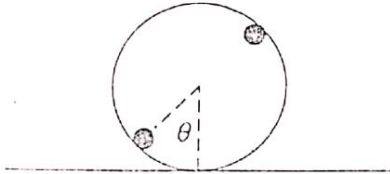




سؤال ۱:

بر روی دو سر یک قطر چرخ بسیار نازکی دو گلوله چسبانده شده است. این چرخ در شاره‌ای قرار دارد و روی زمین می‌غلتد. شعاع چرخ R و جرم چرخ بدون گلوله‌ها M است. توزیع جرم چرخ یکنواخت است. جرم هر گلوله m است و می‌توان از ابعاد آن‌ها در برابر شعاع چرخ چشم‌پوشی کرد.



الف) لختی دورانی این مجموعه حول مرکز چرخ چه قدر است؟

به خاطر حرکت در شاره به این مجموعه نیروی مقاومت وارد می‌شود. از آنجا که چرخ بسیار نازک است مقاومت در برابر خود چرخ کوچک است. اما به هر یک از گلوله‌ها در هر لحظه نیرویی برابر با $\vec{F} = -k\vec{v}$ وارد می‌شود که \vec{v} سرعت لحظه‌ای گلوله است. (دقت کنید که رابطه برداری است). فرض کنید که سرعت مرکز چرخ $U(t)$ است و چرخ غلتش کامل می‌کند.

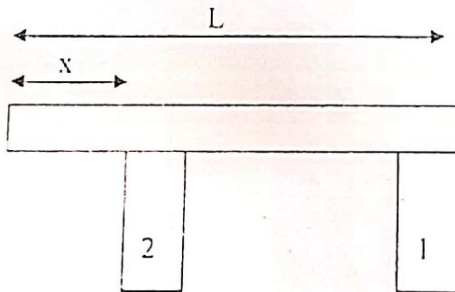
ب) در حالتی که در شکل نشان داده شده است. سرعت هر گلوله را حساب کنید.

ج) برابند نیروهای وارد بر جسم از طرف شاره چه قدر است؟

د) برابند گشتاورهای همین نیروها نسبت به مرکز چرخ چه قدر است؟

ه) اندازه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی زمین با چرخ را بر حسب سرعت مرکز چرخ حساب کنید.

سؤال ۲:



یک سکو به جرم M و طول L مطابق شکل بر روی دو ستون بتونی با سطح مقطع های A_1 و A_2 قرار گرفته است. فرض کنید که محورهای سکو و ستونها در یک صفحه قرار گرفته اند. سکو به اندازه x از طرف ستون ۲ جلو آمده است. قرار بر این است که حداکثر جمعیتی به جرم m مجاز به حرکت بر روی سکو باشند بدون اینکه تعادل سکو به هم بخورد. جمعیت ممکن است در هر نقطه از سکو جمع شود.

الف) در طراحی این سکو بیشینه مقدار x چه قدر باید در نظر گرفته شود؟

ب) حداقل مقدار سطح مقطع A_2 چه قدر باشد تا بیشینه تنش وارد شده به این ستون نصف تنش نهایی بتون (S_{II}) باشد؟

ج) با در نظر گرفتن بیشینه مقدار x حداقل مقدار سطح مقطع A_1 چه قدر باشد تا بیشینه تنش وارد شده به این ستون نیز نصف تنش نهایی بتون باشد؟

تدائمی جوابها را بر حسب L, M, m و شتاب گرانشی (g) و S_{II} به دست آورید.

دانشگاه صنعتی شریف - آزمون پایان ترم فیزیک عمومی ۱ - شامل: ۵ سؤال - وقت: ۳ ساعت

سؤال ۳:

دنباله دار هالی هر ۷۶ سال یک بار به دور خورشید می‌چرخد. در حالتی که به خورشید نزدیک است، فاصله‌اش از خورشید تقریباً نصف اندازه‌ی فاصله‌ی زمین تا خورشید است. فاصله زمین تا خورشید ۱۵۰ میلیون کیلومتر است. جرم دنباره دار هالی 2.2×10^{14} kg است.

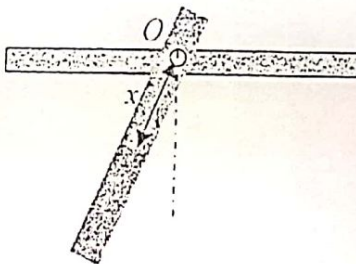
- ✓ الف) دورترین فاصله‌ی این دنباله دار از خورشید چه قدر است؟
- ✓ ب) انرژی مکانیکی دنباله دار هالی چه قدر است؟
- ✓ ج) سرعت آن وقتی که به نزدیک ترین نقطه از خورشید می‌رسد را به دست آورید.

سؤال ۴:

مخزن آب یک خانه در ارتفاع H قرار گرفته است (H ارتفاع سطح آب از سطح زمین است). قطر لوله افقی در کف خانه که به مخزن نیز متصل است D می باشد. برای تامین نیاز آب مصرفی خانه، این لوله میبایست آب را با آهنگ (جرم در واحد زمان) R به خانه منتقل کند. فرض کنید که قطر لوله (D) خیلی کوچکتر از قطر مخزن باشد.

