرکت و شتاب وارد به جسم در شکل نشان داده شده است. برای کسب اطلاعات بیشتر به کتاب فیزیک هالیدی، فصل مکانیک شاره‌ها (فصل ۱۵) مراجعه کنید.



شکل ۱ [هالیدی، رزنیک، فصل ۱۵، ص ۴۶۷]

روش انجام آزمایش

وسایل مورد نیاز

۱- نیرو سنج با دو دامنهٔ ماکزیمم ۱ و ۲/۵ نیوتونی
۲- پایه و گیره برای نگه داشتن نیرو سنج
۳- بشر ۵۰۰ میلی لیتری
۴- جک برای بالا و پایین آوردن بشر آب

برای آشنایی اولیه با روش انجام آزمایش به سایت آزمایشگاه مراجعه نموده و مراحل انجام آزمایش را در گزارش تصویری مشاهده نمایید. *http://physics.sharif.edu/~genphyslabs1/002.htm*

بشر را تا اندکی بیشتر از نصف آن پر می‌کنیم و آن را روی جک قرار می‌دهیم. لازم به ذکر است که جک بایستی در پایین‌ترین ارتفاع خود قرار گیرد. سپس با توجه به سطح آب در بشر، ارتفاع نیروسنج آویزان از پایه را با توجه به مقدار وزنه طوری تنظیم می‌کنیم که وزنه بالای سطح آب قرار گیرد. در این حالت مقدار نیروی نشان داده شده (T_1) را از نیروسنج خوانده و در جدول ۱ یادداشت می‌کنیم. سپس جک را به آرامی بالا می‌بریم به طوری که جسم کاملاً داخل آب قرار گیرد (شکل۲) نیروی T_2 را در این حالت خوانده و در جدول ۱ یادداشت می‌کنیم. این آزمایش را برای تمام وزنه‌های شمارهٔ ۱ تا ۱۰ با توجه به دامنهٔ نیروسنج (جدول ۱) انجام می‌دهیم.

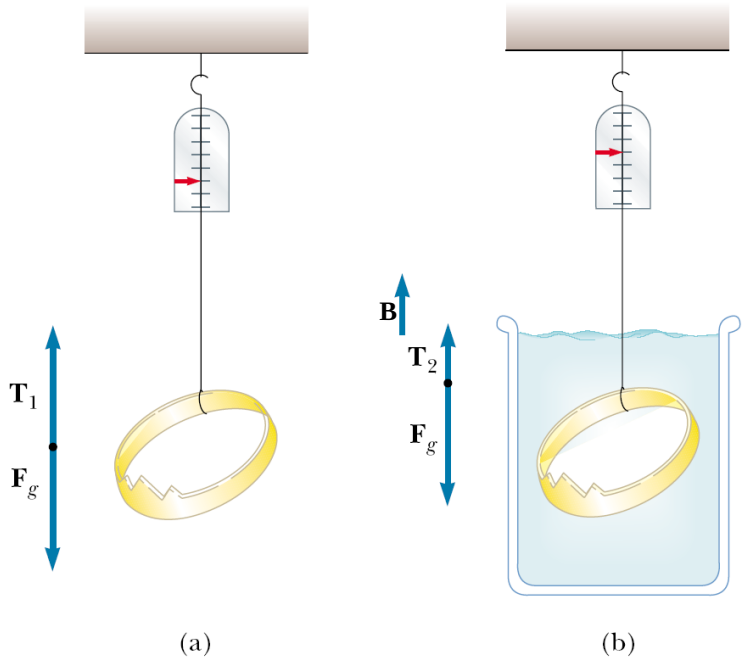
اختلاف دو نیروی خوانده شده برابر با نیروی شناوری خواهد بود. از رابطهٔ ۳ داریم:

$$V = M/\rho_{metal} \Rightarrow \begin{cases} T_1 - T_2 = B \\ B = \rho_{water}\, gV \end{cases} \Rightarrow B = \rho_{water}\, gM/\rho_{metal} \qquad (۴)$$

$$M = \frac{\rho_{metal}}{\rho_{water} g} B \qquad (۵)$$

شتاب گرانشی زمین ۹/۷۸ متر بر مجذور ثانیه و چگالی آب ۱۰۰۳/۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب[۱](در دمای ۲۷ درجه) در نظر بگیرید.

[۱] HANDBOOK OF CHEMISTRY AND PHYSICS, College Edition, 50th Edition.1970



شکل ۲ [هالیدی، رزنیک، فصل ۱۵، ص ۴۶۸]

خواسته‌ها (قسمت اول)

توجه: خواسته‌های زیر را با توجه به ترتیب مشخص شده در سایت (فرمت گزارش کار نمونه)، وارد گزارش کار کرده و پاسخ دهید (http://physics.sharif.edu/~genphyslabs1/manual/sample.pdf).

۱- نمودار M بر حسب F را رسم نموده، شیب خط و عرض از مبداء را با روش میانگین مربعات بدست آورید.

۲- با توجه به شیب خط چگالی فلز را حساب کنید.

۳- ضریب رگرسیون برای نمودار چقدر می‌باشد، معنی آن را توضیح دهید.

۴- با استفاده از شیب خط و خطای آن، خطا در اندازه‌گیری چگالی فلز را بدست آورید.

۵- خطای عرض از مبداء را حساب کرده و آن را با مقداری که از نمودار به دست می‌آورید مقایسه کنید.

آزمایش اندازه‌گیری زمان عکس‌العمل شخص (قسمت دوم)

هدف از این آزمایش آشنا کردن دانشجو با اندازه‌گیری‌های اتفاقی، برای مثال اندازه‌گیری زمان عکس‌العمل شخص می‌باشد. به این ترتیب که به تعداد زیادی اندازه‌گیری ثبت شده و سپس توزیع آنها تحلیل می‌شود. طبیعی است که نتیجهٔ چنین اندازه‌گیری‌هایی یکی نخواهد شد و بایستی با توجه به فراوانی دادها یعنی تعداد تکرار عدد هر اندازه‌گیری، تحلیلی متناسب با آن در نظر گرفت. این آزمایش از لحاظ تحلیلی مشابه آن است که مثلاً ۱۰۰ قوطی کبریت به طور اتفاقی از تولیدات کارخانه انتخاب کرده و چوب‌های آن را بشماریم و آنها را با توجه به فراوانی‌شان دسته‌بندی کنیم و نمودار توزیع آن را رسم کنیم. اغلب چنین توزیع‌هایی در طبیعت، توزیع گوسی هستند.

روش کار با دستگاه اندازه‌گیری زمان عکس‌العمل : ۱- ابتدا دکمهٔ *on/off* در پشت دستگاه را زده تا دستگاه روشن شود. ۲- با توجه به علامت‌های مشخص شده بر روی *LCD* دو حالت را می‌توانید جهت استفاده از دستگاه انتخاب کنید:

۱- حالت ۱، حالت تست دستی: با زدن دکمهٔ ↑ دستگاه در حالت دستی قرار می‌گیرد که برای کار در این حالت دکمهٔ *start* در دست نفر اول بوده و دکمهٔ *stop* در دست نفر دوم که قرار است زمان واکنش او اندازه‌گیری شود. با فشردن *start* توسط نفر اول *LED* ها روشن شده و نفر دوم باید بلافاصله کلید *stop* را زده تا زمان ثبت شود. برای تکرار این کار از راهنمای روی *LCD* کمک بگیرید.

۲- حالت ۲، شروع تصادفی : برای این حالت پس از روشن کردن دکمهٔ ↓ را فشار دهید. این حالت مشابه حالت اول است با این تفاوت که در این حالت با زدن کلید *start* بلافاصله *LED* روشن نخواهد شد بلکه با یک فاصلهٔ زمانی تصادفی روشن می‌شود. بقیه مراحل طبق راهنمای روی *LCD* انجام می‌شود. این اطلاعات و نیز مقدار میانگین در دستگاه ذخیره می‌شود.

روش انجام آزمایش

برای انجام آزمایش و داده‌گیری چند بار تمرین کنید تا کار با دستگاه را یاد بگیرید. سپس دستگاه را در حالت شروع تصادفی قرار داده یکی از اعضاء گروه *start* و دیگری به محض روشن شدن *LED*ها *stop* را فشار دهید و زمان‌های به‌دست آمده را در جداول مربوط یادداشت کنید. دستگاه بعد از ۲۰ تکرار متوقف می‌شود و برای تکرار بیشتر باز از اول شروع کنید (توجه کنید که این یک مسابقه نیست؛ عجله نکرده و سعی در پیش‌بینی زمان شروع نکنید وکلیدها را محکم نزنید، که در این‌صورت کلیدها خراب خواهند شد. کاملاً با طمانینه آزمایش را انجام دهید تا زمان واکنش صحیح را بدست آورید). به تعداد حداقل ۶۰ زمان را اندازه گرفته و در جدول ۲ وارد کنید. این آزمایش را برای دست دیگر تکرار کنید و در جدول ۳ یادداشت نمائید.

راهنمائی: برای تحلیل این داده‌ها آنها را وارد برنامهٔ *Excel* کرده و با استفاده از گزینهٔ در برنامهٔ *Excel* اعداد را از کوچک به بزرگ و یا بر عکس مرتب کنید. مقدار ماکزیمم و مینیمم را برای داده‌های خود به دست آورید و فاصلهٔ آنها را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنید (داده‌های غیرمنطقی را در نظر نگیرید). تعداد داده‌ها را در هر بازه بدست آورید و نتایج را در جدول مشابه ۴ مرتب کنید و متناظر با جداول داده‌ها، آنها را به ترتیب *H2* و *H3* بنامید.

خواسته‌ها (قسمت دوم)

۱- توزیع برای داده‌های بدست آمده را با توجه به جدول‌های *H2* و *H3* رسم کنید.

۲- انحراف معیار استاندارد و میانگین را برای جدول‌های *H2* و *H3* بدست آورده و معنی آنها را ذکر کنید (می‌توانید از نرم‌افزارهای برازش منحنی نیز مثل *TableCurve* ، *Origin* ، *SigmaPlot* استفاده کنید).

۳- آیا رفتار آماری داده‌های مربوط به دو آزمایشگر باهم متفاوتند؟

جدول‌های آزمایش شمارهٔ۲

اندازه‌گیری چگالی به روش ارشمیدس و اندازه‌گیری زمان عکس‌العمل شخص

جدول ۱

نیروسنج ۱ نیوتونی			نیروسنج ۲/۵ نیوتونی						
شماره استوانه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
T_1									
T_2									
$B=T_1-T_2$									
$M(g)$									

جدول ۲- زمان واکنش اندازه‌گیری شدهٔ نفر اول

نام آزمایشگر داده‌های جدول:

جدول۳- زمان واکنش اندازه‌گیری شدهٔ نفر دوم

نام آزمایشگر داده‌های جدول:

جدول ۴

فراوانی	بازه‌های زمانی
	۱۰۵-۱۰۱
	۱۱۰-۱۰۶
	۱۱۵-۱۱۱
	۱۲۰-۱۱۶
	۱۲۵-۱۲۱
	.....
	۳۰۰-۲۹۶

توجه

دانشجوی گرامی، آزمایش اندازه‌گیری زمان واکنش به منظور آشنائی شما با مفاهیم آماری و اندازه‌گیری‌های تجربی طراحی شده است. این آزمایش همچنین شما را با تاخیر زمانی در واکنش شما به عوامل خارجی آشنا می‌کند. قرار است که بر اساس نتایج به دست آمده از این آزمایش، پژوهشی در رابطه با اختلاف زمان واکنش میان دست راست و چپ، و مقایسهٔ آن در بین افراد راست دست و چپ دست انجام گیرد. در نتیجه، نتایج آزمایش شما (در صورت موافقت شما) به این منظور مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

در صورت تمایل به مشارکت در این پژوهش، خواهشمندیم فرم زیر را پر کرده و همراه با نتایج آزمایش تحویل نمائید. بدیهی است که اطلاعات خواسته شده در فرم، فقط به منظور تحقیق آماری استفاده خواهد شده و محفوظ خواهد ماند.

- به اعتقاد خودتان، شما چپ دست ☐ راست دست ☐ هستید.
- برای نوشتن از کدام دست استفاده می‌کنید؟ چپ ☐ راست ☐ هر دو ☐
- در هنگام قیچی کردن، قیچی را در کدام دست می‌گیرید؟ چپ ☐ راست ☐ هر دو ☐
- آیا در خانوادهٔ شما فرد چپ دستی وجود دارد؟ بلی ☐ خیر ☐

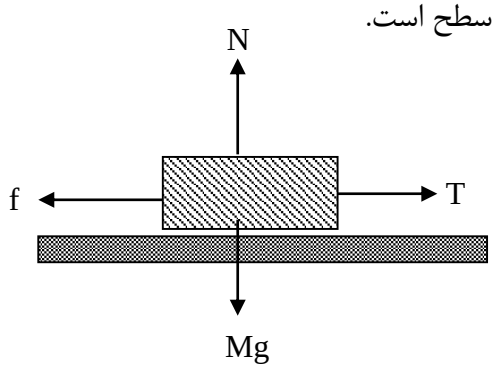
آزمایش شماره ۳

اصطکاک

وقتی جسمی بر روی جسم دیگر می‌لغزد نیروی مقاومی در سطح تماس دو جسم، در خلاف جهت لغزش پدید می‌آید که آن را نیروی اصطکاک می‌نامند. این نیرو در اثر ناهمواری‌های بسیار کوچک موجود در سطوح تماس پدید می‌آید. وجود نیروی اصطکاک در بعضی موارد بسیار لازم و ضروری می‌باشد؛ از جمله هنگام راه‌رفتن، پیچیدن اتومبیل‌ها در جاده‌ها، برای متوقف کردن حرکت و ... . ولی در بعضی موارد اصطکاک یک نیروی مزاحم است؛ چرا که سبب اتلاف انرژی و کم شدن بازده کار می‌گردد. لذا در این موارد باید اصطکاک را کوچک و یا حذف کرد. پس این نیرو را باید شناخت.
هدف آزمایش: مطالعهٔ قوانین حاکم بر نیروی اصطکاک و اندازه‌گیری ضریب اصطکاک بین دو سطح با روش‌های مختلف.

نظریه

وقتی جسمی را به طور افقی به وسیله یک ریسمان بدون جرم بکشیم نیروهایی مطابق شکل (۱) به جسم وارد می شوند که در آن T نیروی کشش ریسمان، f نیروی اصطکاک، Mg نیروی وزن و N نیروی عکس‌العمل عمودی سطح است.



شکل ۱ - جسم روی سطح افقی

واضح است که چون جسم در امتداد عمودی شتابی ندارد $Mg=N$. حال اگر T بزرگتر از یک مقدار معینی باشد، جسم در امتداد افق شتاب خواهد گرفت. در این حالت نیروی اصطکاک (جنبشی، f_k) مقدار ثابتی خواهد داشت. اگر T به گونه‌ای باشد که جسم حرکت بدون شتاب، یعنی با سرعت ثابت انجام دهد، در این صورت $T=f_k$ خواهد بود و لذا می‌توان با اندازه‌گیری نیرویی که در حرکت بدون شتاب به جسم وارد می‌شود، مقدار نیروی اصطکاک جنبشی را اندازه گرفت.
اگر به جسم نیروی کششی وارد شود ولی جسم در حال سکون باشد و حرکتی را آغاز نکرده باشد، نیروی اصطکاک آنرا ایستایی می‌نامند. در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی، تابع T است و با بزرگ شدن T افزایش می‌یابد و به تدریج به مقدار بیشینهٔ خود که با f_{smax} نشان می‌دهند، می‌رسد. در این حالت افزایش بیشتر T موجب خواهد شد که جسم از حال سکون خارج شده و حرکت کند.

آزمایش نشان می‌دهد که همیشه f_k کوچکتر از f_{smax} ، بیشینهٔ **نیروی اصطکاک ایستایی**، است. همچنین آزمایش نشان داده است که مقادیر f_k و f_s متناسب با نیروی عمود بر سطح دو جسم هستند.

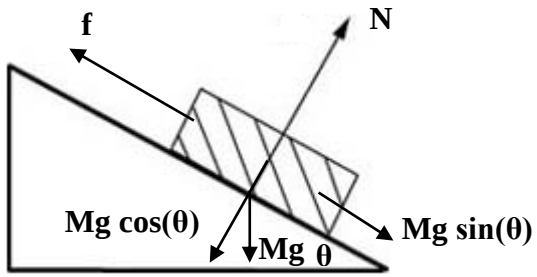
لذا می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$f_k = \mu_k N \quad , \quad f_s = \mu_s N$$

در این روابط μ_s و μ_k به ترتیب ضریب اصطکاک ایستایی و ضریب اصطکاک جنبشی نامیده می‌شوند که $\mu_s > \mu_k$ است.

به طور کلی قوانین حاکم بر نیروی اصطکاک را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

۱- نیروی اصطکاک متناسب با نیروی عمود بر سطح دو جسم است
۲- ضریب اصطکاک مستقل از مساحت سطح لغزنده است
۳- ضریب اصطکاک مستقل از سرعت جسم لغزنده است
۴- ضریب اصطکاک با جنس و کیفیت سطوح تماس، رابطه دارد.



شکل ۲ - جسم روی سطح شیب دار

در شکل (۲)، وقتی جسم در آستانه حرکت است داریم:

$$Mg\sin\theta_s - f_s = 0 \;\rightarrow\; f_s = Mg\sin\theta_s \qquad (۱)$$

$$N - Mg\cos\theta_s = 0 \rightarrow N = Mg\cos\theta_S \qquad (۲)$$

از طرف دیگر طبق تعریف برای بیشینهٔ f_s (آستانهٔ لغزش) می‌توان نوشت، $f_s = \mu_s N$ (از این به بعد منظور از f_s همان مقدار بیشینهٔ آن می‌باشد که در آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌کنیم) با جایگزین کردن N از رابطهٔ (۲) خواهیم داشت،

$$f_s = \mu_S Mg\cos\theta_S \qquad (۳)$$

بنابراین با جایگزینی در رابطه (۱) داریم،

$$\mu_s M\, g\cos\theta_s = Mg\sin\theta_s$$

$$\mu_s = \tan\theta_s \qquad (۴)$$

حال اگر جسم در اثر نیروی وزنش با سرعت ثابت روی سطح به پایین بلغزد، به طور مشابه برای ضریب اصطکاک لغزشی خواهیم داشت:

$$\mu_k = \tan\theta_k \qquad (۵)$$

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز

۱- سطح شیب‌دار با زاویهٔ شیب قابل تنظیم ۲- برهٔ فلزی با جنس سطوح متفاوت ۳- منبع تغذیه ۵ ولتی ۴- جاوزنه‌ای ۵- وزنه‌های کوچک و بزرگ.

برای آشنایی اولیه با روش انجام آزمایش به سایت آزمایشگاه مراجعه نموده و مراحل انجام آزمایش را در گزارش تصویری مشاهده نمایید. http://physics.sharif.edu/genphyslabs1/002.htm

۱- اندازه‌گیری ضریب اصطکاک جنبشی بین دو جسم در حالت افقی

یک بره با جنس سطوح متفاوت در اختیار شما قرار دارد. ابتدا سعی کنید سطوح را تمیز و سطح شیب‌دار را کاملاً افقی کنید.

سعی کنید تمام آزمایش‌ها را در یک محدوده معین از سطح بره انجام دهید. زیرا ممکن است در قسمت‌های مختلف سطح، اصطکاک‌ها متفاوت باشند. حال بره را از طرف سطح آلومینیومی، روی سطح چوبی روکش شده قرار دهید. سپس با قرار دادن وزنه‌های معین بر روی آن، برای حرکت یکنواخت قطعه نیروی کشش نخ را بر حسب نیوتن بدست آورید.

برای این‌کار طبق جدول ۱ وزنه‌های ذکر شده را روی بره قرار دهید. سپس به جاوزنه‌ای که از طریق نخی به قطعه چوبی و صل شده است آنقدر وزنه اضافه کنید تا با زدن ضربه‌های کوچک با چکش پلاستیکی به سطح، بره با سرعت یکنواخت شروع به حرکت کند. در این حالت اندازه نیروی کشش نخ را که برابر است با وزن وزنهٔ اضافه شده به جاوزنی بعلاوهٔ وزن جاوزنه‌ای در جدول ۱ یادداشت کنید. در این آزمایش از جرم نخ و اصطکاک قرقره صرف نظر شده است. وقتی برای تمام وزنه‌های خواسته شده این کار را انجام دادید، تخته را برگردانده و سطح بره را این بار روی سطح چوبی بدون روکش قرار دهید و آزمایش را تکرار کنید. جدول ۱ را کامل کنید. وزن بره را نیز با ترازو اندازه گرفته و یادداشت نمایید.

