آزمایش ۶

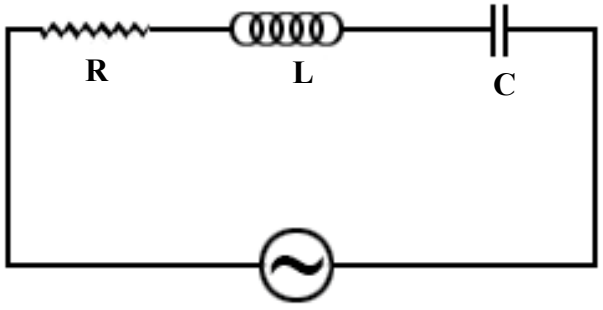
مطالعه مدارها با جریان متناوب

مطالعه و بررسی اثر مقاومت، القاگر و خازن در مدار جریان متناوب

تئوری آزمایش

مقاومت ظاهری و اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان در عناصر مختلف یک مدار RLC :

مدار شکل ۱ شامل مقاومت R ، القاگر L و خازن C است که به صورت سری به منبع تغذیه متناوب با نیروی محرکه الکتریکی ε که از رابطه $\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$ بدست می‌آید، وصل شده‌اند. بین اختلاف پتانسیل دو سر هر عنصر و جریان عبوری از آن اختلاف فاز وجود دارد. فرض کنیم جریان در مدار به صورت $i = i_m \sin(\omega t - \varphi)$ باشد، با استفاده از R ، C ، L ، ω و ε_m می‌توان i_m وφ را به دست آورد.



شکل ۱

ابتدا فرض می‌کنیم هریک از عناصر به طور جداگانه به منبع تغذیه متناوب $\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$ وصل شده‌اند و اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ را بدست می‌آوریم.

- **مقاومت R** : اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R به صورت زیر است:

$$V_R = \varepsilon_m \sin \omega t$$

$$V_R = Ri = Ri_m \sin(\omega t - \varphi)$$

از مقایسه دورابطه نتیجه می‌شود که $\varepsilon_m = Ri_m$ و $\varphi = ۰$ اختلاف پتانسیل و جریان نیز هم فاز هستند.

- **القاگر L:** اختلاف پتانسیل دو سر القاگر L به صورت زیر است:

$$V_L = \varepsilon_m \sin \omega t$$

$$V_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}\mathrm{i_m}\sin(\omega \mathrm{t} - \varphi) = Li_m\omega\cos(\omega t - \varphi) = X_L i_m \sin(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{۲})$$

که $X_L = L\omega$ را واکنایی القایی یا **مقاومت ظاهری القاگر** می‌نامند. از مقایسه دو رابطه نتیجه می‌شود که $\varepsilon_m = X_L i_m$، و اختلاف پتانسیل V_L به اندازه $\frac{\pi}{۲}$ نسبت به جریان تقدم فاز دارد.

- **خازن C** : اختلاف پتانسیل دو سر خازن C به صورت زیر است:

$$V_C = \varepsilon_m \sin \omega t$$

$$V_C = \frac{q}{C} = \frac{۱}{C}\int idt = \frac{۱}{C}\int \mathrm{i_m}\sin(\omega \mathrm{t} - \varphi)\, dt = -\frac{i_m}{C\omega}\cos(\omega t - \varphi) = X_C i_m \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{۲}\right)$$

که $X_C = \frac{۱}{C\omega}$ را واکنایی خازنی یا **مقاومت ظاهری خازن** می‌نامند. از مقایسه دورابطه نتیجه می‌شود که $\varepsilon_m = X_C i_m$، و اختلاف پتانسیل V_C به اندازه $\frac{\pi}{۲}$ نسبت به جریان تأخیر فاز دارد.

با توجه به مطالب ذکر شده در باره عناصر مختلف مدار، قانون کیرشهف را برای مدار شکل ۱ به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\varepsilon = V_R + V_L + V_C$$

$$\varepsilon_m \sin \omega t = Ri_m \sin(\omega t - \varphi) + X_L i_m \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{۲}\right) + X_C i_m \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{۲}\right)$$

$$\varepsilon_m \sin \omega t = i_m\{R\sin(\omega t - \varphi) + (X_L - X_C)\cos(\omega t - \varphi)\}$$

تعریف می کنیم : $\tan\alpha = \frac{X_L - X_C}{R}$، بنابراین معادله آخر را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\varepsilon_m \sin \omega t = \frac{i_m R \sin(\omega t - \varphi + \alpha)}{\cos\alpha}$$

برای اینکه دو طرف تساوی در تمام زمانها برقرار باشد باید $\alpha = \varphi$ باشد پس از $\mathbf{\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}}$ و رابطه‌های مثلثاتی می‌توان $\cos\varphi$ را به دست آورد.