- ✓ الف) اگر آب با بیشینه آهنگ مصرفی در حال انتقال به خانه باشد، فشار آب در لوله افقی چقدر است؟
 - ✓ ب) یک لوله کوچکتر به قطر d آب مصرفی طبقه بالایی این خانه را در ارتفاع h نسبت به سطح زمین (که $h < H$) تامین می کند. بیشینه سرعت آب خروجی از این لوله و فشار آب در این لوله چقدر است؟
- از چسبندگی آب و لوله ها صرف نظر کنید.

سؤال ۵:



- میله ای به طول l در نقطه O به تکیه گاهی آویزان شده و آزادانه نوسان می کند. نقطه O از مرکز جرم m فاصله x را دارد.
- ✓ الف) مقدار x را طوری تعیین کنید که دوره T تناوب این آونگ کمینه شود.
- ✓ ب) این مقدار کمینه را حساب کنید

موفق باشید

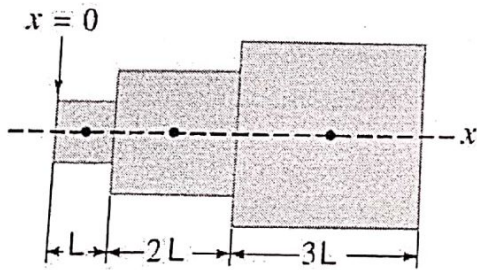
بسمه تعالی

آزمون نهایی فیزیک ۱

۲۷ دی ۱۳۹۷

- مدت این آزمون ۳ ساعت است.
- تعداد مسئله های این آزمون ۷ تاست. در صورت ناقص بودن، به یکی از مراقبین اطلاع دهید.
- استفاده از ماشین حساب و هر وسیله الکترونیکی دیگر ممنوع است.
- همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، و یادداشت ممنوع است.
- موبایل های خود را Power off کنید. در صورت روشن بودن آن به منزله تقلب محسوب می شود.
- سوال ها را می توانید پس از پایان آزمون با خود ببرید.

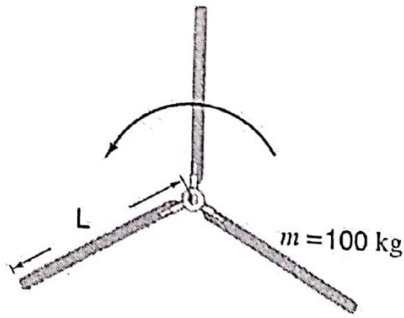
۱) مکان مرکز جرم سه مکعب که مطابق شکل دارای ابعاد L ، $2L$ و $3L$ هستند و کنار هم قرار گرفته اند را محاسبه کنید. چگالی جرمی مکعب ها با هم برابر و ثابت است.



۲) دو جسم با جرم های m_1 و m_2 مطابق شکل در یک بُعد با هم برخورد می کنند، به طوری که $m_2 = 1.2m_1$ است. سرعت های اولیه طوری تنظیم شده اند که مقدار اندازه حرکت خطی هر دو جسم مساوی باشند. اگر جسم m_1 قبل از برخورد با سرعت $10 \frac{m}{s}$ حرکت کند و در حین برخورد نصف انرژی جنبشی کل اولیه به انرژی درونی تبدیل شود، مقدار سرعت های نهایی دو جسم و جهت حرکت آنها را تعیین کنید.



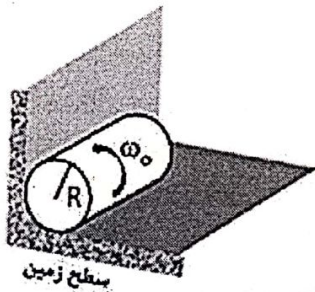
۳) مطابق شکل بال های هلی کوپتری که با میله هایی به طول $L=3m$ و جرم $m=100kg$ مدل شده است، توسط موتوری به گردش در می آیند.



آ) ممان اینرسی کل سیستم حول محور دوران (عمود بر صفحه بال ها) را محاسبه کنید.
 ب) اگر موتور هلی کوپتر بتواند با شتاب زاویه ای ثابت در مدت ۱۰ ثانیه بال ها را با فرکانس ۶ دور بر ثانیه به دوران در بیاورد، چه توان متوسطی خواهد داشت.
 توجه: ممان اینرسی یک میله با طول l و جرم m حول محور گذرنده از مرکز جرم آن و عمود بر آن $\frac{1}{12}ml^2$ است.

۴) استوانه همگنی به جرم M و شعاع مقطع R را حول محور مرکزی اش با سرعت زاویه ای ω_0 به چرخش در می آوریم. سپس آن را مطابق شکل روی زمین و در تماس با دیواره ای قرار می دهیم به طوری که به دلیل اصطکاک بین سطح استوانه با زمین و دیوار، سرعت زاویه اش صفر شود. ضریب اصطکاک جنبشی استوانه و سطح زمین و همچنین استوانه و دیوار یکسان و برابر μ است.

$$(I_{\text{محور استوانه}} = \frac{1}{2}MR^2 \text{ توجه:})$$



الف) نمودار جسم آزاد استوانه را رسم کنید و نیروهای عکس العمل عمودی دو سطح و اصطکاک آنها را به دست آورید.