۲- اندازه‌گیری ضریب اصطکاک از طریق شیب دادن سطح

برای انجام آزمایش ابتدا به نکات زیر توجه کنید:

۱. برای تغییر شیب سطح از کلید دو وضعیتی که در کنار پایه اصلی نصب شده استفاده نمایید. با تغییر جهت کلید، شیب سطح کم و یا زیاد می شود.
۲. برای خواندن زاویه از نقاله ای که کنار سطح شیب دار نصب شده استفاده نمایید.
۳. برای وارد کردن ضربه‌های آهسته به سطح برای انجام آزمایش‌های مربوط به ضریب اصطکاک جنبشی از چکش پلاستیکی استفاده شود.
۴. قبل از انجام آزمایش منبع تغذیهٔ موتور سطح شیب دار را به دستگاه وصل کرده و آن را روشن کنید.
۵. دقت کنید در حین انجام آزمایش بره از روی سطح شیب دار خارج نشود.

۶. از قرار دادن اشیاء دیگر، علامت گذاشتن و لمس کردن سطح قطعه چوبی، خودداری شود.

الف) **اندازه‌گیری** μ_k : برهٔ را روی سطح شیب‌دار قرار دهید و کفه را از آن جدا کنید. سطح بره را روی سطح چوبی بدون روکش گذاشته به آرامی شیب سطح (θ_k)را زیاد کنید تا جایی که با زدن ضربه‌های کوچک به سطح، بره با سرعت یکنواخت شروع به حرکت کند. در این حالت زاویه شیب سطح را از روی دستگاه خوانده و در جدول ۲ یادداشت کنید. حداقل ۳ بار آزمایش را تکرار کنید. در این حالت طوری شیب را تنظیم کنید که حرکت یکنواخت و یا با شتاب بسیار کم باشد.

ب)**اندازه‌گیری** μ_s : دوباره سطح را به حالت افقی برگردانید. سطح فلزی بره را روی قطعه چوبی بدون روکش گذاشته به آرامی سطح را آنقدر شیب دهید تا بدون ضربه زدن به سطح، بره شروع به حرکت کند. این کار را نیز ۳ بار انجام دهید و داده‌ها را در جدول ۲ یادداشت کنید.

ج) مراحل (الف) و (ب) را برای سطح چوبی روکش شده تکرار کرده و جدول ۲ را کامل کنید.

۳- بررسی تغییر نیروی اصطکاک با تغییر مساحت سطح تماس

برهٔ را روی سطح شیب‌دار چوبی بدون روکش قرار داده و قطعه چوبی را، یک بار از طرف سطح فلزی با مساحت بیشتر و بار دیگر از طرف سطح فلزی با مساحت کمتر روی آن قرار دهید. با شیب دادن سطح، زاویهٔ شیب را برای دو حالت ایستایی و لغزشی، در هر مرحله بدست آورید. هر مرحله را ۳ بار انجام داده، داده‌ها را در جدول شمارهٔ ۳ یادداشت کنید.

۴- اندازه‌گیری ضریب اصطکاک از طریق تغییر شیب سطح

ابتدا سطح شیب‌دار را به حالت افقی درآورید. بره را روی سطح چوبی قرار دهید. کشش نخ را طوری تنظیم کنید که با زدن چند ضربه به سطح شیب دار بره به طور یکنواخت حرکت کند. مجموع وزن جاوزنه‌ای و وزنه‌ها را در جدول ۴ یادداشت کنید. حال شیب سطح را زیاد کنید تا با زدن ضربه به سطح وزنه‌ها در جهت مخالف حرکت کنند. زاویه سطح شیب‌دار را در جدول ۴ یادداشت کنید. این آزمایش را ۳ بار تکرار کنید. در این حالت طوری شیب را تنظیم کنید که حرکت یکنواخت و یا با شتاب بسیار کم باشد.

حال بدون ضربه زدن به سطح، آزمایش را انجام داده و نتایج را جدول ۴ وارد کنید.

خواسته‌ها

تحلیل داده‌های جدول ۱:

الف) منحنی تغییرات نیروی کشش نخ را بر حسب وزنه‌های اضافه شده به بره، در یک کاغذی میلی‌متری برای سطح شیب دار چوبی و روکش‌دار رسم کنید. اکنون معادلهٔ خط و با استفاده از آن ضریب اصطکاک مربوط به هر حالت را از روی منحنی بدست آورید. هر دو منحنی را در یک کاغذ میلی‌متری ولی با رنگ‌های مختلف رسم کنید.

ب) جرم بره را بدون آنکه وزن کنید از طریق امتداد هر یک از منحنی‌ها و تقاطع آنها با محورهای مختصات بدست آورید (m_{c1} و m_{c2}). رابطه ریاضی آن را بنویسید. چون خطاهایی در آزمایش وجود دارد به احتمال زیاد این دو جواب یکی نخواهد بود بنابراین برای تقریب بهتر جرم بره را میانگین این دو جرم در نظر بگیرید (m_c).

ج) جرم بدست آمده از طریق منحنی و جرم اندازه‌گیری شده به وسیله ترازو را با هم مقایسه کرده و درصد خطای نسبی (تفاوت نسبی) این دو مقدار را بدست آورید.

تحلیل داده‌های جدول ۲:

میانگین θ_k وθs رادر هر مرحله بدست آورید. با استفاده از رابطه‌های (۴) و (۵) ، μ_k و μ_s را محاسبه کنید. با استفاده از نتایج در مورد اثر جنس سطوح چه نتیجه‌ای می گیرید.

تحلیل داده‌های جدول ۳ :

میانگین θ_k وθs را در هر مرحله بدست آورید. با استفاده از رابطه‌های (۴) و (۵) ، μ_k و μ_s را محاسبه کنید. نتایج مربوط به سطح (۲) و (۳) را با هم مقایسه کرده و توضیح دهید که چرا انتظار می‌رود نتایج یکی شود؟ اگر اختلاف وجود دارد علت اختلاف را بیان کنید.

۵) ضرایب اصطکاک جنبشی و ایستایی را با استفاده از داده‌های جدول ۴ بدست آورده و نحوهٔ عملکرد آن روی سطح را با رسم کردن بردارهای نیرو، برای قبل و بعد از تغییر جهت حرکت، توضیح دهید.

سئوالات

۱) آیا نیروی اصطکاک ایستایی ثابت است؟

۲) چرا برای بدست آوردن ضریب اصطکاک جنبشی در آزمایش‌ها گفته شده است چند ضربه کوچک به سطح بزنید ولی در اندازه‌گیری ضریب اصطکاک ایستایی این کار را نباید بکنید؟

جدول‌های آزمایش شمارهٔ ۳

اصطکاک

جدول ۱- اندازه‌گیری ضریب اصطکاک جنبشی

وزنه‌های اضافه شده به بره(gr)	۱۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰	۹۰۰
نیروی اصطکاک سطح و سطح روکش دار					
نیروی اصطکاک سطح بره و چوب					

m = جرم مکعب با ترازو

جدول ۲- اندازه‌گیری ضریب اصطکاک جنبشی و ایستایی

	بره و سطح چوبی		بره و سطح روکش دار		
θ_k					
θ_S					

جدول ۳- بررسی اثر تغییر مساحت تماس بر اصطکاک

	سطح با مساحت کمتر بره و چوب		
θ_k			
θ_S			

جدول۴- اندازه‌گیری ضریب اصطکاک جنبشی و ایستابی
با استفاده از تغییر شیب سطح حرکت وزنه‌ها به سمت بالا

	بره و چوب		
θ_k			
کشش			
θ_S			
کشش			

آزمایش شمارهٔ ۴

سرعت، شتاب خطی و قانون دوم نیوتن

مقدمه

حرکت امری نسبی است. برای توصیف موقعیت و وضعیت حرکت یک جسم در فضا، تعریف یک دستگاه مختصات مرجع ضروری است. موقعیت یک نقطه در هر دستگاه مختصات با تعدادی مختصه معین می شود. مثلاً در دستگاه مختصات قائم، سه عدد یا به عبارتی دیگر سه مختصه x و y و z موقعیت یک نقطه را نسبت به مبدأ اختیار شده برای سه محور متعامد دستگاه مختصات مذکور معین می‌کند. واضح است مختصات یک نقطه که در حال حرکت است با زمان تغییر خواهد کرد. به عبارت دیگر مختصات آن نقطه تابعی از زمان می‌باشد. دو کمیت برداری مهم یعنی سرعت و شتاب می‌توانند تا حدودی چگونگی حرکت هر نقطه از فضا را تشریح کنند.

از دیدگاه عامه ممکن است استنباط‌های مختلفی از نیرو شود. ولی در فیزیک تعریف دقیق‌تری مورد نیاز است. نیرو تأثیری است که محیط بر جسم وارد می‌کند و آن را بر حسب شتابی که جسم در آن محیط می‌گیرد، اندازه می‌گیرند.

هدف آزمایش: اندازه‌گیری سرعت و شتاب در حرکت بر روی خط مستقیم و مطالعه رابطه بین نیرو، شتاب و جرم (قانون دوم نیوتن).

نظریه

اگر جسمی که بر روی یک خط مستقیم حرکت می‌کند در لحظهٔ t_0 در موقعیت x_0 (نسبت به مبدأ اختیار شده) باشد و در لحظه t در موقعیت x قرار گیرد، جابجایی آن $x-x_0$ خواهد بود. حال سرعت متوسط $(\bar{V})$ و سرعت لحظه‌ای (V) جسم به ترتیب به صورت:

$$\bar{V} = \frac{x - x_\circ}{t - t_\circ} \qquad (۱)$$

$$V = lim_{t \to t_\circ} \frac{x - x_\circ}{t - t_\circ} = \frac{dx}{dt} \qquad (۲)$$

تعریف می شوند. اگر آهنگ جابجایی جسم در یک بازهٔ زمانی $(\bar{V})$ در هر لحظه (V) ثابت باشد در حالت $t_0=0$ داریم:

$$x(t) = x_\circ + Vt$$

لذا در این حرکت که سرعت ثابت یا یکنواخت نامیده می‌شود، مکان (موقعیت) جسم به صورت خطی با زمان تغییر می‌کند. شتاب نیز آهنگ تغییر سرعت با زمان تعریف می‌شود. اگر سرعت جسم در لحظهٔ t_0 برابر V_0 و در لحظه t برابر V باشد، شتاب متوسط $(\bar{a})$ و شتاب لحظه‌ای (a) جسم به ترتیب به صورت:

$$\bar{a} = \frac{V - V_\circ}{t - t_\circ} \qquad (۴)$$

$$a = lim_{t \to t_\circ} \frac{V - V_\circ}{t - t_\circ} = \frac{dV}{dt} \qquad (۵)$$

تعریف می‌شوند.

اگر شتاب جسم ثابت باشد در حالت $t_\circ = 0$ برای سرعت لحظه‌ای جسم می‌توان نوشت:

$$V(t) = at + V_\circ \qquad (۶)$$

یعنی سرعت لحظه‌ای در حرکت شتاب ثابت تابعی خطی از زمان است

از این رابطه با توجه به تعریف سرعت می‌توان تابعیت مکان (موقعیت) جسم را با زمان به صورت زیر بدست آورد:

$$x(t) = x_\circ + V_\circ t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (۷)$$

همچنین می توان معادلهٔ مستقل از زمان را برای دو لحظهٔ متفاوت که سرعت های مختلفی دارند، به صورت زیر به دست آورد؛

$$2a(x_2 - x_1) = V_2^2 - V_1^2 \qquad (8)$$

طبق قانون اول نیوتن، اگر به جسمی نیرو وارد نشود و یا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد، در صورتی که جسم در یک دستگاه مختصات (لخت) در حال سکون باشد، در همان دستگاه مختصات مرجع همواره به حالت سکون باقی خواهد ماند و اگر در حال حرکت باشد به حرکت خود بر روی خطی راست با سرعت ثابت ادامه خواهد داد.

قانون دوم نیوتن نیز در مورد حرکت بیان می‌کند که اگر برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر نباشد چه اتفاقی برای آن می‌افتد. طبق این قانون اگر یک نیروی خالص غیر صفر بر جسمی وارد شود، به جسم شتابی در جهت نیرو می‌دهد که اندازهٔ آن با اندازهٔ نیرو متناسب و با جرم جسم نسبت عکس دارد. شتاب می‌تواند ثابت و یا متغیر باشد. تابعیت شتاب یک جسم به مختصه‌ها، همان تابعیت نیرو به آن مختصه‌هاست. نیرو حداکثر می‌تواند تابعی از مختصه‌های مکان، زمان و سرعت باشد.

$$\begin{matrix} \vec{F} = \vec{F}(\vec{x}, t, \vec{v}) \\ \vec{F} = m\vec{a} \end{matrix} \quad \rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}(\vec{x}, t, \vec{v})}{m} = \vec{a}(\vec{x}, t, \vec{v}) \qquad (۸)$$

حال به یکی از آزمایش‌هایی که قانون دوم نیوتن را می‌توان از آن استنباط کرد، می‌پردازیم. جسمی را اختیار می‌کنیم و نیروی خالص و ثابت F را به آن وارد می‌کنیم، اندازه‌گیری شتاب مقداری برابر a_1 خواهد داد. اگر همان نیرو را بر جسم دیگری وارد کنیم، شتاب آن a_2 خواهد شد. حال اگر آزمایش را با نیروی دیگری تکرار کنیم، می‌بینیم که $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a'_2}{a'_1}$ که در آن a'_1 و a'_2 شتاب دو جسم در مرحلهٔ فرضی قبل به همان ترتیب است. برای اجسام دیگر نیز می‌توان به این نتیجه رسید.

بنابراین برای یک جسم مشخص می‌توان نوشت:

$$\vec{F} \ \alpha \ \vec{a} \qquad (۹)$$

و لذا،

$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{F} = m_1\vec{a}_1 = m_2 a_2 \rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = const. \qquad (۱۰)$$

رابطهٔ $\vec{F} = m\vec{a}$ بیان ریاضی قانون دوم نیوتن می‌باشد که در آن $\vec{F}$ (بردار) برآیند نیروهای وارد بر جسمی به جرم m می‌باشد و $\vec{a}$ (بردار) شتابی است که جسم در اثر نیرو پیدا می‌کند.

اگر به جسم معیار استاندارد (واحد کیلوگرم) نیرویی وارد کنیم، بطوری که شتاب $1\frac{m}{s^2}$ پیدا کند، بزرگی این نیرو را بر حسب تعریف یک نیوتن ($1N$ در سیستم SI) انتخاب می‌کنیم.

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز:

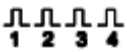
۱- ریل هوا با پایه ۲- شیر اتصال به پمپ هوا ۳- آغازگر حرکت ۴- زمان‌سنج الکترونیکی ۵- سنسور نوری ۶- خرطومی اتصال به پمپ هوا ۷- سره ۸- خط‌کش با دقت نیم میلی‌متر ۹- تیغه پایه‌دار $10\ cm$ ، $7\ cm$ ، $5\ cm$ ، $2cm$ (این اندازه‌ها تقریبی هستند و عرض قطعات را باید با خط‌کشی که در اختیارتان گذاشته شده است اندازه بگیرید) ۱۰- تعدادی وزنه سورخدار ($50\ g$) ۱۱- قرقره پایه‌دار ۱۱- نگهدارنده وزنه ۱۲- وزنه ۱۳- نخ .

برای آشنایی اولیه با روش انجام آزمایش به سایت آزمایشگاه مراجعه نموده و مراحل انجام آزمایش را در گزارش تصویری مشاهده نمایید. http://physics.sharif.edu/genphyslabs1/002.htm

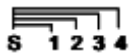
حرکت با سرعت ثابت

روش کار با زمان‌سنج:

زمان سنج مورد استفاده در این آزمایش حالت‌های (مدهای) کاری مختلفی دارد و هر حالت وظایف مخصوصی را انجام می‌دهد، در این آزمایش فقط دو حالت مورد استفاده را توضیح می دهیم:

حالت ۱) 

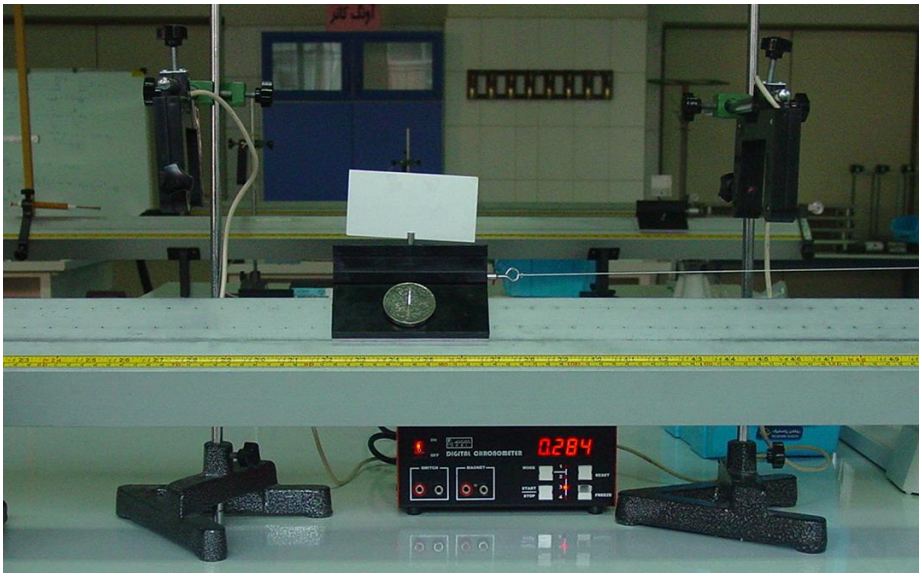
اندازه‌گیری زمان عبور طول تیغه از چهار سنسور نوری: در این حالت وقتی تیغه ارتباط نوری سنسور را قطع می کند زمان شروع می شود و با وصل شدن دوبارهٔ ارتباط نوری زمان متوقف می شود.

حالت ۲) 

- اندازه‌گیری زمان عبور یک جسم از تفنگ شروع کننده حرکت تا مکان چهار سنسور نوری: در این حالت با فشار دادن ضامن تفنگ فنری و ضربه به جسم و شروع حرکت زمان در هر چهار سنسور شروع می شود و با رسیدن تیغه به هر یم از سنسورها و قطع ارتباط نوری زمان در آن سنسور متوقف می شود.

۱. سنسورها را به ترتیب نزدیکی به تفنگ فنری که شروع کننده حرکت می باشد، به زمان‌سنج متصل کنید. دستگاه زمان‌سنج را روشن کرده و آن را *Reset* کنید.
۲. یکی از تیغه‌های پایه‌دار را بر روی یکی از سره‌ها سوار کنید، سره را بر روی ریل قراردهید.
۳. پمپ هوا را روشن کنید.

۴. ریل را با پیچاندن پیچ پایه‌ها، کاملاً تراز کنید. اگر ریل تراز باشد سره موجود بر روی ریل با وجود جریان هوا در ریل در هر مکانی ساکن می‌ماند.
۵. سنسور را با پایه و میله طوری آماده کنید که تیغه متصل به سره از میان دو شاخه سنسور عبور کند.
۶. دستگاه زمان‌سنج را روشن کنید و آن را *Reset* کنید.



شکل ۱- شمای کلی آزمایش

شکل ۲- نمای مقابل زمان‌سنج

با پیچاندن پیچ‌های پایه‌های ریل هوا، آن را طوری تنظیم کنید که سره به حالت ساکن روی آن در هر نقطه دلخواه با وجود روشن بودن پمپ هوا، قرار گیرد.

