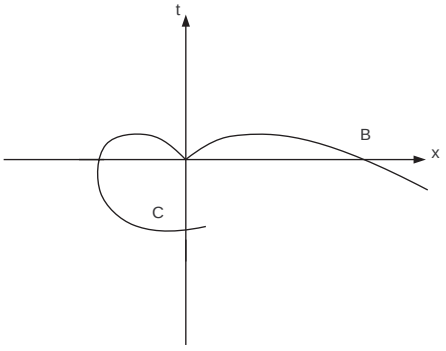
تمرین سری اول

مهلت تحویل ۸۵/۷/۱۶

۱– نمودار فضازمان زیر را در نظر بگیرید. آیا خم B می تواند جهان‌خط یک ناظر باشد؟ راجع به این ناظر (احتمالی) چه می توانید بگویید؟ آیا این ناظر هیچ‌یک از قوانین فیزیک را نقض می کند؟ خم C را بررسی کنید. اگر این خم جهان‌خط یک ناظر باشد، چه مشکلاتی روی می دهد؟



۲– فرض کنید فضا همسانگرد است. آنگاه توضیح دهید که همگنی نیز خواهد بود. عکس این قضیه صادق نیست. چرا؟ مثال بیاورید.

۳– سنگی را در آب می اندازیم. امواج دایروی در سطح آب پدید می آیند. این پدیده را دو بعدی فرض می کنیم، به این معنی که جبهه‌ی موج را دایره‌هایی حول نقطه‌ی برخورد می بینیم.نمودار فضازمان این امواج را رسم کنید. توجه داشته باشید که به دو بعد فضا نیاز دارید.

۴– مسیر زمین به دور خورشید را بیضی بسته فرض کنید. نمودار فضازمان آن گردش زمین را رسم کنید.

۵– ذره‌ای در یک شتابگر دایره‌ای حرکت می کند، سرعت آن دایم در حال افزایش است. جهان‌خط این ذره را در نمودار فضازمان (t, x, y) رسم کنید. میسر ذره را در فضا نیز مشخص کنید. این ذره وس از رسیدن به انرژی معین در یک مسیر راست‌خط با ذره‌ی دیگری برخورد داده می شود. جهان‌خط این ذره بعد از برخورد چه حالت‌هایی می تواند باشد؟

۶– دو ناظر لخت که نسبت به هم ساکن‌اند، در فاصله‌ی L از یکدیگرند. این دو توپی را دست به دست می دهند. گیریم مسیر توپ در امتداد خط مستقیم است و سرعت توپ یکنواخت. جهان‌خط ذره را رسم کنید.

۷– هنگام بحث در مورد تبدیل مختصات ناظرهای لخت، فرض کردیم مختصات پریم دار تابعی از مختصات بدون پریم و نیز

سرعت میان دو ناظر است:

$$x'^{\mu} = x'^{\mu}(x^{\nu}, v)$$

دانشجویی اعتراض می کند که چرا این تبدیل تابعی از مشتقات x^{μ} نیز نباشد؟ شما چه جوابی دارید؟

۸– در گام دوم به هنگام به‌دست آوردن تبدیل میان ناظرهای لخت فرض کردیم اگر v سرعت مبدأ I' در I باشد، آنگاه سرعت مبدأ I در I' برابر $-v$ است. این فرض بدیهی نیست. آن را اثبات کنید. ابتدا نشان دهید که v' سرعت مبدأ I در I'، باید متناسب با سرعت v باشد. آنگاه با استفاده از اصل نسبیت نشان دهید که ضریب تناسب برابر یک است.

۹– دو دستگاه لخت S و S' با سرعت $\frac{c}{۲}$ نسبت به یکدیگر حرکت می کنند. نمودار مینکوفسکی دو دستگاه را نسبت به هم رسم کنید. رویداد های زیر را در نمودار مشخص کرده و بگویید نسبت به مبدأ ساکن زمان‌گونه، فضاگونه یا نورگونه است.

$$t = ۱, x = ۱ \quad (۱)$$

$$t' = ۱, x' = ۱ \quad (۲)$$

$$t' = ۰, x' = ۲ \quad (۳)$$

$$t = ۲, x = ۰ \quad (۴)$$

۱۰– ناظر S مختصات رویدادی را (۲، ۲، ۱، ۳) اندازه می گیرد. آیا ناظری وجود دارد که برای او مختصه‌ی زمانی این رویداد منفی شود؟ سعی کنید از راه‌های مختلف به این سؤال جواب دهید.

۱۱– جهان‌خط ذره‌ای را رسم کنید که ابتدا با سرعت ثابت در امتداد مثبت محور x حرکت می کند. سپس شتاب می گیرد و بر می گردد و با همان سرعت در جهت خلاف محور x حرکت می کند.

۱۲– هنگامی که ستاره‌شناسان ، به عنوان ناظرانی که روی زمین ساکن‌اند، به اعماق آسمان نگاه می کنند در واقع به زمان‌های گذشته می نگرند.این گزاره را با نمودار مینکوفسکی نشان دهید (فضا را یک بعدی فرض کنید). ناظر دیگری را در نقطه‌ی دیگری همزمان با ستاره‌شناس اول در نظر بگیرید و حوزه‌ی دید او را رسم کنید. رویدادهایی هستند که در حوزه‌ی دید هیچ‌یک از دو ناظر نیستند. این دو ناظر چگونه از وجود این رویدادها آگاه می شوند؟

۱۳– چگونه می توان استقلال نور را از اصل نسبیت یا تبدیل لورنتز استنباط کرد؟

۱۴– ثابت کنید که به ازای تبدیل لورنتز رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$t^{۲} - x^{۲} = t'^{۲} - x'^{۲}$$

۱۵– رویداد $(x^{\mu})=(t، x)$ را در نظر بگیرید. فاصله‌ی فضازمانی این رویداد تا رویداد دیگر مبدأ برابر است با

$$\Delta = \eta_{\mu\nu} x^{\mu} x^{\nu} = t^{۲} - x^{۲}$$

این فاصله تحت تبدیل لورنتز ناوردا‌ست. حالا x^{μ} را تابعی از زمان می گیریم (مثلاً آن را جهان‌خط ذره فرض می کنیم). کمیت‌های $\dot{x^{\mu}} = \frac{dx^{\mu}}{dt}$ را تشکیل می دهیم. آیا طول $\eta_{\mu\nu}\dot{x^{\mu}}\dot{x^{\nu}}$ تحت تبدیل لورنتز ناوردا‌ست؟