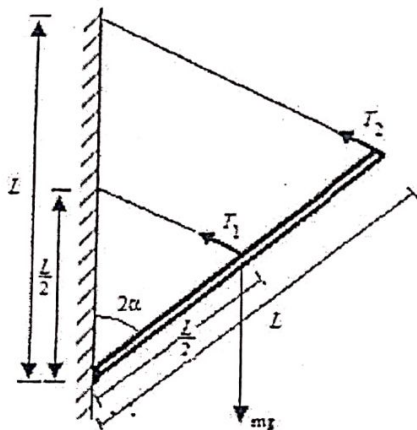
ب) استوانه قبل از توقف چند دور میزند؟

۵) میله ای همگن به جرم m و طول L به یک دیوار لولا شده است. از دو ریسمان با جنس یکسان (مدول یانگ و سطح مقطع یکسان) برای نگه داشتن میله مطابق شکل استفاده شده است. طول آزاد ریسمان کوتاه تر نصف طول آزاد ریسمان بلندتر است و هر یک به ترتیب از ارتفاع های $L/2$ و L بالای لولا به طور متناظر به میان و انتهای میله متصل شده اند. بعد از رها کردن سیستم میله در وضعیتی که با دیوار زاویه 2α می سازد به تعادل می رسد.

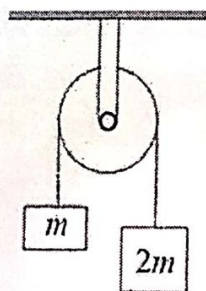
الف) با توجه به هندسه آرایش، نسبت افزایش طول ریسمان کوچک به ریسمان بزرگ را به دست آورید.

ب) با استفاده از پاسخ الف) نسبت نیروی کشش دو ریسمان را بیابید (T_1/T_2) .

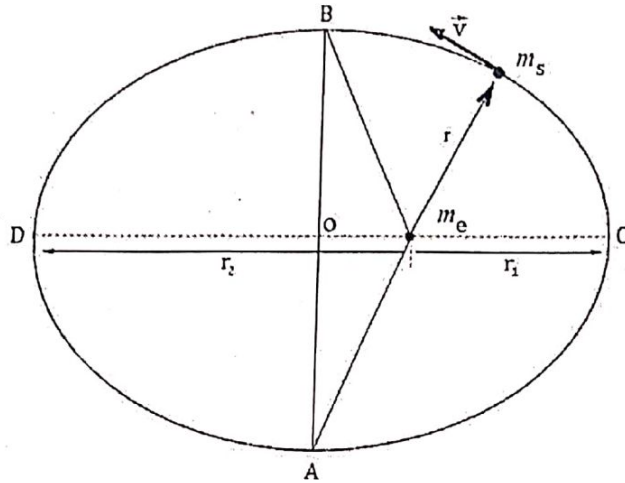
ج) نیروی کشش ریسمان ها را بر حسب جرم میله، طول میله، شتاب گرانش و توابع مثلثاتی زاویه α به دست آورید.



۶) ماشین اتوودی دارای دو وزنه به جرم های m و $2m$ است. این دو وزنه توسط ریسمانی به هم متصل شده اند که از روی یک قرقره با لختی دورانی I مطابق شکل می گذرد. با چشم پوشی از جرم ریسمان و اصطکاک قرقره با محور دوران و نیز با فرض عدم لغزش ریسمان بر روی قرقره، شتاب حرکت وزنه ها، و نیروهای کشش ریسمان وارد بر دو وزنه را بیابید.



(۷) ماهواره ای به جرم m_s روی یک مدار بیضی شکل به دور زمین می چرخد. زمین در یکی از کانون های بیضی قرار دارد. کمترین و بیشترین فاصله این ماهواره تا مرکز زمین به ترتیب r_1 و r_2 است. جرم زمین m_e است.



(آ) قطر بزرگ بیضی، $2a$ ، را برحسب r_1 و r_2 بنویسید.

(ب) خروج از مرکز این بیضی، e ، را برحسب r_1 و r_2 به دست آورید.

(ج) زمان حرکت ماهواره در طول مسیر ACB را t_1 ، و در طول مسیر BDA را t_2 بگیرید. نسبت $\frac{t_1}{t_2}$

را برحسب r_1 و r_2 به دست آورید.

(د) سرعت خطی ماهواره در نقطه B را برحسب r_1 ، r_2 ، m_e و G به دست آورید.

(ه) تکانه زاویه ای ماهواره در نقطه C را برحسب r_1 ، r_2 ، m_e ، m_s و G به دست آورید.

توجه:

$$E = -G \frac{m_e m_s}{2a} = \text{انرژی کل ماهواره} \quad S = \pi ab = \text{مساحت سطح بیضی}$$

بسمه تعالی

آزمون میان ترم فیزیک پایه ۱

اول آذر ۱۳۹۷

توجه:

- مدت این آزمون ۱۵۰ دقیقه است.
- تعداد مسئله های این آزمون ۷ تاست. در صورت ناقص بودن، به یکی از مراقبین اطلاع دهید.
- استفاده از ماشین حساب و هر وسیله الکترونیکی دیگر ممنوع است.
- همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، و یادداشت ممنوع است.
- موبایل های خود را Power off کنید. در صورت روشن بودن آن به منزله تقلب محسوب می شود.
- سوال ها را می توانید پس از پایان آزمون با خود ببرید.

۱) در انفجار یک بمب اتمی، یک گوی انفجار تشکیل می شود که شعاع این گوی به تدریج افزایش می یابد. شعاع این گوی پس از زمان t ، یعنی $R(t)$ ، تنها به زمان، t ، کل انرژی آزاد شده، E ، و چگالی هوا، ρ ، بستگی دارد.