تیغه ۲ سانتی‌متری را روی سره نصب کنید و زمان‌سنج را در ***حالت ۱***(1 2 3 4) قرار دهید. سره را مقابل آغازگر حرکت (تفنگ فنری) قرار دهید و تفنگ فنری را تا انتها فشـــار داده و ســـره را در تماس با آن قرار دهید. آغازگر حرکت به سره نیرو (ضربه) وارد می‌کند و سره حرکت می‌کند. توجه کنید برآیند نیروهای وارد بر سره پس از آغاز حرکت صفر ا ست. مدت زمان جابجایی تیغه (Δt)را یادداشت کنید، هر آزمایش را چند بار تکرار کنید.

در مراحل بعد آزمایش را برای تیغه های ۲، ۵ و ۱۰ ســانتی‌متر تکرار و Δt را یادداشــت کنید. نتایج آزمایش را در جدول ۱ ثبت کنید (این اندازه‌ها تقریبی هســتند و عرض قطعات را باید با خط‌کشــی که در اختیارتان گذاشته شده است اندازه بگیرید).

زمان‌سنج را در ***حالت ۲***(S 1 2 3 4) قرار داده و فاصله‌های دو سنسور را به ترتیب ۱۵، ۳۰ ، ۴۵ ، ۶۰ و ۷۵ ســانتی‌متر قرار دهید و برای این حالت آزمایش را تکرار کنید. در این حالت فقط تیغه ۲ سانتی متری را روی سره قرار دهید و اختلاف زمان های دو سنسور نوری ۱و ۲ را در جدول ۲ وارد کنید.

حرکت با شتاب ثابت و قانون دوم نیوتن

دستگاه را مطابق آزمایش قبل آماده کنید و زمان‌سنج را در ***حالت ۱***(1 2 3 4)ر دهید. در این بخش از تفنگ فنری استفاده نمی شود. یک سر نخ را مطابق شکل ۱ به تیغه سوراخ‌دار و سر دیگر نخ را به نگهدارنده وزنه وصـــل کنید، طول نخ را طوری انتخاب کنید که نگهدارنده وزنه ضـــمن کشیدن سره از لبه میز تا کف آزمایشگاه جابه‌جا شود. وزنه شیاردار مناسب بر نگهدارنده وزنه و سره سوار کنید. تیغه ۲ سانتی متری را روی سره نصب کنید. سره را در نزدیکترین فا صله از سنسور نوری نگه دارید. به نحوی که بلافا صله پس از رها شدن سره، تیغه در جلوی سنسور قرار گیرد و شمارش زمان آغاز شود. پس از عبور از سنسور سره را با د ست بگیرید که به مانع قرقره برخورد نکرده و نشـــکند. مدت زمان جابجایی تیغه (Δt) که از ســـنســـور اول می خوانید را در جدول ۳ یادداشــت کنید، هر آزمایش را چند بار تکرار کنید. در مراحل بعد آزمایش را برای تیغه های ۲، ۵ و ۱۰ سانتی متر تکرار و Δt را یادداشت کنید.

حال به هر طرف سره یک وزنهٔ gr ۵۰ قرار دهید و نتایج آزمایش را در جدول ۴ وارد کنید.

جرم سره را همراه با تیغه‌های متصل به آن (M)، جرم وزنه‌های قرار داده شده روی سره (M_0)، جرم نگهدارنده وزنه (m_0) (جرمی که به سره شتاب می‌دهد) و جرم وزنه‌های قرار داده شده روی آن (m) را اندازه‌گیری و یادداشت کنید؛ بهتر است جرم شتاب دهنده کمتر از gr ۴۰ باشد.

در مرحله بعد (جدول ۵)، تنها از تیغه با کوچکترین طول (ΔX_1) اســتفاده می کنیم و در محاســبه سرعتهای V_1 و V_2 طول آن (ΔX_1) را در معادله محاسبه سرعت قرار می دهیم.

زمان‌سنج را در ***حالت ۱***(1 2 3 4) قرار داده و فاصله‌های دو سنسور را به ترتیب ۱۵، ۳۰ ، ۴۵ ، ۶۰ و ۷۵ ســانتی‌متر قرار دهید و برای این حالت آزمایش را با شــتاب ثابت و وزنه‌های مرحلهٔ اخیر (جدول ۴) تکرار کنید. زمان های نشان داده شده در دو سنسور ۱ و ۲ را در جدول ۵ وارد کنید.

خواسته‌ها

۱. با ا ستفاده از جداول ۱ و ۲ نمودار، مکان – زمان متحرک را ر سم کنید. و شیب نمودارها را بدست آورید، درباره مفهوم بزرگی شیب نمودار و خطای آن بحث کنید.

۲. با اســتفاده از جداول ۳، ۴ منحنی X بر حســب t^2 را رســم کنید. شــیب نمودارها را بدســت آورده، درباره شیب نمودار و خطای آن بحث کنید و با استفاده ازشیب نمودار، شتاب حرکت را تعیین کنید.

۳. با ا ستفاده از جدول ۵، منحنی X بر حسب اختلاف مجذور سرعت های V_1 و V_2 $(V_2^2 - V_1^2)$ را رسم کنید. شیب نمودار را بدست آورده، درباره شیب نمودار و خطای آن بحث کنید و با استفاده ازشیب نمودار، شتاب حرکت را تعیین کنید.

۴. می‌توان نشان داد که شتاب سیستم طبق قانون دوم نیوتن از رابطه زیر بدست می‌آید

$$a = \frac{mg}{M + M_0 + m}$$

حال با توجه به فرمول مقدار تئوری را بدست آورده و با مقدار تجربی مقایسه کنید؛ خطای نسبی چقدر است و علت خطاها را ذکر کنید.

جدول‌های آزمایش ۴

سرعت، شتاب و قانون دوم نیوتن

جدول ۱

$\Delta X\,(cm)$												
Δt												
$\Delta\bar{t}$												
$\bar{\upsilon}$												

جدول ۲

$\Delta X\,(cm)$	۱۵	۱۵	۱۵	۳۰	۳۰	۳۰	۴۵	۴۵	۴۵	۶۰	۶۰	۶۰	۷۵	۷۵	۷۵
Δt															
$\Delta\bar{t}$															
$\bar{\upsilon}$															

جدول ۳

$\Delta X\,(cm)$												
Δt												
$\Delta\bar{t}$												

$M_0=$

$m =$

جدول ۴

$\Delta X\,(cm)$												
Δt												
$\Delta\bar{t}$												

$M+M_0=$

$m =$

جدول ۵

$\Delta X\,(cm)$	۱۵	۱۵	۱۵	۳۰	۳۰	۳۰	۴۵	۴۵	۴۵	۶۰	۶۰	۶۰	۷۵	۷۵	۷۵
Δt_1															
Δt_2															
$\Delta\bar{t}_1$															
$\Delta\bar{t}_2$															
$V_1=$ $\Delta X_1(cm)$ / $\Delta\bar{t}_1$															
$V_2=$ $\Delta X_1(cm)$ / $\Delta\bar{t}_2$															

$M+M_0=$

$m=$

آزمایش شمارهٔ ۵

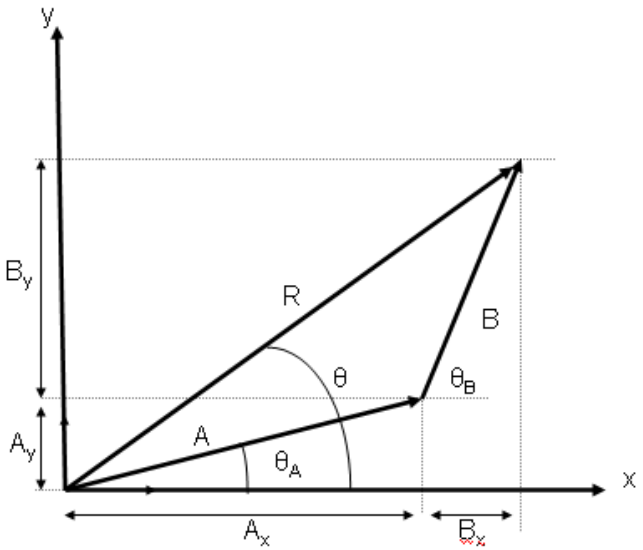
تعادل اجسام

در فیزیک کمیت‌هایی وجود دارد که اندازهٔ آنها به تنهایی اطلاعات کافی به ما نمی‌دهد. اما اگر چند مشـــخصـــهٔ مهم دیگر در مورد آن کمیت معلوم شـــود، آن کمیت دارای اطلاعات کامل و کافی برای تحلیل مســـألهٔ مورد مطالعه خواهد بود. کمیت‌هایی وجود دارند که علاوه بر اندازه، جهت نیز از مشخصه‌های آنها ست. این کمیت‌ها برداری خوانده می شوند. بردار را به صورت یک پیکان نشان می‌دهند. طول پیکان متناسب با اندازهٔ کمیت و جهت آن سوی عمل (اثر) کمیت برداری مورد نظر می‌باشد. جابجایی، سرعت، شتاب و نیروکمیت‌های برداری هستند. در این آزمایش تأکید ما بر بردار نیرو و آشنایی با عملیات ریاضی و محاسباتی با آن (به عنوان نمونه‌ای از کمیت بردار) است.

هدف آزمایش: در این آزمایش قانون جمع بردارها و شرط تعادل اجسام مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

نظریه

جمع بردارها، مجموع یا برآیند بردارها را به دو طریق ترسیمی و تحلیل می‌توان بدست آورد. برآیند دو یا چند بردار، برداری منفردی اســـت که همان اثر مجموعهٔ بردارهای قبلی را ایجاد می‌کند. به عنوان مثال، برآیند چند نیرو که به جســـمی اعمال شـــده اســـت همان اثری را بر مرکز جرم جســـم (مجموعه‌ای از ذرات) دارد که ترکیب اثر تک نیروهای مجموعهٔ اول داشت. همچنین برآیند گشتاور این نیروها حول یک محور دوران همان اثری را دارد که از ترکیب اثر گشـــتاور تک نیروها حاصـــل می‌شود. در شکل ۱ دو طریقهٔ جمع بردارها نمایش داده شده است.



شکل ۱- دو طریقهٔ جمع بردارها

در روش ترسیمی که خود به دو صورت متوازی‌الاضلاع و مثلثی می‌باشد، اندازه برآیند دو بردار که با هم زاویه α می‌سازند، از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$|\vec{R}|=\sqrt{|\vec{A}|^{۲}+|\vec{B}|^{۲}+۲|\vec{A}|.|\vec{B}|Cos\alpha} \qquad (۱)$$

در روش تحلیلی دو بردار را در یک دستگاه مختصات دکارتی رسم می‌کنیم. اندازه بردار برآیند و زاویهٔ آن با محور افقی OX از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$|\vec{R}|=\sqrt{(\sum R_x)^2+(\sum R_y)^2}\ ;\ \theta=Arctg\left(\frac{\sum R_y}{\sum R_x}\right) \qquad (۲)$$

تعادل انتقالی و دورانی، اعمال نیرو بر یک جسم (یا مجموعه‌ای از ذرات) به دو طریق سبب تغییر حالت حرکتی آن می‌شود:

۱- طبق $\sum\vec{F}=m\vec{a}$، سبب تغییر حرکت انتقالی مرکز جرم می‌شود،

۲- طبق رابطهٔ $\sum\vec{\tau}=I\vec{\alpha}$، سبب تغییر حرکت دورانی حول مرکز جرم (یا هر محور دوران دیگر) می‌شود.

در رابطهٔ دوم، $\sum\vec{\tau}$ برآیند گشتاور نیروهای اعمال شده به جسم می‌باشد که به صورت $\sum\vec{\tau}=\sum(\vec{r}_i\times\vec{F}_i)$ تعریف می‌شود و $\vec{\alpha}$ بردار شتاب زاویه‌ای $(\alpha=\frac{d^2\theta}{dt^2})$ ۲ و I لختی دورانی جسم حول محور دوران (معادل m که جرم و یا لختی انتقالی جسم است) می‌باشد.

اما تحت شرایط خاصی جسم می‌تواند تعادل داشته باشد. به این معنا که جسم هیچ تمایلی برای تغییر حرکت انتقالی و یا دورانی نداشته باشد. این شرایط عبارتند از:

$$\begin{aligned}\sum\vec{F}&=\vec{0}\\ \sum\vec{\tau}&=\vec{0}\end{aligned} \qquad (۳)$$

در این حالت اگر جسم در ابتدا بدون حرکت باشد به همان حالت سکون باقی خواهد ماند.

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز

۱- میزنیرو ۲- چهار قرقره ۳- خط‌کش یک متری چوبی ۴- نیروسنج ۵- دو پایهٔ فلزی همراه گیره‌های آن ۶- چهار جاوزنه‌ای (کفه) ۷- وزنه‌های کوچک ۸- ترازو ۹- تراز.

میز نیرو: میز نیرو صفحه فلزی دایره‌ای شکل است که محیط آن مدرج شده است. این صفحه روی میله قائمی پیچ شده است. میله قائم، خود بر روی سه پایه سنگین فلزی پیچ شده است. سه پایه فلزی در هر پایه خود، دارای پیچی است که با پیچاندن آنها می‌توان صفحه را کاملاً افقی نگاه داشت. جسمی که تعادل آن مورد نظر است حلقهٔ واقع در وسط میز است. نیروهای وارد بر حلقه، کشش‌های نخ‌هایی است که به این حلقه بسته شده‌اند. چون اصطکاک قرقره‌ها ناچیز است نیروی کشش هر نخ برابر با وزن وزنه‌ایی است که از نخ آویزان شده است.

توجه : برای کار با میز نیرو ابتدا با تنظیم پیچ‌های واقع در سه پایه و تراز، صفحهٔ میز را افقی نمایید.

۱- جمع بردارها و تعادل انتقالی،

(۱-الف) برآیند دو بردار: سه قرقره را انتخاب کنید و آنها را A، B و C بنامید. ابتدا قرقره‌های A و B را با زاویه ۹۰ درجه نسبت به هم قرار دهید. از نخ A وزنه‌ای به جرم حدود ۱۰۰ گرم و از نخ B وزنه‌ای به جرم حدود ۲۰۰ گرم آویزان نمایید.

آنگاه وزنه آویخته شده از قرقرهٔ C و محل آن را چنان انتخاب کنید که حلقه وسط میز در حالت تعادل باشد. در این حالت زاویه میان راستای نخ A و نخ C (زاویه θ) و اندازهٔ کشش نخ C را بر حسب گرم نیرو در جدول ۱ یادداشت نمایید.

توجه: در تمام مراحل آزمایش «وزنهٔ آویخته از هر نخ»، مجموع جرم کفه و جرم وزنه‌ای است که روی آن قرار می‌گیرد. برای دقت بیشتر جرم مجموعه را بر حسب گرم (که برابر با کشش هر نخ بر حسب گرم نیرو است) هر بار با ترازو اندازه‌گیری کرده و با دقت ۵ گرم در جدول ۱ ثبت کنید.

(۱- ب) تعادلی انتقالی: اکنون نخ A و B را با زاویه ۱۸۰ درجه نسبت به هم قرار دهید. از نخ A و B به ترتیب وزنه‌ای به جرم حدود ۱۰۰ گرم و ۲۰۰ گرم را آویزان کنید. قرقرهٔ C و قرقرهٔ چهارم، D را در طرفین دو قرقرهٔ A و B قرار دهید. آنگاه از نخ C وزنه حدود ۱۰۰ گرم و از نخ D کفه خالی به جرم حدود ۵۰ گرمی را آویزان کنید. حال با سعی و خطا زاویهٔ بین نخ A و C (α) و زاویهٔ بین نخ B و D (β) را چنان بدست آورید که حلقه وسط میز در حال تعادل کامل باشد. نتیجه را در جدول ۲ یادداشت نمایید. توجه کنید فقط یک حالت منحصر به فرد وجود ندارد.

۲- جمع بردارها و تعادل دورانی

در این مرحله از یک خط‌کش چوبی استفاده می شود. طول این خط‌کش یک متر است. در فاصله ۲۵ سانتیمتری از یک سر آن، تکیه‌گاه فلزی قرار دارد که بر روی شیارهای فلزی قرار می‌گیرد و نیروهای وارد بر خط کش چنان انتخاب می‌شود که خط کش حول محور فرضی که از تکیه‌گاه می‌گذرد تعادل دورانی داشته باشد و در این حالت خط کش به صورت افقی خواهد بود.

توجه : همواره برای اطمینان از حالت تعادل خط کش و افقی بودن آن، از تراز استفاده کنید و با تغییر راستای نیروسنج (در صورت امکان) و یا جابجا کردن آن روی پایه، سعی شود که حباب تراز وسط دو شاخص آن قرار بگیرد. برای این منظور تراز را روی خط کش قرار داده به طوری که مرکز جرم آن روی تکیه گاه قرار گیرد. به کمک تراز از افقی بودن خط کش اطمینان حاصل نمایید. در حالتی که خط کش افقی باشد حباب تراز درست وسط دو شاخص آن قرار می‌گیرد.

(۲- الف) تعیین جرم خط‌کش یا چگالی طولی آن: خط‌کش را از تکیه‌گاه خود، روی شیار فلزی که بر روی پایه و در ارتفاع ثابتی از میز آزمایشگاه است، قرار دهید. سپس نیروسنجی را از نقطه‌ای به فاصله ۱ سانتیمتری از سر دیگر خط‌کش متصل کنید. سر دیگر نیروسنج را به پایه دیگر متصل کنید. با حرکت دادن پایه دوم و همچنین حرکت دادن انتهای نیروسنج که به پایه متصل است، در راستای قائم، سعی کنید نیروسنج به صورت قائم قرار گیرد و خط‌کش در حال افقی (با تراز به دقت تنظیم شود) تعادل داشته باشد. عددی را که نیروسنج نشان می‌دهد، مقدار F را خوانده جدول ۳ را کامل کنید.

(۲- ب) تعادل خط کش۱: وزنه‌ای به جرم حدود ۵۵۰ گرم را به فاصله ۳۵ سانتیمتری سمت چپ تکیه‌گاه آویزان نمایید. سپس با حرکت دادن پایه دوم سعی کنید تعادل خط کش را در حالت افقی برقرار کنید. در این حالت F، عددی را که نیروسنج نشان می‌دهد و α، زاویه‌ای که راستای نیروسنج با امتداد قائم می‌سازد، در جدول ۴ یادداشت نمایید. برای اندازه‌گیری زاویه دو ضلع مثلث قائم الزاویه را با متر به دقت اندازه گرفته و زاویه را حساب کنید.

(۲- ج) تعادل خط‌کش۲: وزنه‌ای به جرم حدود ۶۵۰ گرم را در فاصله ۲۰ سانتی‌متری سمت راست تکیه‌گاه خط کش و وزنه‌ای حدود ۵۰۰ گرم را به فاصله ۳۵ سانتیمتری سمت چپ تکیه‌گاه آویزان کنید. با حرکت پایه دوم سعی کنید خط‌کش دوباره به حالت افقی درآید. در این حالت مقدار F، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد و β، زاویه‌ای که راستای نیروسنج با امتداد قائم می سازد، در جدول ۵ یادداشت کنید.

خواسته‌ها

برای رسم شکل‌ها از خط کش و ابزارهای ترسیمی مورد نیاز استفاده کنید.

۱- تحلیل داده‌های جدول ۱: نمودار آزاد سه بردار نیروی اعمال شده به حلقه را رسم کنید. با اعمال شرط تعادل، و با استفاده از مقادیر کشش نخ‌های A و B، نیروی کشش T_C و زاویه θ را با استفاده از روش ترسیمی و تحلیلی به دست آورید و با نتایج آزمایش مقایسه کنید.

۲- تحلیل داده‌های جدول ۲: چهار نیروی اعمال شده بر حلقه را رسم کنید. با استفاده از مقادیر کشش نخ‌ها، زوایای β,α را با استفاده از روش ترسیمی و تحلیلی به دست آورید و با نتایج آزمایش مقایسه کنید.

۳- تحلیل داده‌های جدول ۳: با اعمال شرط تعادل دورانی، جرم واحد طول خط‌کش را بدست آورید.

۴- تحلیل داده‌ها جدول ۴ و ۵: الف) نمودار آزاد نیروهای وارد بر خط کش را در مراحل (۲-ب) و (۲- ج) رسم کنید. شرط تعادل انتقالی و دورانی را (حول محوری مناسب) بنویسید. از این روابط با جایگزین کردن مقدار F از جدول در هر مرحله، زاویهٔ را محاسبه کنید و با مقدار اندازه‌گیری شده مقایسه نمایید.