$$\mathbf{\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}}$$

با شرط $\alpha = \varphi$ و با استفاده از دو رابطه بالا، می‌توان i_m را بدست آورد

$$i_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

بنابراین $\mathbf{Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$ که Z امپدانس مدار یا **مقاومت ظاهری** مدار نامیده می‌شود، درنتیجه $i_m = \frac{\varepsilon_m}{Z}$ است. این رابطه بین ولتاژ مؤثر[1] V_Z و جریان مؤثر I نیز برقرار است ($I = \frac{V_Z}{Z}$). اگر I ماکزیمم باشد مدار در حالت تشدید است. برای اینکه I ماکزیمم باشد باید امپدانس مدار مینیمم شود، بنابراین شرط اینکه مدار در حالت تشدید باشد عبارت است از:

$$X_L - X_C = 0 \Rightarrow \omega_{res} = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

به ازاء این بسامد مدار در**حالت تشدید** خواهد بود.

مفهوم فازور : اگر تابعی مثل $v(t) = V_z \cos(\omega t + \varphi)$ موجود باشد آنگاه بنا به تعریف فازور آنرا به شکل زیر تعریف میکنیم:

$$V = V_z e^{j\varphi}$$

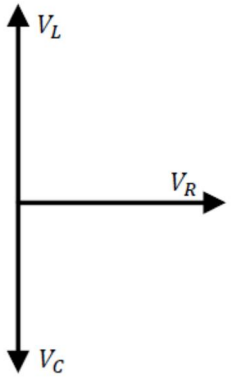
به طوری که: $|V| = V_z$ و $\angle V = \varphi$

بررسی مدار RLC با روش رسم نمودار فازوری

روش دیگر برای مطالعه مدار RLC روش رسم نمودار فازوری است، دراین روش قانون کیرشهف برای مدار RLC یک رابطه برداری است $V_Z = V_R + V_L + V_C$. اندازه هریک از بردارها برابر با ااختلاف پتانسیل مؤثر دو سر هر عنصر است. برای مقاومت R اختلاف پتانسیل و جریان هم فاز هستند، در نتیجه این دو بردار هم‌جهت هستند و اختلاف فاز بین جریان و اختلاف پتانسیل هریک ازعناصر مدار برابر با زاویه بین بردار V_R و بردار اختلاف پتانسیل

[1] ولتاژ و جریان مؤثر ، جذر میانگین مربعی این کمیت‌ها است. برای مطالعه بیشتر به کتاب فیزیک هالیدی، فصل جریان‌های متناوب مراجعه شود.

آن عنصر است. بنابراین اگر V_R مانند شکل ۲ در راستای افق رسم شود بردار اختلاف پتانسیل القاگر ایده‌آل L (V_L) و خازن ایده‌آل C (V_C) عمود بر بردار V_R خواهند بود. بردار V_L به علت تقدم فاز نسبت به جریان در جهت مثبت و بردار V_C به علت تأخیر فاز نسبت به جریان در جهت منفی رسم می‌شوند.



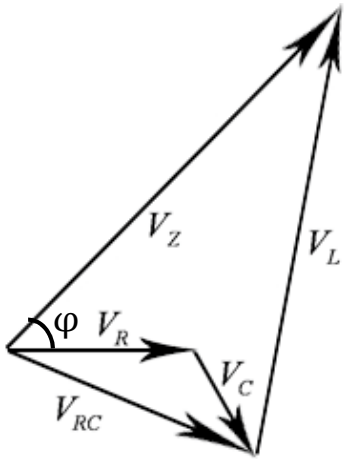
$$|V_z| = \sqrt{V_R{}^2 + (V_L - V_C)^2}$$

شکل۲

در عمل القاگرها و خازن‌ها ایده‌آل نبوده و دارای مقاومت اهمی (r) هستند. بنابراین بردار V_L و بردار V_C بر بردار V_R عمود نیستند. دراین حالت با استفاده از خط‌کش و پرگار شکل زیر را رسم می‌کنیم. اختلاف پتانسیل مقاومت اهمی القاگر، با تصویر کردن V_L در راستای افق بدست می‌آید. اختلاف پتانسیل ناشی از القا نیز با تصویر کردن V_L در راستای قائم بدست می‌آید. ($\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R+r}$)

رسم نمودار فازوری با معلوم بودن اندازه ($V_R - V_C - V_{RC} - V_L - V_Z$) :