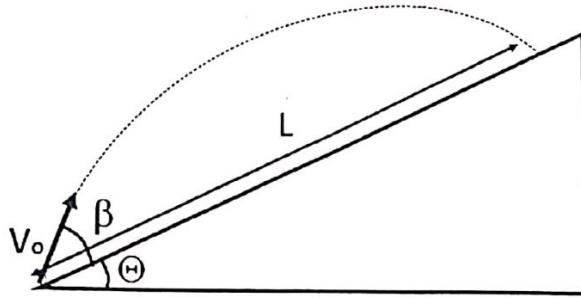
آ) با استفاده از تحلیل ابعادی شعاع گوی، $R(t)$ ، را برحسب E ، t ، و ρ به دست آورید.

ب) در یک عکس برداری از یک انفجار بمب اتمی، ۶ میلی ثانیه پس از انفجار گویی به شعاع ۱۰۰ متر تشکیل می شود. انرژی آزاد شده از انفجار را تخمین بزنید. فرض کنید ثابت بدون بُعد در قسمت (آ) در مرتبه واحد است.

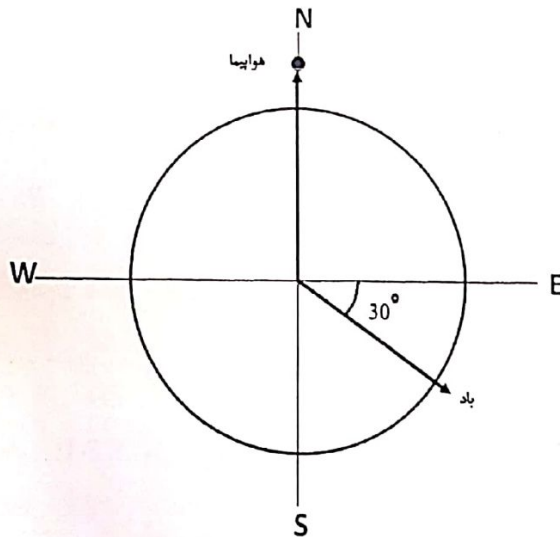
ج) هر تن (۱۰۰۰ کیلوگرم) تی ان تی معادل 2×10^4 ژول انرژی آزاد می کند. قدرت انفجار بمب اتمی قسمت (ب) معادل چند تن تی ان تی است؟

۲) یک شکارچی و شکارش ساکن اند. شکارچی از زمان صفر با شتاب ثابت $10 \frac{m}{s^2}$ دنبال شکار حرکت می کند. شکار ۲ ثانیه بعد شروع به فرار می کند و با شتاب ثابت $15 \frac{m}{s^2}$ حرکت می کند. شکار و شکارچی هر دو روی یک خط راست حرکت می کنند. فاصله ی اولیه ی شکار و شکارچی از هم حداکثر چند متر باشد تا شکارچی به شکار برسد؟

۳) یک سطح شیبدار با افق زاویه θ دارد. می خواهیم با شلیک تویی از پایین آن، سوراخی روی آن ایجاد کنیم. زاویه شلیک، β ، را چقدر تنظیم کنیم تا طول L روی سطح شیبدار ماگزیمم شود؟



۴) در حالی که باد با سرعت ۱۶ کیلومتر بر ساعت و با زاویه ۳۰ درجه مطابق شکل می وزد، خلبان بعد از ۱۵ دقیقه توانسته هواپیما را ۶۰ کیلومتر در جهت شمال نقطه ابتدایی حرکت خود برساند. اندازه و جهت بردار سرعت هواپیما نسبت به هوا چقدر بوده است؟