ب) در مراحل (۲- ب) و (۲ – ج) نیروی عمودی وارد بر خط‌کش در تکیه‌گاه را محاسبه کنید. حداقل ضریب اصطکاک ایستایی رادر محل تکیه گاه برای برقراری این تعادل، با این فرض که اگر تکیه‌گاه یک سطح کوچک افقی و تخت می‌بود، بدست آورید.

سؤالات

۱) تفریق دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ را چگونه تعریف می‌کنیم؟

۲) آیا در مرحله اول آزمایش تحقیق رابطه $\sum\vec{\tau}=\vec{0}$ لزومی دارد؟ چرا؟

۳) چرا در تمام مراحل آزمایش (خصوصاً مرحلهٔ دوم، جمع بردارها و تعادل دورانی) خط‌کش را افقی قرار می‌دهید؟

۴) در مرحلهٔ اول آزمایش، آیا تحقیق رابطهٔ $\sum\vec{\tau}=\vec{0}$ فقط در مورد محور دوران O (تکیه‌گاه) باید صورت گیرد؟

جدول‌های آزمایش شمارهٔ ۵

تعادل اجسام

جدول ۱- برآیند دو بردار (نیرو)

$T_A(gr)$	$T_B(gr)$	$Tc(gr)$	θ

جدول ۲- تعادل انتقالی

$T_A(gr)$	$T_B(gr)$	$T_C(gr)$	$T_D(gr)$	α	β

جدول ۳- تعیین جرم خط‌کش

$F(N)$	$OA(cm)$

جدول ۴- تعادل خط‌کش (۱)

$F(N)$	α

جدول ۵- تعادل خط‌کش (۲)

$F(N)$	β

آزمایش شماره ۶

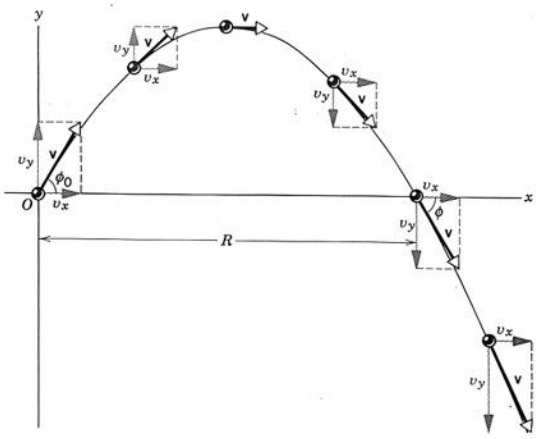
حرکت پرتابی

در آزمایش ۴، حرکت در یک بعد، شتاب و قانون دوم نیوتن مورد بررسی قرار گرفت. حرکت پرتابه در میدان گرانشی یکنواخت حرکتی در دو بعد است که مطالعه دقیق آن با توجه به کاربردهایی که دارد، مهم است. به‌علاوه حرکت پرتابی یکی از مسائل معروف دینامیک کلاسیک به شمار می‌رود. اگر از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنیم حرکت در راستای x یکنواخت و حرکت در راستای قائم y تحت شتاب ثقل خواهد بود. مطالعه حرکت پرتابه‌هایی مانند گلوله توپ پیچیده بوده و به طور کلی مقاومت هوا نقش مهمی در حرکت‌های پرتابی مربوط به صنایع نظامی ایفا می‌کند. در ادامه آزمایشی ساده از حرکت پرتابی گلوله فلزی انجام می شود و بستگی برد و بیشینه ارتفاع با زاویه پرتاب، و سرعت اولیه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

هدف: بررسی حرکت پرتابی گلوله فلزی و بستگی برد و بیشینه ارتفاع به شرایط اولیه پرتاب.

نظریه

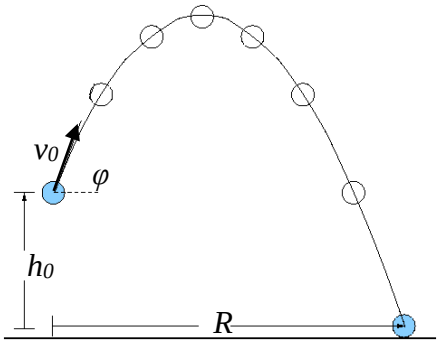
شکل ۱ نمائی از حرکت دو بعدی تحت گرانش را نشان می‌دهد. در شکل، سرعت هر نقطه با توجه به شتاب گرانشی نشان داده است. حال در این آزمایش می‌خواهیم حرکت دوبعدی مشابه شکل ۱ را بررسی و آزمایش کنیم.



شکل ۱- پرتاب گلوله‌ای با زاویه ϕ و سرعت اولیه $v_\circ$

هرگاه از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنیم و گلوله‌ای مطابق شکل ۲ با زاویه ϕ و سرعت اولیه $v_\circ$ از ارتفاع h_0 پرتاب شود معادلات حرکت آن عبارت است از:

$$m\ddot{x} = 0$$
$$m\ddot{y} = -mg$$



شکل ۲- پرتاب گلوله‌ای با زاویه ϕ و سرعت اولیه $v_\circ$ از ارتفاع h_0

اگر در $t=0$ داشته باشیم $x_\circ = 0 \;\&\; y_\circ = h_\circ$ آنگاه با توجه به روابط بالا:

$$\ddot{x} = 0$$
$$\ddot{y} = -g$$
$$\dot{x} = v_\circ \cos\phi$$
$$\dot{y} = -gt + v_\circ \sin\phi$$
$$x = v_\circ t \cos\phi$$
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_\circ t \sin\phi + h_\circ$$

با قرار دادن $y=0$ می‌توان زمان پرواز پرتابه تا رسیدن به زمین را بدست آورد. و با جایگذاری در معادلات فوق برای برد و بیشینه ارتفاع داریم:

در بیشینه x یعنی داریم $y=0$، که در این حالت :

$$R(\varphi) = v_\circ \cos\varphi \left(\frac{v_\circ \sin\varphi}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_\circ \sin\varphi}{g}\right)^2 + \frac{2h_\circ}{g}} \right)$$

اگر ارتفاع اولیه برابر با صفر باشد برد برابر خواهد بود با:

$$R = \frac{v_\circ^2 \sin 2\phi}{g}$$
$$h = \frac{v_\circ^2}{2g}\sin^2\phi$$

که در عبارت‌های فوق R برد و h بیشینه ارتفاع است. با حذف پارامتر t بین روابط مربوط به x و y معادله مسیر حرکت که به شکل سهمی است بدست می‌آید.

اگر مقاومت هوا را به صورت $-mv\gamma$ و ارتفاع اولیه برابر با صفر در نظر بگیریم که v سرعت پرتابه است در این صورت برد عبارت است از:

$$R = \frac{v_\circ^2 \sin 2\phi}{g} - \gamma \frac{4v_\circ^3 \sin 2\phi \sin\phi}{3g^2} + \ldots$$

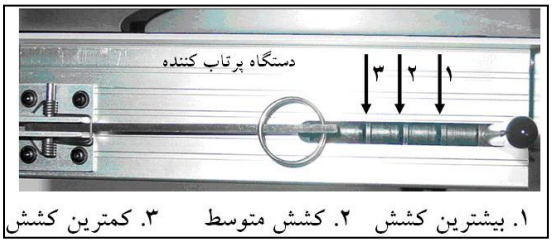
که جمله اول برد بدون مقاومت هوا و جملات بعدی اثر مقاومت هوا است.

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز: ۱- سیستم پرتاب کننده شامل تفنگ فنری سه حالته (شکل‌های ۲ تا ۴) ۲- صفحه تنظیم زاویه پرتاب ۳- سنسور اندازه‌گیری سرعت ۴- گلوله فلزی ۵- میز فرود ۵- خط‌کش مخصوص اندازه‌گیری ارتفاع ۶- کاغذ کاربنی نشان دهنده مکان فرود ۷- متر نواری.

همان‌طوری که از شکل ۳ پیداست پرتاب‌کننده (تفنگ فنری سه حالته)، سنسور اندازه‌گیری سرعت و صفحه تنظیم زاویه پرتاب، از قبل روی پایه اصلی دستگاه نصب شده است. شکل ۴ پرتاب‌کننده (تفنگ فنری سه حالته) را نشان می‌دهد که هر حالت، ۳ سرعت مختلف v_0 را ایجاد می‌کند. برای انجام آزمایش، دستگاه باید به میز آزمایشگاه محکم شده و در طول آزمایش جابجا نشود. میزهای فرود نیز در امتداد یکدیگر با اختلاف ارتفاع h_0 از محل پرتاب گلوله (دهانهٔ تفنگ) قرار دارد (شکل۴). روی میز فرود کاغذ کاربنی چسبانده شده و در اثر برخورد گلوله لکه تیره‌ای روی آن ایجاد می‌شود که مکان برخورد گلوله را نشان می‌دهد.

شکل۳- بخش پرتاب، اندازه‌گیری سرعت و تنظیم زاویه



شکل۴- دستگاه پرتاب کننده گلوله

شکل۵- دستگاه پرتاب به همراه میز فرود

اختلاف ارتفاع میز فرود با دهانهٔ تفنگ که گلوله روی آهن‌ربای آن قرار می‌گیرد ارتفاع اولیهٔ پرتابه می‌باشد. برای انجام آزمایش ابتدا گلوله فلزی را روی نگهدارنده مغناطیسی تفنگ فنری قرار داده و آن را در حالت متوسط کشش قرار دهید (دومین زائده با ضامن تفنگ فنری درگیر شود). زاویه پرتاب را روی ۴۵ درجه تنظیم کنید. با رها کردن ضامن تفنگ فنری گلوله رها شده و اثر برخورد آن روی میز فرود ثبت می‌شود. حال فاصله بین نقطه پرتاب و نقطه فرود را با متر نواری اندازه گرفته و خط‌کش عمود اندازه‌گیری ارتفاع را در وسط آن روی میز فرود نصب کنید. به عبارتی فاصله خط‌کش عمودی تا نقطه پرتاب و نقطه فرود باید برابر باشد. آزمایش را ۲ بار تکرار کرده و میانگین برد، بیشینه ارتفاع و سرعت اولیه را در جدول ۱ یادداشت کنید. بعد از فرود گلوله و اندازه‌گیری برد آن، مکان فرود را علامت‌گذاری کنید. برای علامت‌گذاری از یک علامت × یا هر علامت کوچک دیگر مثل دایره و یا مربع و یا اشکال هندسی دیگر با رنگ‌های متفاوت می‌توانید استفاده کنید تا اندازه‌گیری شما از اندازه‌گیری‌های دیگران مشخص باشد. زاویه را به ترتیبی که در جدول ۱ آمده تغییر داده و نتایج را یادداشت کنید.

سرعت اولیه را با تغییر کشش فنر تفنگ پرتاب کننده مطابق جدول ۲ تغییر داده و آزمایش را تکرار کنید.

خواسته‌ها

۱. برد و ارتفاع بیشینه گلوله را با استفاده از رابطه‌های داده شده در بخش تئوری محاسبه کنید.
۲. برای جدول ۱ برد گلوله را بر حسب زاویه پرتاب رسم کنید. در مورد شکل منحنی‌ها و خطای آنها در مقایسه با مقدار محاسبه شده توضیح دهید. (منحنی مربوط به کشش بدست آمده از آزمایش و مقدار محاسبه شده را در یک نمودار رسم کنید. به عبارتی نمودار باید **شامل منحنی محاسبه شده و منحنی شامل داده‌های آزمایش** در یک کشش باشد.)
۳. منحنی بیشینه ارتفاع گلوله بر حسب زاویه پرتاب را برای جدول۲ رسم کرده و در مورد شکل منحنی و خطای آنها نسبت به مقدار محاسبه شده توضیح دهید. (منحنی مربوط به مقادیر بدست آمده از آزمایش و مقدار محاسبه شده را در یک مختصات رسم کنید. به عبارتی نمودار باید شامل منحنی محاسبه شده و منحنی داده‌های أزمایش در کشش کمینه باشد.)
۴. برای هر کدام از جدول‌ها منحنی تمام لگاریتمی برد بر حسب سرعت اولیه را در زاویه‌های ۲۰، ۴۵ و ۷۰ درجه رسم کنید. در مورد شکل نمودار توضیح دهید. شتاب ثقل را با استفاده از منحنی فوق بدست آورده و با مقدار ۹/۷۸ متر بر مجذور ثانیه مقایسه کنید. چه خطاهایی در این روش وجود دارد؟

جدول‌های آزمایش ۶
حرکت پرتابی

جدول۱- (ضربه تفنگ پرتاب‌کننده: متوسط)

زاویه(درجه)	۴۵	۳۰	۶۰	۲۰	۷۰
میانگین سرعت اولیه					
میانگین ارتفاع بیشینه					
میانگین برد					

جدول۲- (ضربه تفنگ پرتاب‌کننده: کمینه)

زاویه(درجه)	۴۵	۳۰	۶۰	۲۰	۷۰
میانگین سرعت اولیه					
میانگین ارتفاع بیشینه					
میانگین برد					

آزمایش شماره ۷

آونگ کاتر

اگر چه شـــتاب ثقل زمین را می‌توان با اســـتفاده از یک آونگ ســـاده و اندازه‌گیری دورهٔ تناوب آن بدست آورد، لکن در عمل به ویژه در زمین‌شناسی برای تعیین دقیق آن از نوعی آونگ مرکب به نام آونگ کاتر استفاده می‌کنند.

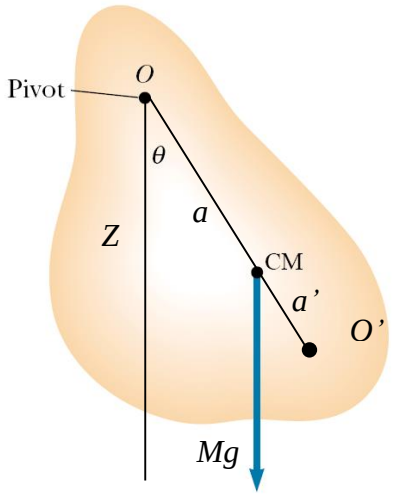
هدف آزمایش: اندازه‌گیری شتاب ثقل زمین به کمک آونگ کاتر.

نظریه

آونگ مرکب، هر جســـمی که بتواند حول یک محور ثابت افقی تحت اثر نیروی جاذبه زمین نوســـان کند آونگ مرکب نامیده می‌شـــود (شـــکل ۱). دورهٔ تناوب نوســـانات یک آونگ مرکب حول محوری مانند OZ به فاصله a از مرکز جرم آن، CM، برابراست با:

$$T_{\circ} = ۲\pi \sqrt{\frac{I_{\circ}}{Mga}}$$

در این رابطه T دورهٔ تناوب نوســـانات آونگ حول محور OZ، M جرم آونگ و I لختی دورانی آن نسبت به محور OZ است. می‌توان نشان داد که در صفحهٔ شامل OZ و CM، محور دیگری مانند $O'Z'$ به موازات OZ و در امتداد OG، به فاصله a' از G وجود دارد به طوری که دورهٔ تناوب نوسانات آونگ حول آن نیز برابر T اســـت. در این حالت فاصـــله دو محور یعنی $L=a+a'$ برابر طول آونگ ســـاده‌ایســـت که زمان تناوب آن نیز همان T می‌باشـــد. یکی از دو محور OZ و $O'Z'$ را در هر حالت محور تعلیق و دیگری را محور نوسان گویند. برابر بودن نوسان آونگ مرکب با آونگ ساده‌ای به طول $L=a+a'$ را می‌توان از روابط زیر نتیجه گرفت.



شکل ۱- محور تعلیق و محور نوسان یک آونگ مرکب

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{Mg\,a}} \qquad (۱)$$

$$T_{o'} = 2\pi\sqrt{\frac{I_{o'}}{Mga'}} \qquad (۲)$$

حال چنانچه $T=T'$ باشد، خواهیم داشت،

$$\frac{I_o}{a} = \frac{I_{o'}}{a'} \quad \rightarrow I_{o'} = \frac{a'\,I_o}{a} \qquad (۳)$$

از طرفی چنانچه لختی دورانی جسم حول مرکز ثقل آن I_G باشد لختی دورانی آن حول محور OZ و $O'Z'$ که به ترتیب به فوا صل a و a' از مرکز ثقل ج سم قرار گرفته‌اند، طبق ق ضیه محورهای موازی چنین خواهد بود،

$$I_o = I_G + Ma^2$$

$$I_{o'} = I_G + Ma'^2$$

از تفاضل دو رابطه فوق چنین خواهیم داشت،

$$I_o - I_{o'} = M(a^2 - a'^2)$$

این رابطه، با جایگزینی $I_{0'}$ از معادله (۳) به صورت زیر تبدیل می‌شود،

$$I_o - \frac{a'I_o}{a} = M(a^2 - a'^2) \rightarrow \frac{I_o(a-a')}{a} = M(a+a')(a-a')$$

$$I_o = Ma(a-a') \qquad (۴)$$

با قرار دادن مقدار I_o از رابطهٔ (۴) در رابطهٔ (۱)، مقدار دورهٔ تناوب چنین بدست می‌آید:

$$T_o = T_{o'} = 2\pi\sqrt{\frac{a+a'}{g}} \qquad (۵)$$

چنانچه $L=a+a'$ را طول آونگ ساده همزمان با آونگ مرکب بنامیم خواهیم داشت:

$$T_o = T_{o'} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (۶)$$

بدین ترتیب می‌توان در یک آزمایش ابتدا طول L را تعیین کرده ســـپس با اندازه‌گیری دورهٔ تناوب حول نقطهٔ تعلیق یا نوسان، مقدار g را بدست آوریم. این روش یعنی استفاده از طول آونگ ساده که همزمان با اندازه‌گرفتن فا صله محور تعلیق و محور نو سان آونگ مرکب بد ست می‌آید، نخ ستین بار در ســال ۱۸۱۸ بوســیله کاتر بکار رفت و یکی از دقیق‌ترین روش‌هایی اســت که برای اندازه‌گیری g بکار می‌رود در این آزمایش به جای تغییر فا صلهٔ L با جابجایی مکان محور نو سان (O')، مرکز جرم را در طول OO' در حالی که L ثابت است، جابجا می‌کنیم تا شرط (۴) برقرار گردد.

آونگ کاتر به اشکال مختلف ساخته می‌شود. آونگ موجود در آزمایشگاه مطابق شکل ۲، از یک میله تشکیل شده است که دو وزنه A و B و دو تیغه E و F در دو انتهای آن ثابت شده‌اند. فقط دو مهره C و D روی آن حرکت می‌کنند. جنس وزنه‌های A و C از برنج و وزنه‌های B و D از جنس فیبر اســـتخوانی اســـت. بدین ترتیب اگر چه آونگ از نظر ظاهری تقارن دارد. لکن از نظر جرمی تقارن ندارد. تقارن ظاهری آونگ در هنگام آزمایش بسیار مهم می‌با شد. این تقارن ظاهری برای آن ا ست

که هنگام نو سان حول هر یک از دو انتها (لبه تیغه‌های E و F) اثر مقاومت هوا بر آن یکسان با شد. لبه تیغه‌های E و F در هنگام نوســان روی یک پایه قرار می‌گیرند. باید دقت نمود که اولاً تیغه‌ها به صورت کاملاً افقی روی پایه قرار گیرد و تمام قسمت‌های آن به سطح پایه تکیه دا شته با شد، ثانیاً برای حفظ تقارن ظاهری د ستگاه مهره‌های C و D را باید همیشه به فوا صل مت ساوی از دو انتهای میله قرار دارد. این آونگ با آنکه کاملاً متقارن به نظر می‌رســد لکن بعلت یکســان نبودن وزن مخصوص وزنه‌ها مرکز ثقل آن در وسط قرار ندارد و به وزنه A نزدیکتر است.

شکل ۲- شمای کلی آونگ کاتر مورد آزمایش

اینک چنانچه بتوانیم مهره‌های C و D را بطور متقارن در محلی قرار دهیم که دورهٔ تناوب نوســانات حول تیغه‌های E و F با هم برابر شوند - یعنی شرط (۴) ار ضاء شود- توان سته‌ایم آونگ را به یک آونگ دو طرفه تبدیل کنیم.