به اندازه V_R یک خط افقی رسم میکنیم سپس دهانه پرگار را به اندازه V_C باز کرده و از انتهای V_R یک کمان میزنیم (به سمت پایین چون تاخیر فاز دارد) . سپس دهانه پرگار را به اندازه V_{RC} باز میکنیم و از ابتدای V_R کمان میزنیم .نقطه تقاطع کمان ها را به ابتدا و انتهای V_R وصل میکنیم که تشکیل یک مثلث میدهد. حال دهانه پرگار را به اندازه V_L باز کرده و از انتهای V_{RC} کمان میزنیم (به سمت بالا چون تقدم فاز دارد) .سپس به اندازه V_Z باز میکنیم و از ابتدای V_{RC} کمان میزنیم و نقطه تقاطع دو کمان را به ابتدا و انتهای V_{RC} وصل میکنیم که تشکیل یک مثلث را میدهد. (شکل ۳)



شکل ۳

وسایل آزمایش

منبع تغذیه جریان متناوب (AC) ، القاگر، مقاومت، خازن، ولت‌متر، سیم رابط (۷ عدد) .

روش آزمایش

بررسی مدار *RL*

- مدار آزمایش را که شامل مقاومت R و القاگر L به صورت سری است، به منبع تغذیه متناوب وصل کنید (دقت کنید قبل از روشن کردن منبع تغذیه، ولتاژ آن روی صفر باشد تا دستگاه آسیب نبیند و ولتاژ نیز به آرامی افزایش یابد).
- ولتاژ منبع تغذیه را روی مقدار ثابتی (۲۰ ولت) تنظیم کنید.
- اختلاف پتانسیل V_R، V_L، و اختلاف پتانسیل دو سر مدار V_Z و جریان مدار را اندازه‌گیری کرده سپس در جدول ۱ ثبت کنید.
- نموداربرداری ولتاژها را رسم کنید و با استفاده از آن، اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ دو سر مدار V_Z را بدست آورید.
- آیا V_L بر V_R عمود است؟ توضیح دهید. با استفاده از نمودار برداری، مقاومت اهمی القاگر را بدست آورید.
- امپدانس مدار Z را به دست آورید و با استفاده از آن ضریب خودالقایی القاگر را محاسبه کنید (فرکانس برق شهر ۵۰ هرتز است).

جدول ۱

V_R (V)	V_L (V)	V_Z (V)	I (mA)

بررسی مدار RC

- مدار آزمایش را که شامل مقاومت R و خازن C به صورت سری است، به منبع تغذیه متناوب وصل کنید (دقت کنید قبل از روشن کردن منبع تغذیه، ولتاژ آن روی صفر باشد تا دستگاه آسیب نبیند و ولتاژ نیز به آرامی افزایش یابد).
- ولتاژ منبع تغذیه را روی مقدار ثابتی (۲۰ ولت) تنظیم کنید.
- اختلاف پتانسیل V_R، V_C، و اختلاف پتانسیل دو سر مدار V_Z و جریان مدار را اندازه‌گیری کرده سپس در جدول ۲ ثبت کنید.
- نموداربرداری ولتاژها را رسم کنید و با استفاده از آن، اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ دو سر مدار V_Z را بدست آورید. آیا V_C بر V_R عمود است؟ توضیح دهید.
- امپدانس مدار Z را به دست آورید و با استفاده از آن ظرفیت خازن را محاسبه کنید .

جدول ۲

V_R (V)	V_C (V)	V_Z (V)	I (mA)

بررسی مدار RLC

- مدار آزمایش را که شامل مقاومت R، القاگر L و خازن C به صورت سری است، به منبع تغذیه متناوب وصل کنید (دقت کنید قبل از روشن کردن منبع تغذیه، ولتاژ آن روی صفر باشد تا دستگاه آسیب نبیند و ولتاژ نیز به آرامی افزایش یابد).

- ولتاژ منبع تغذیه را روی مقدار ثابتی (۲۰ ولت) تنظیم کنید.
- اختلاف پتانسیل V_R، V_L، V_C، V_{RL} و اختلاف پتانسیل دو سر مدار V_Z و جریان مدار را اندازه‌گیری کرده سپس در جدول ۳ ثبت کنید.
- نموداربرداری ولتاژها را رسم کنید و با استفاده از آن، اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ دو سر مدار V_Z را بدست آورید.
- آیا V_L بر V_R عمود است؟ توضیح دهید. مقاومت اهمی القاگر را به دست آورده و با مقدار به دست آمده در مدار RL مقایسه کنید. چرا نمی‌توان با این روش مقاومت اهمی خازن را بدست آورد؟
- با استفاده از V_Z و I اندازه‌گیری شده، امپدانس مدار Z را به دست آورید. همچنین با استفاده از ضریب خودالقایی القاگر و ظرفیت خازن که در مدار RL و مدار RC محاسبه شد، امپدانس مدار Z را محاسبه کنید و با نتیجه به دست آمده، مقایسه کنید.

جدول ۳

V_R (V)	V_L (V)	V_C (V)	V_{RL} (V)	V_Z (V)	I (mA)