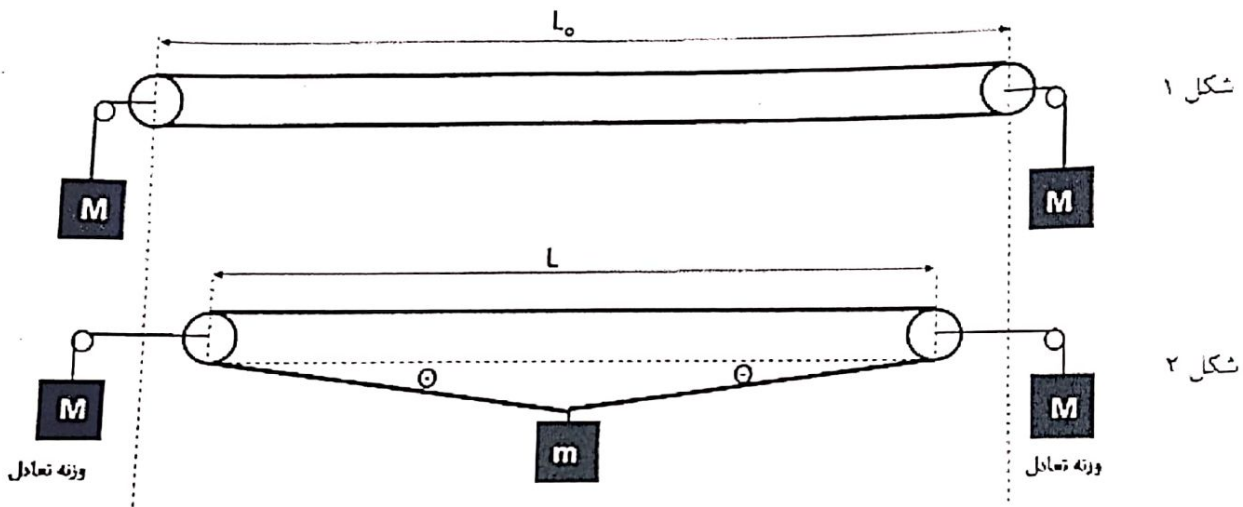


۵) مطابق شکل ۱ به دور دو قرقره بزرگ، کابلی غیر قابل ارتجاع بسته شده است. هر دو قرقره بزرگ از طریق دو قرقره کوچک تر به وزنه هایی، هر یک به جرم M بسته شده اند، به طوری که همواره کابل به صورت کشیده شده باشد. محور هر دو قرقره بزرگ روی ریلی قرار گرفته اند که می توانند به طور افقی جابه جا شوند. از جرم کابل و اصطکاک ها صرف نظر کنید.

آ) در شکل ۱، کشش کابل چه قدر است؟

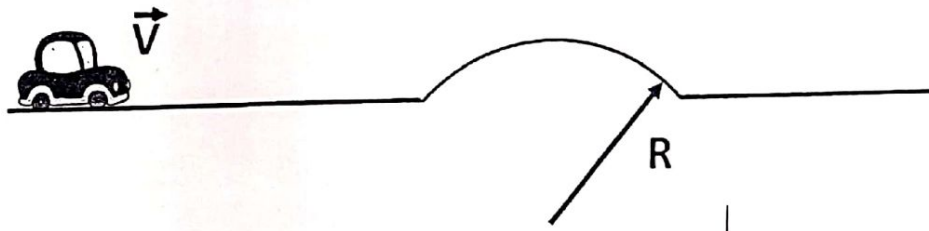
ب) در شکل ۲، درست در وسط کابل جسمی با جرم m می بندیم. در این حالت قسمت پایینی کابل با افق زاویه θ می سازد. زاویه θ ، بر حسب m و M را به دست آورید. در این حالت کشش کابل چه قدر می شود؟

ج) در وضعیت شکل ۱، فاصله بین قرقره ها L_0 و در وضعیت شکل ۲، فاصله بین قرقره ها L است. با فرض غیر قابل ارتجاع بودن کابل، L را بر حسب L_0 ، m و M به دست آورید.



۶) برای ایمنی حرکت بر روی یک جاده افقی سرعت گیری قرار داده میشود. فرض کنید که سطح مقطع سرعت گیر دایره ای به شعاع R است. مسئولین راهنمایی و رانندگی میخواهند در مقابل سرعت گیر تابلویی نصب کنند و سرعت مناسب عبور از روی آنرا به رانندگان اطلاع دهند. بیشترین سرعت خودرو چه قدر باشد که هنگام عبور از روی سرعت گیر، خودرو از جاده جدا نشود؟

فرض کنید اندازه سرعت روی سرعت گیر همان اندازه سرعت قبل از رسیدن به آن است.



۷) ذره ای به جرم $m = 12\text{kg}$ تحت پتانسیل $U(x) = -2x^2 + x^4$ در حال حرکت در یک بُعد می باشد. واحد $U(x)$ ژول و واحد x متر است.

آ) نیروی پایستار $F(x)$ که به ذره وارد می شود را به دست آورید.

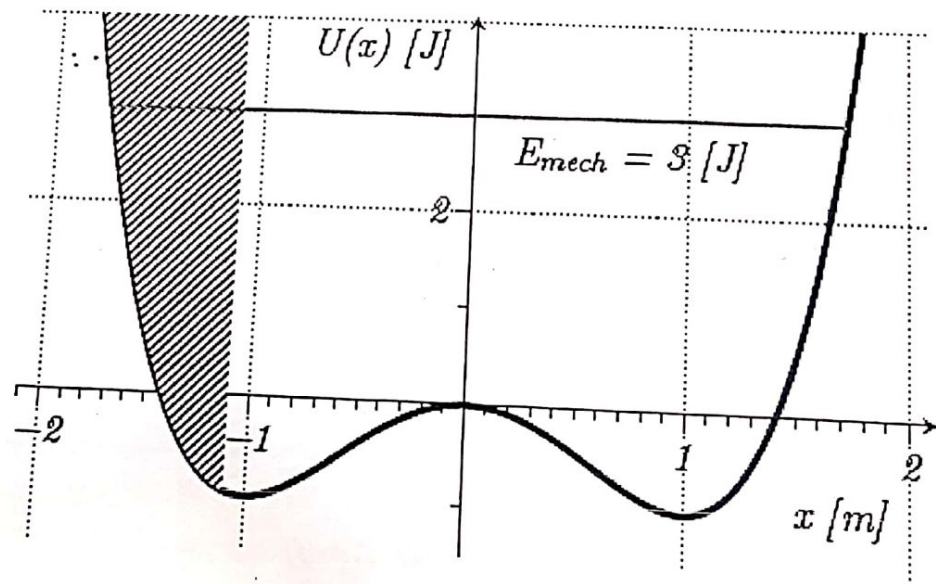
ب) در چه نقاطی به ذره نیرویی وارد نمی شود.

ج) جهت نیرو (مثبت یا منفی) در ناحیه هاشور زده در شکل را تعیین کنید.