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز: ۱- آونگ کارتر ۲- زمان‌سنج ۳- متر یا خط‌کش.

برای آشنایی اولیه با روش انجام آزمایش به سایت آزمایشگاه مراجعه نموده و مراحل انجام آزمایش را در گزارش تصویری مشاهده نمایید. http://physics.sharif.edu/genphyslabs1/002.htm

ابتدا فاصله هر یک از مهره‌های C و D را از تیغه مجاور خود (X) برابر ۱۰ سانتی‌متر قرار داده و پیچ آنها را روی میله محکم کنید. فقط مهره‌های C و D متحرک هســتند و نباید مهره‌های A و B و همین‌طور تیغه‌ها جابه‌جا شــوند. تکیه‌گاه را با اســتفاده از پیچ روی پایه طوری تنظیم کنید که تیغه‌های آونگ روی تکیه‌گاه قرار گرفته و در حین نوسان نلغزد. سپس آونگ را یک بار حول تیغه E و بار دیگر حول تیغه F با دامنه کم به نوســان درآورید. بعد از انجام چند نوســان و اطمینان از عدم لغزش تیغه آونگ روی تکیه گاه، مدت ۱۰۰ نوســان را اندازه گرفته و در جدول ۱ یادداشــت کنید. سپس فاصله مهره‌های C و D را از تیغه‌ها به ترتیب ۲۰، ۳۰، ۴۰ سانتی‌متر قرار داده و هر بار مدت زمان ۱۰۰ نوسان را در جدول ۱ ثبت کنید.

با محاســبهٔ دورهٔتناوب هر مرحله جدول ۱ را کامل کنید. ســپس بر روی کاغذ میلی‌متری با انتخاب مقیاس مناســب برای محور افقی که معرف تغییر مکان مهره‌ها روی آونگ باشــد، و انتخاب مقیاس منا سب برای زمان روی محور عمودی، منحنی‌های تغییرات T و T' را بر حسب X ر سم کنید. برای این‌کار هیچ لزومی ندارد که مبدإ زمانی از صفر شروع شود. این دو منحنی یکدیگر را در نقطه‌ای که آنرا N می‌نامیم، قطع می‌کنند.، فاصلهٔ مهره‌ها از دو تیغه آونگ (X_N) را از روی برگهٔ رسم بخوانید.

پس از اینکه X_N را بدســت آوردید، مهره‌های C و D را در فاصــلهٔ X_N از لبهٔ تیغه‌ها قرار دهید. دقت کنید که فا صلهٔ دو تیغهٔ E و F همان فا صلهٔ بین دو تکیه‌گاه O و O' می‌با شد. حال نو سانات آونگ کاتر را برای ۱۰۰ نو سان حول هر دو محور (تیغه) بد ست آورید. اینک دورهٔ تناوب متو سط این دو حالت (T_m) را حســاب کنید. با خط‌کش فاصــله دو تیغه را با دقت میلی‌متر اندازه بگیرید و جدول ۲ را کامل کنید.

خواسته‌ها

۱. مقدار T مربوط به فا صلهٔ X_N در نقطهٔ تلاقی منحنی‌های ر سم شده چقدر ا ست. آنرا با T_m مقایسه کنید.

۲. تحلیل داده‌های جدول ۲، مقدار g، شـــتاب ثقل زمین را محاســـبه کنید. با توجه به اینکه مقدار g در تهران ۹۷۸ $cm/(Sec)^2$ است، درصد خطای نسبی (تفاوت نسبی) اندازه‌گیری را پیدا کنید.

سؤالات

با ا ستفاده از رابطه دورهٔ تناوب و دقت اندازه‌گیری‌های طول و زمان، در صد خطای نسبی در اندازه‌گیری شتاب ثقل زمین را محاسبه کنید. درصد خطای نسبی محاسبه شده در خواستهٔ ۲ با این مقدار چه رابطه‌ای دارد؟ (راهنمائی: به برآورد خطای کمیت‌های مرکب رجوع کنید.)

جدول‌های آزمایش شماره ۷
آونگ کاتر

جدول ۱- ایجاد شرط آونگ دوطرفه

X، فاصلهٔ دو مهره از تیغه‌ها (cm)	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
زمان ۱۰۰ نوسان حول E (s)				
دورهٔ تناوب نوسانات حول E (s)				
زمان ۱۰۰ نوسان حول F (s)				
دورهٔ تناوب نوسانات حول F (s)				

	X_N (cm)

جدول ۲- آونگ دوطرفه

l فاصلهٔ دو تیغهٔ E و F (cm)	
زمان ۱۰۰ نوسان حول تیغهٔ E (s)	
زمان ۱۰۰ نوسان حول تیغهٔ F (s)	
دورهٔ تناوب میانگین T_m (s)	

آزمایش شماره ۸

برخورد (بقای تکانه)

قوانین بقای انرژی و تکانه از مهمترین قوانین فیزیک بشمار می‌روند. با استفاده از این قوانین می‌توان اطلاعات مفصلی درباره حالت نهایی یک سیستم در بسیاری از مسائل در حوزه مکانیک و دیگر شاخه‌های علوم بدست آورد. بنا بر قانون بقای تکانه، اگر نیرویی از خارج بر یک سیستم وارد نشود تکانه و انرژی آن تغییر نمی‌کند. هرچند قانون اندازه حرکت از اساسی‌ترین قوانین فیزیک بشمار می‌رود اما مشاهده آن در زندگی روزمره و تجربه‌های عادی کمی دشوار است. علت اصلی این پدیده در بسیاری از موارد وجود نیروی اصطکاک به عنوان یک نیروی خارجی می‌باشد. به همین منظور برای انجام آزمایش تا حد امکان باید نیروی اصطکاک حذف شود. با توجه به قانون بقای تکانه تنها می‌توان آن را از جسمی به جسم دیگر منتقل کرد. البته در بسیاری از موارد انتقال تکانه و تغییر سرعت ممکن است قابل لمس نباشد. برای مثال هنگامی که شروع به دویدن می‌کنید و یا اتومبیلی ترمز می‌کند، مقداری تکانه به زمین منتقل می‌شود. از آنجایی که جرم اجسام در مقایسه با جرم زمین قابل چشم‌پوشی است تغییر سرعت زمین در طی این فرایند ناچیز است. در برخورد دو یا چند جسم به یکدیگر ممکن است انرژی جنبشی سیستم قبل و بعد از برخورد تغییر نکند که به این نوع برخورد برخورد الاستیک یا کشسان می‌گویند. برخورد کشسان دوجسم برای اولین بار در سال ۱۶۶۸ به وسیله جان والیس و ورن مطالعه شد. حال در ادامه به بررسی برخورد کشسان و غیرکشسان دو جسم مورد بررسی می‌پردازیم.

نظریه

تکانه خطی یک سیستم شامل تعداد n ذره عبارت است از جمع برداری تکانه تک‌تک ذرات یعنی:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i$$

که $\vec{P}$ تکانه کل سیستم، $\vec{P}_i$ تکانه ذره i ام، m_i جرم ذره i ام و $\vec{v}_i$ سرعت آن است. اگر فرض کنیم که F_i برآیند نیروهای خارجی وارد بر ذره i ام باشد و نیروی وارد شده از ذره jام به ذره iام نیز برابر F_{ij} باشد برای ذره iام داریم:

$$\vec{F}_i + \sum_{j=1}^{n} \vec{F}_{ij} = m_i \ddot{\vec{r}}_i = \dot{\vec{P}}_i$$

و برای کل سیستم خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \vec{F}_{ij} = \sum_{i=1}^{n} \dot{\vec{P}}_i$$

بنا به قانون سوم نیوتن $F_{ij} = -F_{ji}$ و در نتیجه:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n} \dot{\vec{P}}_i = \dot{\vec{P}}$$

اگر نیروی خارجی وجود نداشته باشد داریم:

$$\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_i=\vec{P}=0$$

و یا به عبارتی :

$$\vec{P}=constant$$

با توجه به مطالب بالا قانون بقای تکانه را در سیستم متشکل از تعدادی ذره می‌توان به قانون سوم نیوتون مربوط دانست. البته باید توجه داشت که اصل بقای تکانه خطی کلی‌تر از موارد فوق بوده و حتی در مواردی که نیروی بین ذرات از قانون کنش و واکنش پیروی نمی‌کند مانند نیروهای مغناطیسی بین ذرات باردار متحرک برقرار است.

در برهم‌کنش بین ذرات ممکن است انرژی جنبشی سیستم قبل و بعد از برخورد ثابت باشد که به آن برخورد کشسان یا الاستیک گویند برای دو ذره ۱ و ۲ که به هم برخورد می‌کنند در حالت کلی داریم:

$$Q+\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2i}^2=\frac{1}{2}m_1v_{1f}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

که در عبارت فوق i قبل از برخورد و f بعد از برخورد را نشان می‌دهد. مقادیر Q عبارتند از:

- $Q=0$ برای برخورد کشسان
- $Q<0$ برای برخورد غیرکشسان انرژی‌گیر (مواردی که اصطکاک وجود داشته باشد)
- $Q>0$ برای برخوردهای انرژی‌زا

البته برای بررسی کشسان بودن برخورد معیاری به نام ضریب بازگشت تعریف می‌کنند که عبارت است از:

$$\varepsilon=\frac{|v_{2f}-v_{1f}|}{|v_{2i}-v_{1i}|}$$

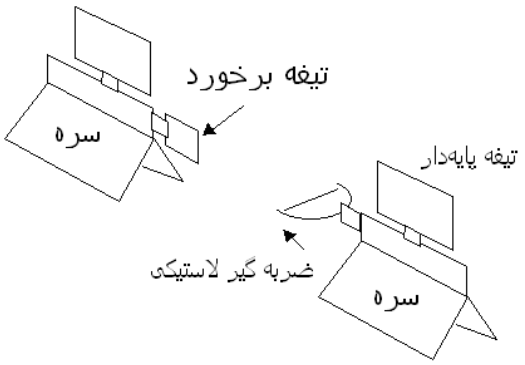
برای برخورد ناکشسان کامل مانند وقتی که دو گلوله خمیری به هم برخورد کرده، چسبیده و متوقف شوند صفر و برای برخورد کشسان برابر ۱ است. در آزمایش‌های برخورد کشسان مقدار ضریب بازگشت ممکن است به ۰/۹۵ هم برسد.

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز: ۱- ریل هوا با پایه ۲- آغازگر حرکت متصل به ریل هوا (تفنگ فنری) ۳- زمان‌سنج ۴- دو عدد سنسور نوری ۵- دو عدد سره ۶- دو عدد تیغه پایه‌دار $0.5\ cm$ ۷- وزنه سورخدار ۵۰ گرم ۸- ضربه‌گیر آلومینیومی حاوی خمیر بازی ۹- سوزن برخورد قابل اتصال به سره ۱۰- تیغه برخورد ۱۱- ضربه‌گیر لاستیکی قابل اتصال به سره

الف) برخورد کشسان سره با دیواره صلب

یکی از تیغه‌های پایه‌دار را بر روی یکی از سره‌ها سوار کنید. ضربه‌گیر لاستیکی را نیز به یک طرف و تیغه برخورد را نیز به طرف دیگر سره وصل کنید. دقت کنید ضربه تفنگ فنری به طرفی که تیغه برخورد قرار دارد وارد می‌شود. (شکل ۱)



شکل۱- وسایل مورد نیاز و نحوه اتصال آنها

سره را بر روی ریل قرارداده و هر دو سنسور را با پایه و میله طوری آماده کنید که تیغه متصل به سره از میان دو شاخه سنسور عبور کند. در این حالت یکی از سنسورها (سنسور اول) در فاصله ۳۰ سانتی‌متری تفنگ فنری و سنسور دیگر (سنسور دوم) در فاصله ۳۰ سانتی‌متری انتهای دیگر ریل قرار گیرد (فاصله سنسور اول تا انتهای ریل(محل برخورد سره) را اندازه بگیرید). سنسور را در حالت ($\overset{\rightarrow}{1}$ $\overset{\rightarrow}{3}$) قرار داده و آن را *Reset* کنید. (شکل ۲)

در این حالت، دو سنسور نوری یکی باید به ورودی ۱ و دیگری به ورودی ۳ متصل شود. با رفت و برگشت سره از بین دو شاخه های هر سنسور، دو عدد در دستگاه ثبت می گردد که اعداد سمت چپ مربوط به سنسور ۱ و اعداد سمت راست مربوط به سنسور ۳ می باشد. عدد سمت چپ در دستگاه در هر سنسور مربوط به عبور اول سره از سنسور و عدد دوم مربوط به عبور دوم سره از سنسور می باشد.

با پیچاندن پیچ‌های پایه‌های ریل هوا آن را طوری تنظیم کنید که سره در هر نقطه دلخواه با وجود روشن بودن پمپ هوا به حالت ساکن روی ریل قرار گیرد.

سره را جلوی آغازگر حرکت (تفنگ فنری قرار دهید وتفنگ فنری را به طور کامل بکشید و سره را در تماس با آن قرار دهید. آغازگر حرکت بر سره ضربه می‌زند و سره حرکت می‌کند، توجه کنید برآیند نیروهای وارد بر سره پس از آغاز حرکت به طور کامل صفر نیست.

شکل ۲- شمای دستگاه زمان سنج

سره پس از عبور از دو سنسور از طرف ضربه‌گیر لاستیکی به انتهای ریل برخورد کرده و برمی‌گردد و دوباره از هر دو سنسور عبور می‌کند. پس از عبور از هر دو سنسور در مسیر برگشت سره را با دست متوقف کنید. مدت زمان‌های جابجایی تیغه (Δt) از سنسورها را در حالت رفت و برگشت یادداشت کنید، هر آزمایش را ۶ بار تکرار کنید. نتایج آزمایش را در جدول ۱ ثبت کنید.

ب) برخورد کشسان دو جسم با جرم‌های مساوی

فاصله دو سنسور را حدود سه برابر طول سره قرار دهید. تیغه برخورد را روی سره اول و ضربه‌گیر لاستیکی را روی سره دوم وصل کنید. سره دوم را طوری قبل از سنسور دوم قرار دهید که ابتدای سره (نه ابتدای تیغه روی سره) دقیقا در راستای ورودی سنسور دوم قرار گیرد. دقت کنید که سره دوم باید نسبت به ریل ساکن باشد.

سره اول را جلوی آغازگر حرکت (تفنگ فنری) قرار دهید وتفنگ فنری را به طور کامل بکشید و سره را در تماس با آن قرار دهید. سره اول باید طوری روی ریل قرار گیرد که بعد از حرکت تیغه برخورد به ضربه‌گیر لاستیکی سره دوم برخورد کند. مانند آزمایش قبل زمان عبور سره‌ها از سنسورهای مربوطه را در جدول ۲ یادداشت کنید. جرم سره‌ها و اتصالات روی آنها را یادداشت نمایید. و آزمایش فوق را ۶ بار تکرار کنید.

ج) برخورد کشسان جسم با جرم کمتر با جسم ساکن با جرم بیشتر

روی سره دوم دو وزنه ۵۰ گرمی (در مجموع ۱۰۰ گرم) قرار داده و آزمایش قبل را تکرار کنید. در این حالت سره دوم از سنسور دوم عبور کرده و سره اول بعد از برخورد با سره دوم از سنسور اول نیز می‌گذرد. زمان عبور سره دوم از سنسور دوم و زمان‌های رفت و برگشت سره اول از سنسور اول را در جدول ۳ وارد نمایید.

د) برخورد کشسان جسم با جرم بیشتر با جسم ساکن با جرم کمتر

روی سره اول شش وزنه ۵۰ گرمی (در مجموع ۳۰۰ گرم) قرار داده و آزمایش قبل را تکرار کنید. در این حالت سره دوم از سنسور دوم عبور کرده و سره اول هم بعد از برخورد با سره دوم به حرکت خود ادامه داده و از سنسور نیز می‌گذرد. زمان عبور سره دوم از سنسور دوم و زمان‌های عبور سره اول از سنسور اول و دوم را در جدول ۴ وارد نمایید.

ه) برخورد غیرکشسان دو جسم

فاصله دو سنسور را حدود سه برابر طول سره قرار دهید. در سره اول به جای تیغه برخورد، سوزن برخورد را نصب کرده و در سره دوم نیز به جای ضربه‌گیر لاستیکی از ضربه‌گیر آلومینیومی حاوی خمیر بازی استفاده کنید. سره دوم را درست قبل از سنسور دوم قرار دهید. دقت کنید که سره دوم باید نسبت به ریل ساکن باشد. سره اول را در جلوی آغازگر حرکت (تفنگ فنری) قرار دهید و تفنگ فنری را بطور کامل بکشید و سره را در تماس با آن قرار دهید. سره‌ها باید طوری روی ریل قرار گیرند که بعد از برخورد سوزن به ضربه‌گیر آلومینیومی حاوی خمیر بازی اصابت کرده، در آن فرو رود. در این حالت دو سره به یکدیگر متصل شده و سرعت نهایی برابر خواهند داشت. زمان عبور سره‌ها از سنسورهای مربوطه را در جدول ۵ یادداشت کنید. جرم سره‌ها و اتصالات روی آنها را یادداشت نمایید و آزمایش فوق را ۶ بار تکرار کنید.

خواسته‌ها

۱. قانون بقای اندازه حرکت را در هر یک از موارد تحقیق کنید. ابتدا سرعت‌ها را محاسبه کرده و در نهایت مقدار $\Delta P = \frac{P_i - P_f}{P_i} \times 100$ را محاسبه کنید. دلایل اختلاف را بیان کنید.

۲. مقدار ضریب بازگشت، $\varepsilon = \frac{|v_{2f} - v_{1f}|}{|v_{2i} - v_{1i}|}$ را برای هر یک از موارد محاسبه کنید.

۳. بقای انرژی را در تمام حالت‌ها بررسی کنید. علت اختلاف را بیان کنید.

جدول‌های آزمایش ۸
برخورد (بقای تکانه)

جدول ۱

ردیف	زمان عبور از سنسور اول قبل از برخورد	زمان عبور از سنسور دوم قبل از برخورد	زمان عبور از سنسور اول بعد از برخورد	زمان عبور از سنسور دوم بعد از برخورد
۱				
۲				
۳				
۴				
۵				
۶				

مجموع جرم سره و اتصالات روی آن: فاصله سنسور اول تا انتهای ریل:

جدول ۲

ردیف	زمان عبور سره اول از سنسور اول(قبل از برخورد)	زمان عبور سره دوم سنسور دوم(بعد از برخورد)
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		
۶		

مجموع جرم سره اول و اتصالات روی آن: مجموع جرم سره دوم و اتصالات روی آن:

جدول ۳

ردیف	زمان عبور سره اول از سنسور اول قبل از برخورد	زمان عبور سره دوم از سنسور دوم بعد از برخورد	زمان عبور سره اول از سنسور اول بعد از برخورد
۱			
۲			
۳			
۴			
۵			
۶			

مجموع جرم سره اول و اتصالات روی آن: مجموع جرم سره دوم و اتصالات روی آن:

جدول ۴

ردیف	زمان عبور سره اول از سنسور اول قبل از برخورد	زمان عبور سره دوم از سنسور دوم بعد از برخورد	زمان عبور سره اول از سنسور دوم بعد از برخورد
۱			
۲			
۳			
۴			
۵			
۶			

مجموع جرم سره اول و اتصالات روی آن: مجموع جرم سره دوم و اتصالات روی آن:

جدول ۵

ردیف	زمان عبور سره اول از سنسور اول(قبل از برخورد)	زمان عبور سره دوم سنسور دوم(بعد از برخورد)
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		
۶		

آزمایش شمارهٔ ۹

اندازه‌گیری لختی دورانی

حرکت صفحهٔ چرخان آب میوه‌گیری، تیغهٔ چرخ گوشت، چرخ طیار اتومبیل، حرکت وضعی و انتقالی زمین نمونه‌هایی از حرکت دورانی هستند. برای توصیف یک حرکت دورانی، جابجایی زاویه‌ای، سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای را باید بدانیم. همانطور که یک نیروی خالص غیر صفر تعادل انتقالی جسمی را بر هم می‌زند، یک گشتاور نیروی غیر صفر نیز تعادل دورانی آنرا دست‌خوش تغییر می‌کند. بعلاوه کمیت بسیار مهمی که در حرکت دورانی مانند جرم ظاهر می‌شود، لختی دورانی است. در ادامه لختی دورانی اجسامی مانند کره، پوسته کروی، میله و دیسک با استفاده از دینامیک دورانی اندازه‌گیری می‌شود. این روش برای بدست آوردن لختی اجسامی که شکل هندسی دقیقی ندارند نیز بسیار مناسب است.

