

فرکتال و رشد سطوح

درس‌نامه‌ی کاربرد کامپیوتر در فیزیک

(اجتهادی، شریف، پاییز ۸۵)

۱ مقدمه

۲ فرکتال

مجموعه‌ی C را به صورت مجموعه‌ی اعداد حقیقی بین صفر و یک در نظر بگیرید. دو تابع فشرده‌کننده‌ی f_1 و f_2 را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f_1(x) = \frac{1}{3}x \quad (1)$$

$$f_2(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

حال اگر اجتماع دو تابع، $f = f_1 \cup f_2$ ، را روی مجموعه‌ی C اثر دهیم، تابع f_1 مجموعه را به $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$ و تابع f_2 مجموعه‌ی C را به $[\frac{2}{3}, 1]$ می‌برد (شکل ۱).

دقیقه ۳۹:۳۴

۱.۲ فرکتال مجموعه‌ی کانتور

۲.۲

۳ تراوش و فرکتال

حال می‌خواهیم همین مفاهیم را در مسئله‌ی تراوش انجام دهیم و برای خوشه‌ها بعد فرکتالی حساب کنیم. برای این کار دایره‌ای به شعاع R می‌زنیم و می‌بینیم که چند سایت (پیوند^۱) رنگی داخل این دایره‌ی به شعاع R قرار دارد. سپس کافی است به ازای R های مختلف، جرم‌های متفاوت را رسم کنیم.

^۱link

شکل ۱: مجموعه‌ی کانتور.

$$M(L) = P_{\infty}(L)L^d \quad (۲)$$

۴ چند فرکتال جالب دیگر

۱.۴

منحنی کخ
فرکتال ازدهای بزرگ‌راه

۲.۴

۵ رشد سطوح

سطح پاره‌شدن کاغذ فرکتال است.

شکل ۲: همین طوری ...

$$\bar{h}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h(i, t) \sim t \quad (۳)$$

$$w(t) = \begin{cases} \sqrt{h(\bar{t})^\dagger - h(\bar{t})^\dagger} \sim t^\beta & t \ll t_x \\ const & t \gg t_x \end{cases} \quad (۴)$$

$$w \sim L^\alpha f\left(\frac{t}{L^z}\right)$$

که $f(\cdot)$ در t های کوچک توانی است. پس:

$$\alpha = z\beta \quad (۵)$$

6 انواع لایه نشانی

1.6 نشست تصادفی

$$q = 1 - p \text{ و } p = \frac{1}{L}$$

$$P(h, N) = \binom{N}{h} p^h q^{N-h} \quad (6)$$

$$\bar{h}(N) = \sum_{h=1}^N h P(h, N) = p \frac{\partial}{\partial p} \sum_{h=1}^N P(h, N)$$

$$= p \frac{\partial}{\partial p} (p + q)^N = N p (p + q)^{N-1}$$

$$= N p = \frac{N}{L} = t$$

2.6 نشست بالستیک

3.6 نشست سطحی با واهلش

4.6 Diffusion Limited Aggregation (DLA)