د) کاری که نیروی $F(x)$ برای حرکت از $x=0$ تا $x=1$ انجام می دهد را حساب کنید.

ه) اگر انرژی مکانیکی ذره $E_{mech.} = 3\text{J}$ باشد، نقاط برگشت حرکت ذره در این پتانسیل را حساب کنید.

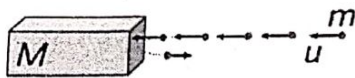
و) منحنی انرژی جنبشی ذره به عنوان تابعی از مکان را برای ذره ای که $E_{mech.} = 3\text{J}$ دارد را رسم کنید. سرعت ذره در هنگام عبور از مبدا مختصات را محاسبه کنید.



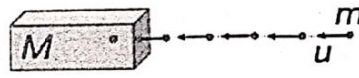
۳- یک بلوک چوبی به جرم M روی یک سطح افقی بدون اصطکاک در حال سکون گذاشته شده است. می خواهیم به وسیله ی شلیک جریان یکنواختی از ذرات به بلوک آن را جابجا کنیم.

الف) حالت اول. همانند شکل زیر، جریانی از گلوله ها، هرکدام به جرم m ، با سرعت u به این بلوک برخورد می کنند و در داخل آن متوقف می شوند. سرعت بلوک را زمانی که N امین گلوله ی اصابت کرده در آن متوقف می شود بیابید. (از اثر گرانش بر حرکت گلوله ها چشم پوشی کنید.)

ب) حالت دوم. همانند شکل زیر، جریانی از توپ های سخت، هرکدام به جرم m ، با سرعت u به بلوک شلیک شده و با برخورد کاملاً کشسان به آن ضربه می زنند. اگر سرعت بلوک پیش از برخورد i امین توپ با آن V_{i-1} باشد، سرعت بلوک را پس از این برخورد (V_i) بیابید. می دانیم که پس از تعداد بسیار زیادی برخورد با توپ، این بلوک سرانجام به یک سرعت حدی می رسد. این سرعت را نیز حساب کنید. (این جا هم از اثر گرانش بر حرکت توپ ها چشم پوشی کنید.)

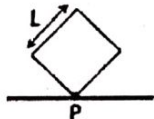


(ب)



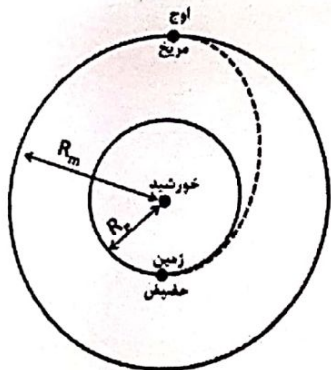
(الف)

۴- یک مکعب توپُر همگن به جرم M و ضلع L از طرف یکی از یال هایش (P) روی زمین و در وضعیت تعادل ناپایدار تکیه داده شده است. اگر این مکعب با تلنگری کوچک از تعادل خارج شود، سرعت زاویه ای آن را حول مرکز جرم در هنگام برخورد با زمین پیدا کنید. فرض کنید مکعب در راستای یال تکیه گاه به زمین لولا شده است و دوران حول این لولا بی اصطکاک است.



راهنمایی: لختی دورانی مکعبی به جرم M و ضلع L حول محور تقارن گذرنده از مرکز جرمش (و موازی با یک یالش) برابر با $\frac{1}{6}ML^2$ است.

۵- می خواهیم یک کاوشگر فضایی را از مدار زمین به مدار مریخ (به دور خورشید) منتقل کنیم. برای این منظور، آن را مطابق شکل روبرو روی یک مسیر بیضی شکل که خورشید در یکی از کانون های آن قرار گرفته منتقل می کنیم طوری که کاوشگر در نقطه ی حضیض این بیضی مدار زمین را ترک کند و در اولین نقطه ی اوج بیضی به مدار مریخ برسد. فرض کنید بتوان از اثر گرانش زمین و مریخ روی کاوشگر چشم پوشی کرد.



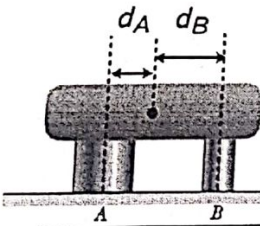
الف) سرعت کاوشگر هنگام ترک مدار زمین چه قدر است؟

ب) پس از چه زمانی کاوشگر به مدار مریخ می رسد؟

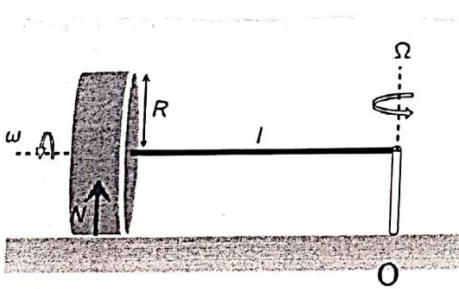
توجه:

- آزمون شامل ۵ سوال (بر دو روی صفحه) است و سوال‌ها نیز چند قسمتی هستند.
- پاسخ هر سوال را به صورت مشخص از دیگر سوال‌ها جدا کنید.
- مقدار کمیت‌های خواسته شده در سوال‌ها را با دقت عددی کافی و برحسب یکاهای مناسب بنویسید.
- استفاده از ماشین حساب و یادداشت درسی در آزمون مجاز نیست.
- در هنگام آزمون هرگونه وسیله‌ای مانند گوشی تلفن همراه، تبلت، یا لپ‌تاپ، که توانایی انجام محاسبات ریاضی، ثبت و ذخیره‌ی اطلاعات، و یا برقراری ارتباط الکترونیکی دارد باید دور از دسترس‌تان باشد.