هدف آزمایش: اندازه‌گیری لختی دورانی

نظریه

هرگاه جسم صلبی حول محوری ثابت دوران کند، میزان جابه‌جایی خطی هر یک از نقاط واقع بر آن متفاوت خواهد بود. اما تمام این نقاط زوایای برابری را حول مرکز دوران در یک زمان معین طی می‌کنند (می‌چرخند). به عبارت دیگر جابه‌جایی زاویه‌ای همه نقاط یک جسم صلب حول هر محور دوران ثابت، باهم برابرند. مقدار جابه‌جایی زاویه‌ای را با حرف θ نمایش می‌دهند و واحد آن رادیان (بدون بعد) می‌باشد.

در حرکت دورانی سرعت خطی نقاط مختلف جسم بسته به دوری یا نزدیکی آنها از محور دوران متفاوت است. لذا این پرسش مطرح می شود که چه مشخصه‌ای می‌تواند معرف سرعت چرخش جسم باشد. پاسخ به این پرسش با استفاده از تعریف جابجائی زاویه‌ای و اینکه این جابه‌جایی به فاصله نقاط از محور دوران جسم بستگی ندارد، بسیار ساده است. برای این‌کار سرعت زاویه‌ای متوسط ($\overline{\omega}$) و سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای (ω) را مشابه با سرعت‌های خطی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad , \quad \omega = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

سرعت زاویه‌ای را با واحد رادیان بر ثانیه بیان می‌کنند. بدین ترتیب هر چه سرعت زاویه‌ای جسم بیشتر باشد، جسم تندتر می‌چرخد.

اگر ω در طول زمان ثابت باشد، معادله حرکت به صورت $\theta = \omega t + \theta_0$ خواهد بود. شتاب زاویه‌ای متوسط ($\overline{\alpha}$) و شتاب زاویه‌ای لحظه‌ای (α) را نیز می‌توان مانند شتاب خطی متوسط و لحظه‌ای به صورت زیر تعریف کرد:

$$\overline{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad , \quad \alpha = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

واحد شتاب زاویه‌ای رادیان بر مجذور ثانیه است. می‌توان نشان داد که بین جابه‌جایی زاویه‌ای (θ) و سرعت زاویه‌ای، شتاب زاویه‌ای و مقادیر خطی نظیر آنها (به ترتیب s، v و a) مربوط به یک نقطه از جسم در حال دوران، روابط زیر برقرار است:

$$s = r\theta \quad , \quad v = r\omega \quad , \quad a = r\alpha$$

r فاصله آن نقطه از محور دوران می‌باشد.

اگر شتاب زاویه‌ای ثابت باشد، معادلات حرکت عبارتند از:

$$\omega = \alpha t + \omega_\circ$$

$$\theta = \frac{۱}{۲}\alpha t^۲ + \omega_\circ t + \theta_\circ \qquad (۱)$$

$$\omega^۲ - \omega_\circ^۲ = ۲\alpha(\theta - \theta_\circ)$$

اگر یک گشتاور نیرو (τ)، به جسمی که می‌تواند حول محوری آزادانه بچرخد اعمال شود، جسم متحمل یک شتاب زاویه‌ای (α) می‌شود که از رابطهٔ $\tau = I\alpha$ (معادل $F = ma$ در حرکت انتقالی) بدست می‌آید. در این رابطه I لختی دورانی جسم حول محور دوران می‌باشد، (معادل جرم m، لختی انتقال جسم).

لختی دورانی یک جرم نقطه‌ای M که در فاصلهٔ d از محور دوران قرار دارد برابر است با

$$I = Md^2 \qquad (۲)$$

از این رابطه می‌توان با تقسیم هر توزیع جرم پیوسته (گسسته) به عناصر جزئی dm (m_i)، لختی دورانی آنرا حول هر محوری با انتگرال‌گیری (مجموع‌یابی) بدست آورد.

$$I = \sum m_i r_i^2 = \int r^2 dm \qquad (۳)$$

در این رابطه r (r_i) فاصلهٔ عنصر جزئی dm (جرم نقطه‌ای m_i) از محور دوران می‌باشد.

لختی دوران اجسام با شکل هندسی ساده حول محورهای تقارنی آنها به راحتی محاسبه می‌شوند. مثلاً لختی دوران یک استوانه توپر و یا قرص دایره‌ای به جرم M و شعاع R نسبت به محور تقارن عمود بر قاعدهٔ آن برابر است با $I = \frac{۱}{۲}MR^۲$

اگر لختی دورانی جسمی به جرم M حول محور دوران d که از مرکز جرم می‌گذرد، برابر I باشد، لختی دورانی آن حول محور دوران دیگر d' که موازی با محور d و به فاصله h از آن قرار دارد برابر است با،

$$I' = I + Mh^2 \qquad (۴)$$

این رابطه به قضیه محورهای موازی مشهور است.

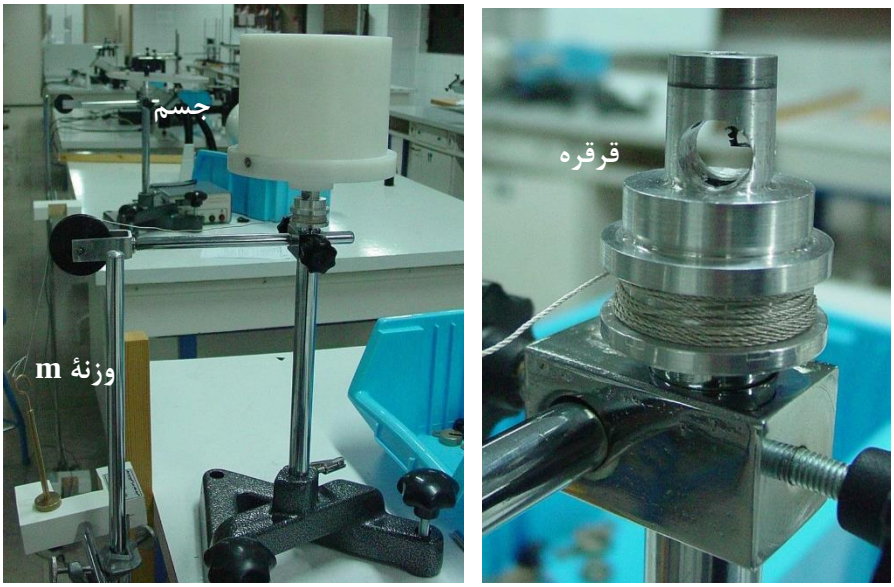
حل یک مسأله

می‌خواهیم معادلهٔ حرکت دورانی جسمی به لختی I که روی بلبرینگی با جرم ناچیز قرار گرفته تحت تاثیر گشتاور نیروی کشش وزنه‌ای به جرم m که روی چرخ متصل به بلبرینگ به شعاع r پیچیده شده را بدست آوریم. مطابق شکل ۱ فرض کنید نخی که وزنه‌ای به جرم m به یک سر آن

وصل شده است، دور چرخ پیچیده شده و سبب چرخش آن حول محور تقارنش می‌شود. اگر لختی دورانی این چرخ در مقایسه با جسم روی آن قابل چشم‌پوشی باشد معادلات حرکت آن و وزنهٔ m به صورت زیر خواهد بود (با چشم‌پوشی از گشتاور اصطکاک):

$$\sum \tau = I\alpha \rightarrow rT = I\alpha \qquad (۵)$$

$$\sum F = ma \rightarrow mg - T = ma \qquad (۶)$$



شکل ۱

در این معادلات، α شتاب زاویه‌ای چرخ و جسم متصل به آن، a شتاب خطی وزنه و T کشش نخ است. با استفاده از رابطهٔ $a = r\alpha$ و حذف T خواهیم داشت:

$$I = \frac{mr^2(g-a)}{a} = \frac{mr^2(9.78-a)}{a} \qquad (SI) \qquad (۷)$$

در این رابطه با داشتن مقدار عددی m، a و r می‌توان لختی دورانی را محاسبه کرد.

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز

۱- چرخ متصل به بلبرینگ و پایه ۲- اجسام با لختی دورانی مختلف شامل میله، دیسک، کره و پوسته کروی و استوانه‌ای تو پر و پوسته‌ای ۳- دستگاه ثبت کنندهٔ زمان (شمارنده) ۴- کفه ۵- وزنه ۶- متر ۷) ترازو ۸- مقداری نخ محکم ۹- حسگر نوری

برای آشنایی اولیه با روش انجام آزمایش به سایت آزمایشگاه مراجعه نموده و مراحل انجام آزمایش را در گزارش تصویری مشاهده نمایید. *http://physics.sharif.edu/~genphyslabs1/002.htm*

الف) اندازه‌گیری لختی دورانی

قرقره متصل به اهرم را روی پایه بلبرینگ و چرخ کوچک متصل به آن نصب کنید. شعاع چرخ متصل به بلبرینگ تقریبا ۲/۵cm سانتیمتر بوده و لختی آن نیز قابل چشم‌پوشی است. نخ محکمی را از سوراخ کوچکی که روی چرخ ایجاد شده گذرانده و گره بزنید. در این حالت با چرخیدن بلبرینگ نخ متصل به چرخ به دور آن می‌پیچد. نخ را از روی قرقره عبور داده و سر دیگر آن را به کفه وصل کنید. طول نخ را طوری تنظیم کنید که وقتی که بطور کامل باز شود کفه به زمین برسد. دو حسگر نوری یکی در حدود ۲۵ سانتیمتر بعد از قرقره و دیگری را حدود ۱۵ سانتیمتری زمین قرار دهید و فاصله بین دو حسگر را به دقت اندازه‌گیری نمایید. حسگرها باید طوری تنظیم شوند که کفه در هنگام باز شدن نخ از آنها بگذرد. حسگر اول را به درگاه *Start* و حسگر دوم را به درگاه *Stop* در پشت دستگاه شمارنده وصل کنید. ابتدا کره پلاستیکی را روی بلبرینگ نصب کرده و با قرار دادن جرم مناسب روی کفه حرکت شتابدار ایجاد نمایید. برای انجام آزمایش کفه را درست قبل از حسگر اول بدون سرعت اولیه رها کنید. در این حالت با توجه به معلوم بودن فاصله دو حسگر و اندازه‌گیری زمان عبور کفه و جرم متصل به نخ داریم:

$$a = \frac{2l}{t^2}$$

اگر جرم کفه و وزنه‌های متصل به آن m باشد داریم:

$$I = mr^2\left(\frac{9.78t^2}{2l} - 1\right)$$

آزمایش را با ۳ وزنه مختلف تکرار کنید و نتایج را در جدول ۱ وارد نمایید. جرم و شعاع (قطر) کره را اندازه بگیرید و یادداشت کنید.

آزمایش را با میله، استوانه و پوسته کروی و استوانه‌ای تکرار کنید. جرم، طول، شعاع و قطر داخلی و خارجی را بسته به نوع جسم مورد نظر اندازه گرفته و در جدول‌های ۲ تا ۵ یادداشت کنید. (کمیت‌ها و ابعادی که باید اندازه‌گیری شوند در جدول‌های مربوطه ذکر شده‌اند). لازم به ذکر است که برای قرار دادن استوانه روی چرخ بلبرینگی باید وسیله بشقابی ساخته شده برای این منظور را قرار داده و سپس استوانه‌ها را روی آن قرار دهید.

ب) بررسی قضیه محورهای موازی

در این قسمت تنها از دیسک پلکسی برای انجام آزمایش استفاده می‌شود. به منظور دوران دیسک حول نقطه‌ای خارج از مرکز تقارن، سوراخ‌هایی به فاصله های ۳، ۶ و ۹ سانتی‌متری از مرکز دیسک روی آن ایجاد شده است. برای انجام این قسمت از آزمایش ابتدا دیسک پلکسی را به طور متقارن روی بلبرینگ نصب کنید. دقت کنید در تمام مراحل آزمایش دیسک پلکسی باید به بلبرینگ محکم پیچ شده باشد. حال با قرار دادن ۴ وزنه مختلف و ایجاد شتاب مناسب آزمایش بخش (الف) را تکرار کرده و نتایج را در جدول ۶ یادداشت کنید.

حال دیسک پلکسی را به ترتیب از فاصله‌های ۳، ۶ و ۹ سانتی‌متری از مرکز دیسک روی بلبرینگ نصب کرده و آزمایش قبل را تکرار کنید. نتایج را برای فاصله های ۳، ۶ و ۹ سانتی‌متری به ترتیب در جدول‌های ۷ تا ۹ وارد نمایید.

خواسته‌ها

۱. برای هر یک از داده‌های جدول‌های ۱ تا ۵ لختی دورانی را محاسبه کرده و نتیجه را با مقداری که از تعریف لختی دورانی $I = \sum m_i r_i^2 = \int r^2 dm$ بدست می‌آورید مقایسه کنید(درصد خطای نسبی). علت‌های خطا را در هر یک از موارد جداگانه شرح دهید.

۲. لختی دورانی دیسک پلکسی را در حالت‌های مختلف دورانی با استفاده از داده‌های جدول‌های ۶ تا ۹ بدست آورده و نتایج را با مقدار بدست آمده از تعریف لختی و قضیه محورهای موازی مقایسه کنید(درصد خطای نسبی). آیا مقدار خطای نسبی به فاصله محور دوران تا مرکز تقارن دیسک بستگی دارد؟ توضیح دهید.

۳. در هر یک از موارد فوق گشتاور اصطکاک را محاسبه کنید. (برای این منظور در رابطه ۵ فرض کنید گشتاور اصطکاک وجود داشته و روابط را بازنویسی کنید).

۴. در چه حالت‌هایی گشتاور اصطکاک بیشتر است؟ بحث کنید.

۵. چه روش دیگری برای بدست آوردن گشتاور اصطکاک با استفاده از وسایلی که در این آزمایش در اختیار دارید، پیشنهاد می‌کنید؟

جدول‌های آزمایش شماره ۹
اندازه‌گیری لختی دورانی

جدول ۱- اندازه‌گیری لختی دورانی میله فلزی

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

جرم میله فلزی: قطر میله فلزی: طول میله فلزی:

جدول ۲- اندازه‌گیری لختی دورانی پوسته کروی

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

جرم پوسته کروی: شعاع پوسته کروی:

جدول ۳- اندازه‌گیری لختی دورانی کره

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

جرم کره: شعاع کره:

جدول ۴- اندازه‌گیری لختی دورانی پوسته استوانه‌ای

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

جرم پوسته استوانه‌ای: قطر متوسط: طول پوسته استوانه‌ای:

جدول ۵- اندازه‌گیری لختی دورانی استوانه

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

جرم استوانه: شعاع : طول استوانه:

جدول ۶- قضیه محورهای موازی با دیسک پلکسی

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

فاصله مرکز دوران تا مرکز دیسک=۰سانتیمتر

جدول ۷- قضیه محورهای موازی با دیسک پلکسی

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

فاصله مرکز دوران تا مرکز دیسک=۳ سانتیمتر

جدول ۸- قضیه محورهای موازی

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

فاصله مرکز دوران تا مرکز دیسک=۶ سانتیمتر

آزمایش شمارهٔ ۱۰

حرکت هماهنگ ساده و سقوط آزاد

حرکت هماهنگ ساده از معمول‌ترین حرکت‌هایی است که در طبیعت می‌توان یافت. نمونه‌هائی از آن در انواع دستگاه‌ها و محیط‌های ارتعاشی مشاهده می‌شود. از جمله حرکت تارهای ابزارهای صوتی، امواج روی سطح آب، حرکت مولکول‌های محیطی که صوت از آن عبور می‌کند، و بسیاری دیگر. عامل این حرکت نیروی پایستار خطی است. دو نمونهٔ مهم از حضور این نیرو را در آونگ ساده و فنر می‌توان یافت.

هدف آزمایش: مطالعه حرکت هماهنگ ساده در فنر و آونگ ساده، اندازه‌گیری ثابت فنر، شتاب ثقل و مطالعه سقوط آزاد.

نظریه

فنر، هر گاه فنری تحت تأثیر نیرویی واقع شود، طول آن تغییر خواهد کرد. این تغییر طول تا آنجایی که از حد کشسانی فنر تجاوز نکند متناسب با نیروی وارد شده است. یعنی:

$$F = K(L - L_{\circ}) = KX \qquad (۱)$$

در رابطهٔ بالا K ثابت فنری و X تغییر طول فنر می‌باشد. حال اگر به جای نیروی اعمال شده، نیروی فنر را در نظر بگیریم، این رابطه به صورت $F=-KX$ که به قانون هوک معروف است، تبدیل می‌شود. علامت منفی نشانگر آن است که جهت نیروی فنر با جهت تغییر طول آن مخالف است.

در آزمایشگاه برای تعیین ثابت فنر می‌توان وزنه‌های مختلفی به آن آویخت و تغییر طول آن را به ازای نیروی وارد شده، اندازه گرفت. هر گاه جرم M به فنری در حالت افقی متصل شود معادله حرکت جسم چنین خواهد بود:

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{K}{m}X = 0 \;\rightarrow\; \frac{d^2X}{dt^2} + \omega^2 X = 0 \qquad (۲)$$

حل معادلهٔ فوق به صورت $X(t) = A\sin(\omega t)$ خواهد بود که در آن $\omega = \frac{K}{m}$ سرعت زاویه‌ای نوسانات است. برای محاسبه دوره تناوب نوسانات از تساوی $\omega = \frac{۲\pi}{T}$ استفاده می‌کنیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \qquad (۳)$$

در روابط فوق فنر بدون جرم فرض شده است. اما در عمل فنر نیز دارای جرم است و از آنجا که این جرم در انتهای آن متمرکز نیست باید در روابط فوق جرم مؤثری را برای آن در نظر گرفت. جرم مؤثر (m_e) از حاصل ضرب جرم فنر (m_s) در ضریب نسبی جرمی فنر (f) بدست می‌آید

$$\text{جرم مؤثر فنر} = m_e = (\text{ضریب نسبی جرمی فنر}) \times (\text{جرم فنر}) = f.m_s \qquad (۴)$$

بدین ترتیب برای محاسبه دوره تناوب فنری که خود دارای جرم است، در رابطه (۳) باید جرم مؤثر

آنرا به جرم وزنه آویخته شده اضافه نمائیم. لذا خواهیم داشت:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m + fm_s}{K}} \qquad (۵)$$

آونگ ساده، فرض کنید یک آونگ ساده که عبارت است از جسمی به جرم M که به نخی به طول L (و بدون جرم) بسته شده، از نقطه ثابتی آویزان باشد. در این حالت نیروی وزن Mg به دو مؤلفه تجزیه می شود. برآیند مؤلفه $Mg\,cos(\theta)$ و کشش نخ شتاب جانب مرکز را ایجاد می‌کند و مؤلفه $Mg\,sin(\theta)$ موجب حرکت شتابدار متحرک در امتداد مماس بر مسیر می‌شود. بنابراین طبق قانون دوم نیوتن برای حرکت داریم:

$$T - Mg\,cos(\theta) = M\frac{v^2}{L} = ML\omega^2$$

$$\Delta x = L\Delta\theta \Rightarrow dx = -Ld\theta \Rightarrow \frac{d^2v}{dt^2} = -L\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$Mg\,sin(\theta) = M\frac{d^2v}{dt^2} \Rightarrow -Mg\,sin(\theta) = ML\frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (۶)$$

برای نوسانات کم دامنه که می‌توان $sin\theta$ را با θ بر حسب رادیان برابر گرفت معادلهٔ دوم حرکت به صورت

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \qquad (۷)$$

ساده می شود. جواب این معادله نیز به صورت می‌با شد که معرف یک حرکت نو سانی ساده برای آونگ است. دراین رابطه

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (۸)$$

اما چنانکه θرا کوچک فرض نکنیم معادله کلی دورهٔ تناوب، T به صورت زیر خواهد بود:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\,(1 + \frac{\theta^2}{16} + ...) \qquad (۹)$$