۱- در شکل زیر یک بلوک روی ستون‌های عمودی A و B به حالت کاملاً افقی قرار دارد. مساحت مقطع ستون A دو برابر مساحت مقطع ستون B است، و ضریب (مدول) یا ننگ آن نیز دو برابر ضریب مشابه برای ستون B است. این دو ستون پیش از گذاشتن بلوک روی آن‌ها هم‌طول بودند.



الف) چه کسری از وزن بلوک توسط هر ستون تحمل می‌شود؟
ب) اگر فاصله‌های افقی میان مرکز جرم بلوک و محور تقارن ستون‌ها، به ترتیب، d_B و d_A باشد، نسبت این دو فاصله را بیابید.



۲- یک آسیاب ساده همانند شکل زیر از یک چرخ (سنگین) یکنواخت به جرم M و شعاع R درست شده است که با یک محور افقی تقریباً بی‌جرم به طول $l \gg R$ به یک محور عمودی وصل شده است، و دو محور به هم ثابت شده‌اند.

الف) در صورتی که سرعت زاویه‌ای دوران محور عمودی آسیاب ثابت و برابر Ω باشد، سرعت زاویه‌ای دوران چرخ آسیاب ω را بیابید. فرض کنید که چرخ آسیاب روی زمین بدون هیچ لغزشی می‌غلتد و از اصطکاک در محل تماس محور افقی با چرخ آسیاب نیز چشم‌پوشی کنید.

ب) تکانه زاویه‌ای چرخ آسیاب را حول محور دوار عمودی O به دست آورید.

(راهنمایی) توجه کنید که تکانه زاویه یک جسم حول یک محور دلخواه برابر با تکانه زاویه آن حول مرکز جرم بعلاوه تکانه

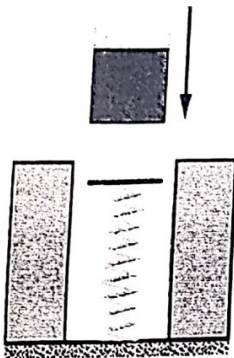
$$\vec{L} = I_{CM} \vec{\omega} + M \vec{R}_{CM} \times \vec{V}_{CM}$$

زاویه ای مرکز جرم حول محور دوران است:

پ) نیروی واکنش عمودی سطح زمین (N) را محاسبه کنید. بر این اساس استدلال کنید که آیا حرکت دورانی چرخ (به دور محور افقی) تاثیر مثبتی روی آسیاب کردن دارد یا نه.

ب) حال اگر بخواهیم جسم در بیشترین فاصله ممکن از نقطه پرتاب فرود آید زاویه پرتاب چه مقداری باشد؟
 پ) آیا می‌توان زاویه پرتاب β را جوری انتخاب کرد که هر دو نتیجه (فرود عمودی و بیشینه‌شدن فاصله برخورد از محل پرتاب) هم‌زمان ممکن شود؟

۴- یک بلوک 250 گرمی از ارتفاعی روی یک فنر آزاد قائم (مطابق شکل زیر) می‌افتد. ضریب ثابت فنر 2.5 N/cm است و بلوک هنگام برخورد به آن می‌چسبد و آن را 12 cm فشرده می‌کند تا روی آن به صورت لحظه‌ای متوقف شود.



در طول زمانی که فنر در حال فشرده شدن است،

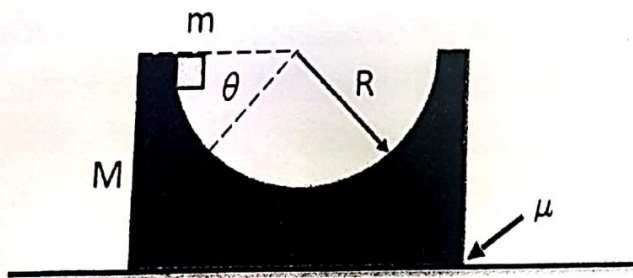
الف) نیروی گرانشی چه مقدار روی بلوک کار انجام می‌دهد؟

ب) نیروی فنر چه مقدار روی بلوک کار انجام می‌دهد؟

پ) سرعت بلوک درست پیش از این‌که به فنر برخورد چه قدر بوده است؟

(در تمام حرکت از اصطکاک و جرم فنر چشم‌پوشی کنید.)

۵- همانند شکل، یک ظرف با مقطع داخلی نیم‌کره به جرم M روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک ایستایی μ قرار گرفته است. ضریب اصطکاک داخل سطح ظرف با تقریب خوبی صفر است. یک جسم به وزن m از حالت سکون از بالای ظرف به سمت پایین آن می‌لغزد (از ابعاد جسم چشم‌پوشی کنید).



الف) سرعت جسم را وقتی به اندازه زاویه θ از

مکان اولیه خودش داخل سطح ظرف لغزیده است بیابید.

ب) نمودار جسم آزاد دو جسم را رسم کنید و نیروی عکس‌العمل عمودی را که از سطح زمین به ظرف وارد می‌شود برحسب θ بیابید.

پ) کمینه ضریب اصطکاک ایستایی μ را بیابید چنان‌که ظرف (جسم M) هیچ وقت روی زمین نلغزد.