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز: ۱- پایهٔ مخصوص آویزان کردن فنر و آونگ ۲- پنج فنر مختلف با رنگ‌های زرد، قرمز، سبز، مشکی و سفید ۳- گلولهٔ فلزی آونگ ساده و نخ ۴- وزنه‌های کوچک، ۵- زمان سنج دستی.۶- زمان سنج الکترونیکی، نگهدارنده مغناطیسی ۷- گلوله فلزی برای آزمایش سقوط آزاد

برای آشنایی اولیه با روش انجام آزمایش به سایت آزمایشگاه مراجعه نموده و مراحل انجام آزمایش را در گزارش تصویری مشاهده نمایید. *http://physics.sharif.edu/genphyslabs1/002.htm*

۱- اندازه‌گیری ثابت فنری و ضریب نسبی جرمی فنر

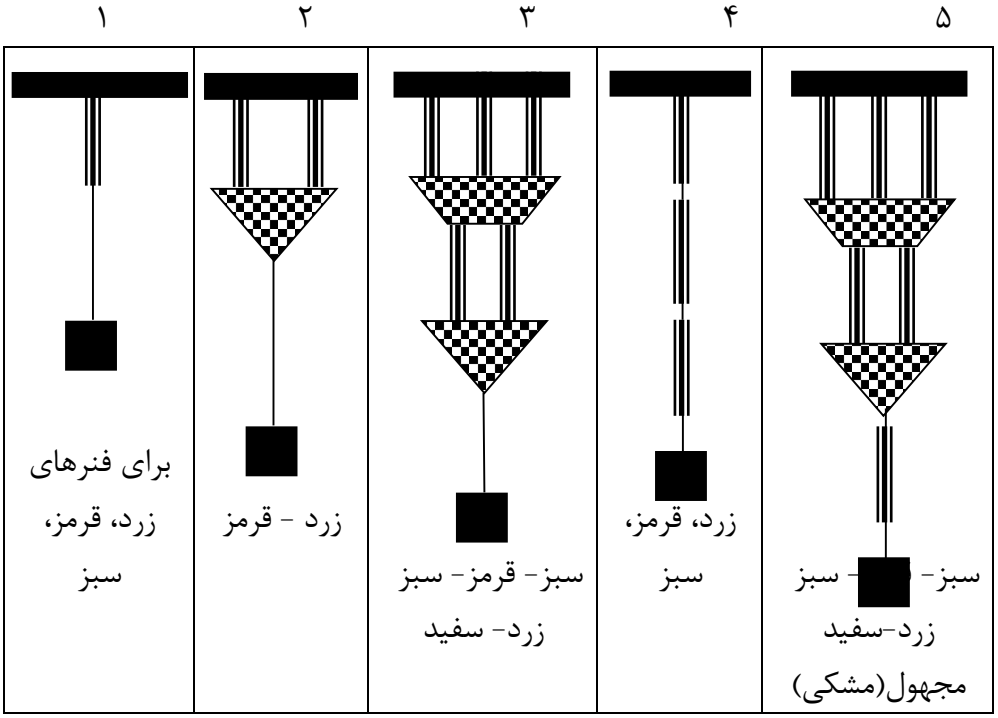
فنر سفید رنگ را انتخاب و آن را از میله بالایی پایه آویزان کنید. سپس کفه را به آن متصل کرده و در حالت تعادل، پائین‌ترین نقطه کفه را از روی خط‌کش متصل به پایه بخوانید. آن را h_0 بنامید. سپس وزنه حدود ۵۰ گرمی (m) را به کفه اضافه کنید، بعد از تعادل مقدار h ثانویه را از روی

خط‌کش بخوانید. مقدار $\Delta h = h - h_{\circ}$ را بدست آورید و در جدول ۱ یادداشت کنید. سپس وزنه را در راستای قائم با دامنه کم به نوسان در آورید. زمان ۵۰ نوسان آنرا اندازه‌گیری کنید. این عمل را برای وزنه‌های ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰ و ۲۵۰ گرمی نیز انجام داده و جدول شـماره ۱ را کامل نمائید. بعد از هر بار اندازه‌گیری زمان، زمان‌سنج را *reset* کنید. دقت زمان‌سنج خود را در نظر داشته باشید. جرم فنر (m_s)، جرم کفه (m_P) و مجموع جرم کفه و جرم روی آنرا (M) نیز در هر مرحله به کمک ترازوبا دقت ۵ گرم، اندازه گرفته و در جدول یادداشت کنید.توجه داشته باشید که جرم آویخته شده از فنر مجموعه جرم کفه و جرم اضافه شده به آن است.

۲- به هم بستن فنرها

ابتدا به کمک وزنه دلخواهی که در مراحلی جداگانه به هر یک از فنرها آویزان می‌کنید، تغییر طول هر فنر را بدست آورید. انتخاب وزنه به گونه‌ای باشد که تغییر طول فنر قابل اندازه‌گیری باشد. نتایج را در جدول ۲ یادداشت کنید.

حال فنرها را به پنج حالت مختلف که در شـــکل زیر آمده ببندید و آزمایش فوق را تکرار کنید. وزنه‌ها را طوری انتخاب نمایید که تغییر طول با دقت مناســـبی قابل اندازه‌گیری باشـــد. در حالت موازی جرم بیشتری روی کفه قرار دهید.



شکل۱ – ترکیب‌های مختلف از فنرها که آزمایش می‌شود.

۳- اندازه‌گیری شتاب ثقل زمین به کمک آونگ ساده

آونگ ساده را آماده کنید. برای این منظور تکیه گاه (میله‌ای فلزی که یک سر آن نیم تخت است) را در بالاترین نقطه پایه ثابت به کمک گیره نصـــب کنید. نخی به طول حدود ۸۰ ســـانتی متر را به

حلقه آلومینیومی متصـــل کرده و ســـوزن حلقه را مطابق شـــکل ۲ روی تکیه گاه قرار دهید. انتهای دیگر نخ را به گلوله آونگ و صل کنید. طول نخ را طوری تنظیم کنید که فا صله محل آویز (تکیه‌گاه سوزن حلقه) تا مرکز جرم گلوله آونگ ۶۰ سانتیمتر با شد. زمان ۵۰ نو سان با دامنه کوچک (زاویه انحراف کوچکتر از °۶ را اندازه گرفته و در جدول ۳ یادداشـــت کنید. آزمایش را ۵ بار تکرار کنید و جدول ۳ را کامل کنید. لازم به ذکر ا ست که نبایستی نخ به دور حلقهٔ آلومینیومی پیچیده و یا گره شود که باعث بروز خطا خواهد شد.

سپس آزمایش را برای زاویهٔ ۳۰ درجه تکرار کنید و جدول ۴ را پر کنید.

شکل۲- نحوه‌ی قرارگرفتن سوزن حلقه روی تکیه‌گاه

۴- آزمایش سقوط آزاد

برای انجام آزمایش ابتدا نگهدارنده مغناطیسی را به بالاترین نقطه پایه ثابت بسته و آنرا به زمان‌سنج الکترونیکی و صل کنید. دو فیش نگهدارنده مغناطیسی به د ستگاه زمان سنج متصل شود. حسگر نوری را نیز در پایین پایه ثابت نصب کنید. حسگر نوری دارای دو عدد فیش می‌با شد فیش متصل به رشته اصلی در پشت دستگاه در بخش *START* و فیش جانبی در پشت دستگاه در بخش *STOP* قرار می‌گیرد.

برای تنظیم دقیق ابتدا شاقول را از نگهدارنده مغناطیسی آویزان کرده و حسگر نوری را طوری تنظیم کنید که نخ شاقول از وسط آن بگذرد. تنظیم این قسمت باید با دقت بالایی انجام شده و در حین انجام آزمایش از چرخاندن حسگر حول پایه ثابت خودداری شود در غیر این صورت حسگر نوری باید دوباره تنظیم شود. به کمک نگهدارنده مغناطیسی گلوله فلزی را نگهداشته و فاصله مگنت تا وسط حسگر نوری را به دقت اندازه گرفته و آن را برابر ۲۰ سانتیمتر قرار دهید (هنگام محاسبه طول مسیر گلوله ، قطر گلوله فلزی را از فاصله بین مگنت تا دیود حسگر کم نمایید).

ظرف جمع آوری گلوله را در زیر حسگر قرار داده و طوری تنظیم کنید که گلوله پس از عبور از حسگر داخل آن بیفتد. با کلیدی که روی زمان‌سنج قرار دارد میدان مغناطیسی را قطع و گلوله را رها کنید. همزمان با رها شدن گلوله زمان سنج شروع به کار می کند. به محض رسیدن گلوله به حسگر نوری زمان سنج متوقف شده و زمان سقوط گلوله را نشان می‌دهد. در این صورت داریم:

$$z = \frac{1}{2} g t^2$$

z فاصله‌ای است که مرکز جرم گلوله در زمان t طی می‌کند. زمان سقوط آزاد را در جدول ۵ یادداشت نمایید. آزمایش را برای سایر مقادیر z که در جدول ۵ آورده شده تکرار کنید. در پایان با کولیس قطر گلوله را نیز به دقت اندازه بگیرید.

خواسته‌ها

۱- تحلیل داده‌های جدول ۱:

الف) نشان دهید $m' g = K.\Delta h$، که در آن m' جرم اضافه شده به کفه می‌باشد.

ب) مطابق رابطهٔ (۱)، چون قانون هوک معرف یک رابطه خطی ا ست، می‌توان با ر سم F بر ح سب X، ضـــریب زاویهٔ خط حاصـــل یعنی K را بدســـت آورد. چنانچه رابطه بند (الف) را به صـــورت $m' = \frac{K\Delta h}{g}$ بنویســـیم، نمودار m' بر حســـب Δh دارای ضـــریب زاویه‌ای برابر $\frac{K}{g}$ خواهد بود. حال منحنی تغییرات m' را بر حسب Δh رسم کنید. ضریب زاویه و به کمک آن مقدار K را بدست آورید.

ج) مقدار K را نیز با ا ستفاده از رابطه (۵) بخش نظریه بد ست آورید. برای این کار، منحنی تغییرات T^2 بر حسب M را رسم کنید. در اینجا M مجموع جرم آویزان شده از فنر می‌باشد. برای نتیجه‌گیری بهتر رابطهٔ (۵) را به صورت زیر باز کنید.

$$T^{۲} = (\frac{٤\pi^{۲}}{K})M + (\frac{٤\pi^{۲}}{K})\, fm_s$$

د) نتیجه بند (ب) و (ج) را با هم مقایسه کنید.

ه) با توجه به رابطه بند (ج)، ملاحظه می‌شـود که مقدار T^2 به ازای $M= -f.ms$ برابر صـفر می‌شـود. این نقطه معرف نقطه‌ای اســـت که منحنی مذکور در آن نقطه محور Mها را قطع می‌کند. حال با کمک منحنی T^2 بر حسب M، مقدار f را تعیین کنید.

۲- تحلیل داده‌های جدول ۲:

جدول۲ را با محاســـبهٔ مقادیر معادل K برای ترکیب‌های نشـــان داده شـــده در شـــکل۱ کامل کنید (مقدار K را مستقیماً از قانون هوک بدست آورید). روابط به هم بستن سری و موازی فنرها را نوشته، در ستی آنها را با اندازه‌گیری‌های خود تحقیق کنید. حال برای حالت ۵ ، K فنر مجهول (م شکی) را بدست آورید.

۳- تحلیل داده‌های جدول ۳:

مقدار شـــتاب ثقل زمین را با توجه به میانگین جدول ۳ بدســـت آورید. آنرا با مقدار دقیق‌ترش در آزمایشگاه $(g = ۹۷۸\, cm/\sec)^۲$ مقایسه و درصد خطای (تفاوت) نسبی را بدست آورید.

۴- تحلیل داده‌های جدول ۴:

دورهٔ تناوب میانگین را بدســـت آورید. آیا اختلافی با نتیجهٔ میانگین دورهٔ تناوب جدول ۳ مشـــاهده می‌کنید؟ اگر جوابتان مثبت ا ست اختلاف آن را بد ست آورده و با مقدار تئوری آن که از رابطهٔ (۹) بدســـت می‌آید مقایســـه کنید. آیا همخوانی دارند؟ در صـــورت عدم همخوانی زیاد دلیل خود را ذکر کنید.

۵- تحلیل داده‌های جدول ۵:

منحنی تغییرات z بر حسب t^2 را ر سم کرده و با ا ستفاده از شیب نمودار مقدار شتاب ثقل زمین را بد ست آورده و آن را با مقدار دقیق‌ترش در آزمایشگاه $(g = ۹۷۸\, cm/\sec)^۲$ مقایسه و در صد خطای (تفاوت) نســـبی را بدســـت آورید. عوامل خطا را شـــرح دهید. در مورد اثر فاصـــله طی شـــده در حین سقوط بر اندازه‌گیری شتاب ثقل زمین با توجه به منحنی بحث کنید. با توجه به داده‌های موجود آیا می‌توانید ضریب مقاومت هوا را به این روش به طور تقریبی اندازه بگیرید؟

سؤالات

۱) واحد ثابت فنری k در دستگاه MKS چیست؟

۲) در مرحلهٔ (۱) از آزمایش با توجه به دقت اندازه‌گیری جرم و دورهٔ تناوب و با فرض بدون جرم بودن فنر، درصد خطا در محاسبه ثابت فنر (k) چقدر است؟ (به بخش خطای کمیت‌های مرکب رجوع کنید.)

۳) روابط ثابت فنری معادل در به هم بستن فنرها را در حالت‌های ۱ تا ۴ بدست آورید.

۴) اگر طول آونگ ساده‌ای cm ۴۰ باشد، با ا ستفاده از رابطهٔ (۹) نظریه اختلاف زمان تناوب آونگ را برای دو حالت الف) حداکثر زاویهٔ انحراف ۶ درجه، ب) حداکثر زاویهٔ انحراف ۳۰ درجه، محاســـبه کنید. مدت زمان حداقل چند نوســـان کامل را باید با زمان‌ســـنجی که در این آزمایش بکار بردید، اندازه گرفت تا بتوان این اختلاف را آشکار کرد؟

جدول‌های آزمایش شمارهٔ ۱۰

حرکت هماهنگ ساده و سقوط آزاد

جدول ۱- اندازه‌گیری ثابت فنر سفید

جرم آویخته شده از فنر *(M)*	h°	h	$\Delta h(cm)$	زمان ۵۰ نوسان *(s)*	دورهٔ تناوب *(s)*

m_p=..... جرم کفه

m_s =..... جرم فنر

جدول ۲- به هم بستن سری و موازی

	مجموع جرم آویخته شده از فنر *(gr)*	h°	h	$\Delta h(cm)$	K
فنر زرد					
فنر سبز					
فنر قرمز					
حالت ۲					
حالت ۳					
حالت ۴					
حالت ۵					

جدول ۳- نوسانات آونگ ساده (کمتر از ۶ درجه)

تکرار	زمان ۵۰ نوسان *(S)*	دورهٔ تناوب *(s)*
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		

طول آونگ ساده *(cm)*=.....

جدول ۴- نوسانات آونگ ساده (۳۰ درجه)

تکرار	زمان ۵۰ نوسان *(S)*	دورهٔ تناوب *(s)*
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		

جدول ۵- سقوط آزاد

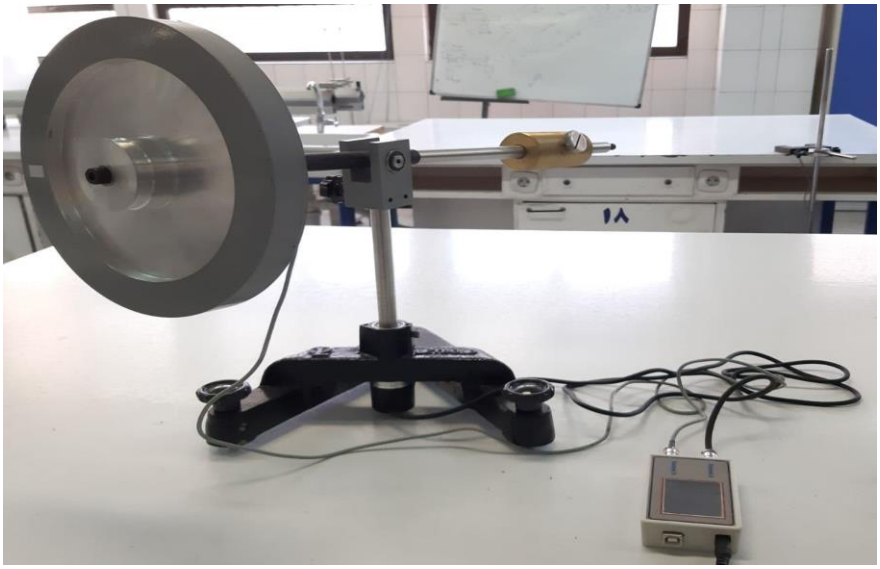
z *(cm)*	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۵۰	۶۰	۸۰	۱۰۰
t (ثانیه)									

آزمایش شمارهٔ ۱۱

حرکت تقدیمی ژیروسکوپ(چرخش سنج)

مقدمه :

ژیروسکوپ (چرخش سنج) وسیله‌ای است که برای سنجش سرعت زاویه‌ای چرخش یک جسم به کار می‌رود. انواع پیشرفته ی ژیروسکوپ ها (مانند ژیروسکوپ های MEMS یا ژیروسکوپ های بخار اتمی) یکی از تجهیزات پرکاربرد گوشی های همراه، هواپیماهای مسافری، هواپیماهای جنگنده و . . . است.



گشتاور لختی یک ژیروسکوپ با اندازه‌گیری شتاب زاویه‌ای ژیروسکوپ که توسط گشتاور معینی ایجاد شده، قابل محاسبه است. رابطه میان بسامد چرخش محوری[۲] f_r و حرکت تقدیمی[۳] f_p ژیروسکوپ را با مقادیر متفاوت گشتاور وارد بر محور چرخش $\tau = F \times r$ به صورت رابطه۱ می توان نوشت.

رابطه ۱ :

$$f_p = \frac{1}{4\pi^2}\frac{\tau}{I_z}\frac{1}{f_r}$$

که I_z گشتاور لختی حول محور z است.

---

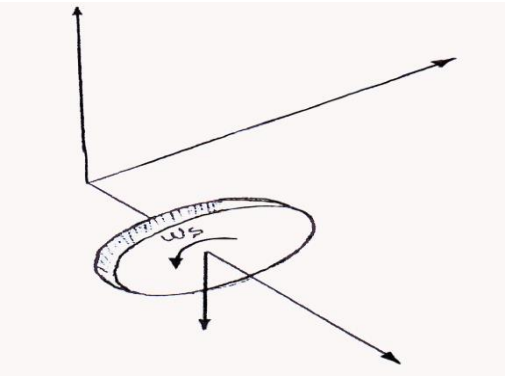
[۲] Rotation
[۳] Precession

همچنین اگر محور چرخش ژیروسکوپ توسط نیرویی خارجی اندکی جابجا شود، رقص محوری ایجاد می‌شود. بسامد رقص محوری[۴] f_{nu} به صورت تابعی از بسامد چرخش محوری f_r بدست می آید. (آیا نیازی به این توضیح هست؟)

رابطه ۲ :

$$f_{nu} = \frac{I_z}{\sqrt{I_x I_y}} f_r$$

که I_x و I_y و I_z به ترتیب گشتاور لختی حول محور x و y و z هستند.



تئوری:

بسامد حرکت تقدیمی ژیروسکوپ مستقیما با استفاده از شفت انکودر سنجیده می شود. هر پالس رسیده از انکودر $1/360$ دور است. زمان شروع یک پالس تا خاتمه آن توسط دیتا لاگر سنجیده شده و بر حسب میکرو ثانیه به عنوان پریود حرکت تقدیمی به رایانه از طریق پورت USB ارسال می گردد. رایانه نیز این مقدار را به دور بر ثانیه تبدیل نموده و در داخل پنجره مربوط به دیتالاگر به نمایش می گذارد .

بسامد حرکت دورانی با استفاده از یک سنسور مغناطیسی که بر روی محور اصلی ژیروسکوپ نسب شده سنجیده می شود. بر روی دیسک ژیروسکوپ دو عدد آهنربا با فاصله 180 درجه نصب گردیده است. این آهنربا ها بطور پی در پی N و S می باشند. هر N و S متوالی ایجاد یک پالس برای دیتا لاگر می نماید. در یک دور دوران کامل دیسک ژیروسکوپ یک پالس ایجاد خواهد گردید. پریود این پالسها در دیتا لاگر بر حسب میکرو ثانیه سنجیده شده و به عنوان پریود چرخش دورانی به رایانه ارسال می گردد رایانه نیز با انجام محاسبات ساده ای ، این عدد را به دور بر ثانیه تبدیل نموده و در داخل پنجره مربوط به دیتالاگر به نمایش در می آورد. با ثبت همزمان این دو سرعت زاویه ای می توان ارتباط بین سرعت زاویه ای دورانی و سرعت زاویه ای حرکت تقدیمی ژیروسکوپ را بدست آورد.

[۴] Nutation

مراحل انجام آزمایش :

ابزار مورد نیاز:

ژیروسکوپ (شامل دیسک، محور، پایه، رمزگذار (انکودر)[۵]چسبیده به پایه برای ثبت بسامد حرکت تقدیمی و سیم‌های اتصال به ثبت‌کننده‌ی داده)، رمزگذار(انکودر) حسگر مغناطیسی برای ثبت بسامد حرکت چرخشی، میله استوانه‌ای برنجی، ثبت‌کننده‌ی داده به همراه سیم برق و آداپتور، موتور چرخاننده دستگاه ژیروسکوپ به همراه سیم برق، وزنه ۵۰ گرمی، وسیله‌ای برای فیلمبرداری از اعداد نمایش داده شده روی صفحه‌ی نمایش ثبت‌کننده‌ی داده.

ابتدا ژیروسکوپ را روی یک سطح کاملا مسطح قرار دهید. در صورت تراز نبودن، پایه نگهدارنده را با پیچ های تنظیم، تراز کنید. از اتصال سوکت‌های رمزگذار(انکودر) و حسگر مغناطیسی به کانال های A و B ثبت‌کننده‌ی داده اطمینان حاصل کنید. کابل سیاه رنگ مربوط به انکودر و کابل خاکستری رنگ مربوط به حسگر مغناطیسی است. ثبت‌کننده‌ی داده را به پریز متصل کنید.

در صورت عدم نمایش داده‌ها روی صفحه‌ی نمایش ثبت‌کننده ی داده، کابل دوشاخه را از ثبت کننده‌ی داده درآورده و سریعا دوباره به آن متصل کنید.

سپس روی محور ژیروسکوپ یک وزنه استوانه‌ای برنجی قرارگرفته است. محل این وزنه‌ی برنجی روی محور باید طوری تنظیم شود که ژیروسکوپ در امتداد محور افقی متعادل باشد. برای این کار پیچ روی وزنه را اندکی شل کرده و وزنه را به اندازه‌ای جابه جا کنید که محور ژیروسکوپ کاملا در راستای افقی قرار گیرد، سپس پیچ را سفت کنید. **با کمک دستیار آزمایشگاه**، دیسک ژیروسکوپ را به وسیله موتور چرخاننده **با دقت** بچرخانید تا زمانی که t_r نشان داده شده روی صفحه ی نمایش ثبت کننده ی داده به ۳۰۰۰۰ (معادل بسامد چرخش ۳۳ دور بر ثانیه) برسد.

توجه: تیغه‌ی موتور را قبل از روشن کردن موتور در محل تعبیه شده روی دیسک فروببرید.

سرعت چرخش موتور را به آرامی طی سه چهار مرحله افزایش دهید و هرگز این پیچ را تا انتها بالا نبرید.

بعد از آن که سرعت چرخش دیسک ژیروسکوپ به مقدار دلخواه رسید، تیغه‌ی موتور را به آرامی جدا کنید و موتور را خاموش کنید.

---

[۵] Encoder

پس از جدا کردن تیغه‌ی موتور، محور ژیروسکوپ همچنان باید در امتداد افق بوده و هیچ حرکت تقدیمی نداشته باشد. حال به آرامی به انتهای محور ژیروسکوپ وزنه پنجاه گرمی را اضافه کنید. با اضافه کردن وزنه، ژیروسکوپ شروع به حرکت تقدیمی می‌کند.

توجه: اضافه کردن وزنه را با نهایت دقت انجام دهید تا ضربه‌ی اضافه‌ای به ژیروسکوپ وارد نشود.

در چند ثانیه‌ی ابتدایی ژیروسکوپ دارای حرکت رقص محوری است. صبر کنید تا حرکت رقص محوری ژیروسکوپ کمتر شود. سپس از اعداد نشان‌داده‌شده روی صفحه‌ی نمایش ثبت‌کننده‌ی داده ویدئو تهیه کنید. تا زمانی که محور ژیروسکوپ تقریبا در امتداد افقی است (t_r~۶۵۰۰۰)، به ضبط ویدئو ادامه دهید. ویدئوی تهیه شده را ذخیره کنید.

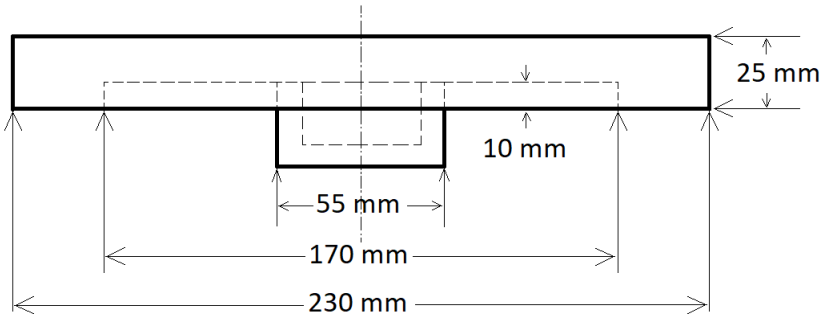
خواسته‌ها:

۱) از روی داده های ثبت شده f_p و f_r را محاسبه کرده و نمودار f_p بر حسب $\frac{1}{f_r}$ را رسم کنید. شیب نمودار و خطای شیب را به کمک روش کمترین مربعات تعیین کنید.

نکته: توجه داشته باشید که داده‌ها تقریبا به دو دسته‌ی جدا از هم تقسیم می‌شوند و هر دسته، به صورت جداگانه روی یک خط قرار می‌گیرد. داده‌های دسته‌ی کوچک‌تر را با یک ضریب دو بهنجار کنید. با این کار روند عمومی داده‌ها کاملا منطقی می‌شود و همه‌ی داده‌ها تقریبا روی یک خط قرار می‌گیرند. (این اشکال احتمالا به الکترونیک مدارهای ثبت‌کننده‌ی داده‌ها بازمی‌گردد. درباره‌ی علت احتمالی آن فکر کنید)

۲) با استفاده از شیب نمودار و خطای آن و به کمک رابطه ی (۱) لختی دورانی دیسک و خطای آن را به دست آورید.

۳) ابعاد تقریبی قسمت‌های مختلف دیسک در شکل زیر آمده است. دیسک از آلومینیوم ساخته شده و چگالی آلومینیوم $2.70\ gr/cm^3$ است. با استفاده از مقادیر داده شده و به کمک رابطه‌ی زیر لختی دورانی دیسک را محاسبه کنید.



$$I = \int r^2\, dm$$

۴) مقدار لختی دورانی محاسبه شده را با مقدار بدست آمده از طریق آزمایش مقایسه کنید. درصد خطای نسبی را حساب کنید.

۵) درباره نحوه عملکرد رمزگذار(انکودر) و حسگر مغناطیسی برای اندازه گیری بسامد چرخش و بسامد حرکت تقدیمی تحقیق کنید و به صورت کوتاه نتیجه‌ی تحقیق خود را شرح دهید.

۶) در این آزمایش چه خطاهایی وجود دارد؟ راه‌هایی برای کاهش این خطاها پیشنهاد کنید.

توجه: دانشجویان عزیز بایستی سربرگ‌های ذیل را بعد از انجام آزمایش پر کرده و به آسیستان خود سر کلاس تحویل دهند.

جدول‌های آزمایش شمارهٔ ۱
اندازه‌گیری طول و جرم و تقعر

جدول ۱ - خطای صفر

مقدار خوانده شده برای صفر کولیس						= میانگین
مقدار خوانده شده برای صفر ریزسنج						= میانگین
مقدار خوانده شده برای صفر تقعرسنج						= میانگین

جدول ۲ - شمارهٔ نمونه‌ها

نمونه	شماره
استوانه فلزی	
ورقهٔ فلزی	
ورقهٔ پلکسی	

جدول شمارهٔ ۳ - اندازه‌گیری ضخامت ورقه‌ها

ضخامت ورقهٔ فلزی (x)							
ضخامت ورقه پلکسی(y)							

جدول ۴ - اندازه‌گیری ابعاد نمونه استوانه‌ای

قطر خارجی (a)							
قطر داخلی (y)							
طول (1)							

جدول ۵ - جرم نمونهٔ استوانه‌ای

جرم استوانه (m)					

جدول ۶ - اندازه‌گیری تقعر

فاصله محورهای ثابت و متحرک							
اختلاف ارتفاع محورهای ثابت و متحرک تقعرسنج							

جدول‌های آزمایش شمارهٔ۲

اندازه‌گیری چگالی به روش ارشمیدس و اندازه‌گیری زمان عکس‌العمل شخص

جدول ۱

نیروسنج ۱ نیوتونی			نیروسنج ۲/۵ نیوتونی						
شماره استوانه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
T_1									
T_2									
$B=T_1-T_2$									
$M(g)$									

جدول ۲- زمان واکنش اندازه‌گیری شدهٔ نفر اول

نام آزمایشگر داده‌های جدول:

جدول ۴- زمان واکنش اندازه‌گیری شدهٔ نفر دوم

نام آزمایشگر داده‌های جدول:

جدول ۶

فراوانی	بازه‌های زمانی
	۱۰۵-۱۰۱
	۱۱۰-۱۰۶
	۱۱۵-۱۱۱
	۱۲۰-۱۱۶
	۱۲۵-۱۲۱
	.....
	۳۰۰-۲۹۶

توجه

دانشجوی گرامی، آزمایش اندازه‌گیری زمان واکنش به منظور آشنائی شما با مفاهیم آماری و اندازه‌گیری‌های تجربی طراحی شده است. این آزمایش همچنین شما را با تاخیر زمانی در واکنش شما به عوامل خارجی آشنا می‌کند. قرار است که بر اساس نتایج به دست آمده از این آزمایش، پژوهشی در رابطه با اختلاف زمان واکنش میان دست راست و چپ، و مقایسهٔ آن در بین افراد راست دست و چپ دست انجام گیرد. در نتیجه، نتایج آزمایش شما (در صورت موافقت شما) به این منظور مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

در صورت تمایل به مشارکت در این پژوهش، خواهشمندیم فرم زیر را پر کرده و همراه با نتایج آزمایش تحویل نمائید. بدیهی است که اطلاعات خواسته شده در فرم، فقط به منظور تحقیق آماری استفاده خواهد شده و محفوظ خواهد ماند.

- به اعتقاد خودتان، شما چپ دست ☐ راست دست ☐ هستید.
- برای نوشتن از کدام دست استفاده می‌کنید؟ چپ ☐ راست ☐ هر دو ☐
- در هنگام قیچی کردن، قیچی را در کدام دست می‌گیرید؟ چپ ☐ راست ☐ هر دو ☐
- آیا در خانوادهٔ شما فرد چپ دستی وجود دارد؟ بلی ☐ خیر ☐

جدول‌های آزمایش شمارهٔ ۳
اصطکاک

جدول ۱- اندازه‌گیری ضریب اصطکاک جنبشی

وزنه‌های اضافه شده به بره	۱۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰	۹۰۰
نیروی اصطکاک سطح و سطح روکش دار					
نیروی اصطکاک سطح بره و چوب					

m = جرم مکعب با ترازو

جدول ۲- اندازه‌گیری ضریب اصطکاک جنبشی و ایستایی

	بره و سطح چوبی			بره و سطح روکش دار		
θ_k						
θ_S						

جدول ۳- بررسی اثر تغییر مساحت تماس بر اصطکاک

	سطح با مساحت کمتر بره و چوب		
θ_k			
θ_S			

جدول۴- اندازه‌گیری ضریب اصطکاک جنبشی و ایستابی
با استفاده از تغییر شیب سطح حرکت وزنه‌ها به سمت بالا

	بره و چوب		
θ_k			
کشش			
θ_S			
کشش			

جدول‌های آزمایش ۴

سرعت، شتاب و قانون دوم نیوتن

جدول ۱

$\Delta X\,(cm)$												
Δt												
$\Delta\bar{t}$												
$\bar{\upsilon}$												

جدول ۲

$\Delta X\,(cm)$	۱۵	۱۵	۱۵	۳۰	۳۰	۳۰	۴۵	۴۵	۴۵	۶۰	۶۰	۶۰	۷۵	۷۵	۷۵
Δt															
$\Delta\bar{t}$															
$\bar{\upsilon}$															

جدول ۳

$\Delta X\,(cm)$												
Δt												
$\Delta\bar{t}$												

$M_0=$
$m =$

جدول ۴

$\Delta X\,(cm)$												
Δt												
$\Delta\bar{t}$												

$M+M_0=$
$m =$

جدول ۵

$\Delta X\,(cm)$	۱۵	۱۵	۱۵	۳۰	۳۰	۳۰	۴۵	۴۵	۴۵	۶۰	۶۰	۶۰	۷۵	۷۵	۷۵
Δt_1															
Δt_2															
$\Delta\bar{t}_1$															
$\Delta\bar{t}_2$															
$V_1=\Delta x(cm)/\Delta\bar{t}_1$															
$V_2=\Delta x(cm)/\Delta\bar{t}_2$															

$M+M_0=$
$m =$

جدول‌های آزمایش شمارهٔ ۵

تعادل اجسام

جدول ۱- برآیند دو بردار (نیرو)

$T_A(gr)$	$T_B(gr)$	$Tc(gr)$	$\boldsymbol{\theta}$

جدول ۲- تعادل انتقالی

$T_A(gr)$	$T_B(gr)$	$T_C(gr)$	$T_D(gr)$	α	β

جدول ۳- تعیین جرم خط‌کش

$F(N)$	$OA(cm)$

جدول ۴- تعادل خط‌کش (۱)

$F(N)$	α

جدول ۵- تعادل خط‌کش (۲)

$F(N)$	β

جدول‌های آزمایش ۶
حرکت پرتابی

جدول۱- (ضربه تفنگ پرتاب‌کننده: متوسط)

زاویه(درجه)	۴۵	۳۰	۶۰	۲۰	۷۰
میانگین سرعت اولیه					
میانگین ارتفاع بیشینه					
میانگین برد					

h_0=.....

جدول۲- (ضربه تفنگ پرتاب‌کننده: کمینه)

زاویه(درجه)	۴۵	۳۰	۶۰	۲۰	۷۰
میانگین سرعت اولیه					
میانگین ارتفاع بیشینه					
میانگین برد					

h_0=.....

جدول‌های آزمایش شماره ۷
آونگ کاتر

جدول ۱- ایجاد شرط آونگ دوطرفه

X، فاصلهٔ دو مهره از تیغه‌ها (cm)	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
زمان ۱۰۰ نوسان حول E (s)				
دورهٔ تناوب نوسانات حول E (s)				
زمان ۱۰۰ نوسان حول F (s)				
دورهٔ تناوب نوسانات حول F (s)				

	X_N (cm)

جدول ۲- آونگ دوطرفه

l فاصلهٔ دو تیغهٔ E و F (cm)	
زمان ۱۰۰ نوسان حول تیغهٔ E (s)	
زمان ۱۰۰ نوسان حول تیغهٔ F (s)	
دورهٔ تناوب میانگین T_m (s)	

جدول‌های آزمایش ۸

برخورد (بقای تکانه)

جدول ۱

ردیف	زمان عبور از سنسور اول قبل از برخورد	زمان عبور از سنسور دوم قبل از برخورد	زمان عبور از سنسور اول بعد از برخورد	زمان عبور از سنسور دوم بعد از برخورد
۱				
۲				
۳				
۴				
۵				
۶				

مجموع جرم سره و اتصالات روی آن: فاصله سنسور اول تا انتهای ریل:

جدول ۲

ردیف	زمان عبور سره اول از سنسور اول(قبل از برخورد)	زمان عبور سره دوم سنسور دوم(بعد از برخورد)
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		
۶		

مجموع جرم سره اول و اتصالات روی آن: مجموع جرم سره دوم و اتصالات روی آن:

جدول ۳

ردیف	زمان عبور سره اول از سنسور اول قبل از برخورد	زمان عبور سره دوم از سنسور دوم بعد از برخورد	زمان عبور سره اول از سنسور اول بعد از برخورد
۱			
۲			
۳			
۴			
۵			
۶			

مجموع جرم سره اول و اتصالات روی آن: مجموع جرم سره دوم و اتصالات روی آن:

جدول ۴

ردیف	زمان عبور سره اول از سنسور اول قبل از برخورد	زمان عبور سره دوم از سنسور دوم بعد از برخورد	زمان عبور سره اول از سنسور دوم بعد از برخورد
۱			
۲			
۳			
۴			
۵			
۶			

مجموع جرم سره اول و اتصالات روی آن: مجموع جرم سره دوم و اتصالات روی آن:

جدول ۵

ردیف	زمان عبور سره اول از سنسور اول(قبل از برخورد)	زمان عبور سره دوم سنسور دوم(بعد از برخورد)
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		
۶		

جدول‌های آزمایش شماره ۹

اندازه‌گیری لختی دورانی

جدول ۱- اندازه‌گیری لختی دورانی میله فلزی

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

جرم میله فلزی: قطر میله فلزی: طول میله فلزی:

جدول ۲- اندازه‌گیری لختی دورانی پوسته کروی

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

جرم پوسته کروی: شعاع پوسته کروی:

جدول ۳- اندازه‌گیری لختی دورانی کره

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

جرم کره: شعاع کره:

جدول ۴- اندازه‌گیری لختی دورانی پوسته استوانه‌ای

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

جرم پوسته استوانه‌ای: قطر متوسط: طول پوسته استوانه‌ای:

جدول ۵- اندازه‌گیری لختی دورانی استوانه

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

جرم استوانه: شعاع : طول استوانه:

جدول ۶- قضیه محورهای موازی با دیسک پلکسی

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

فاصله مرکز دوران تا مرکز دیسک=۰سانتیمتر

جدول ۷- قضیه محورهای موازی با دیسک پلکسی

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

فاصله مرکز دوران تا مرکز دیسک=۳ سانتیمتر

جدول ۸- قضیه محورهای موازی

ردیف	فاصله دو حسگر	زمان عبور کفه و وزنه‌ها بین دو حسگر	جرم کفه و وزنه‌های روی آن
۱			
۲			
۳			

فاصله مرکز دوران تا مرکز دیسک=۶ سانتیمتر

جدول‌های آزمایش شمارهٔ ۱۰

حرکت هماهنگ ساده و سقوط آزاد

جدول ۱- اندازه‌گیری ثابت فنر سفید

جرم آویخته شده از فنر *(M)*	h°	h	$\Delta h(cm)$	زمان ۵۰ نوسان *(s)*	دورهٔ تناوب *(s)*

m_p=..... جرم کفه

m_s =..... جرم فنر

جدول ۲- به هم بستن سری و موازی

	مجموع جرم آویخته شده از فنر *(gr)*	h°	h	$\Delta h(cm)$	K
فنر زرد					
فنر سبز					
فنر قرمز					
حالت ۲					
حالت ۳					
حالت ۴					
حالت ۵					

جدول ۳- نوسانات آونگ ساده (کمتر از ۶ درجه)

تکرار	زمان ۵۰ نوسان *(S)*	دورهٔ تناوب *(s)*
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		

.....=طول آونگ ساده *(cm)*

جدول ۴- نوسانات آونگ ساده (۳۰ درجه)

تکرار	زمان ۵۰ نوسان *(S)*	دورهٔ تناوب *(s)*
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		

جدول ۵- سقوط آزاد

z *(cm)*	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۵۰	۶۰	۸۰	۱۰۰
t (ثانیه)									