توجه:

- آزمون شامل ۵ سوال است و برخی از سوال‌ها نیز چند قسمت دارند.
- پاسخ هر سوال را به صورت خوانا و کامل روی یک برگه بنویسید.
- مقدار کمیت‌های خواسته شده در سوال‌ها را با دقت عددی کافی و برحسب یکا و واحدهای مناسب بنویسید.
- استفاده از ماشین حساب و یادداشت درسی در آزمون مجاز نیست.
- در هنگام آزمون هرگونه وسیله‌ای مانند گوشی تلفن همراه، تبلت یا لپ‌تاپ، که قابلیت انجام محاسبات ریاضی، ثبت و ذخیره‌ی اطلاعات، و یا برقراری ارتباط الکترونیکی دارد باید دور از دسترس‌تان باشد.

۱- اگر در هر دو طرف خیابان‌های داخل دانشگاه صنعتی شریف ماشین پارک کنیم، تخمین بزنید که حدوداً چند ماشین می‌توان در دانشگاه پارک کرد؟ (استدلال خود را برای محاسبه‌ی تخمین‌تان به‌طور کامل بیان کنید.)

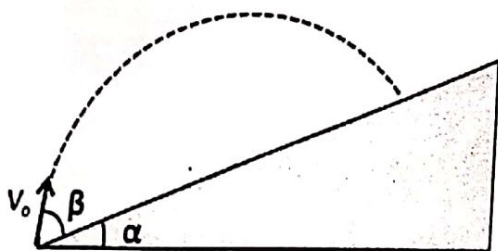
۲- در این سوال می‌خواهیم فاصله ایمن طولی میان ماشین‌های در حال حرکت در یک لاین بزرگراه را محاسبه کنیم. توجه کنید که دو عامل در این‌جا نقش بازی می‌کنند. عامل اول، زمان واکنش راننده Δt_r است، که زمانی است که طول می‌کشد راننده نسبت به یک واقعه در ترافیک واکنش نشان بدهد (به‌طور خاص در این‌جا زمان تاخیر در ترمزگیری مد نظر است که در این مساله $\Delta t_r = 1.5 \text{ s}$ فرض می‌شود). دومین عامل، شتاب ترمز ماشین a_b می‌باشد، که مقدار نوعی آن حدود 9 متر بر مجذور ثانیه است.

فرض کنید همه ماشین‌ها در یک خط بزرگراه با سرعت ثابت v_0 و با فاصله‌های ثابت d_p در حرکت هستند. برای سادگی، ماشین‌ها را جسم نقطه‌ای در نظر بگیرید و فرض کنید که همه ماشین‌ها دقیقاً یک‌سان هستند. همچنین فرض کنید که هر ماشین تنها ماشین جلویی خود را می‌بیند.

الف) بعد از عبور ماشین "صفرم" از چراغ راهنمایی، چراغ قرمز می‌شود و ماشین اول بعد از زمان Δt_r ترمز می‌گیرد، مسافت قبل از ترمزگیری (به‌خاطر تاخیر در واکنش) را d_1 و مسافت ترمزگیری را d_2 می‌نامیم. حال با محاسبه این دو مسافت فاصله ایمن ماشین‌ها، $d_s = d_1 + d_2$ را بیابید.

ب) در چه سرعتی d_1 و d_2 با هم برابر می‌شوند؟

پ) با توجه به محاسبه بالا، زمان شروع ترمزگیری ماشین n -ام و فاصله آن در لحظه فشردن پدال ترمز با چراغ قرمز چه قدر است؟

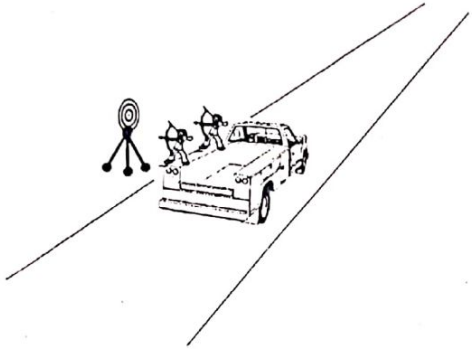


۳- سطح شیب‌داری با زاویه شیب α نسبت به راستای افق در اختیار داریم. جسمی را از پایین سطح شیب‌دار و با زاویه β نسبت به سطح با سرعت v_0 به طرف بالا پرتاب می‌کنیم.

الف) زاویه پرتاب چه قدر باشد تا جسم عمود بر سطح فرود آید؟

شش سوال، ۶۰ نمره + ۲ نمره اضافه - مدت سه ساعت

۱- (۱۰ نمره) در یک مسابقه، دو تیرانداز سوار بر یک خودرو که با سرعت 30 m/s در یک خط مستقیم در حال حرکت است به



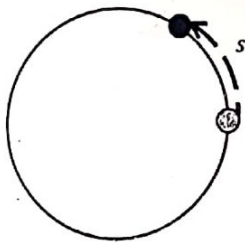
سمت هدفی که در کنار جاده قرار گرفته، و جهت آن عمود بر مسیر حرکت خودرو است، تیر اندازی می کنند. طبق قاعده‌ی مسابقه، تیراندازها مجازند وقتی که خودرو درست مقابل هدف قرار می گیرد، تیر اندازی کنند. تیرانداز شماره ۱ می‌تواند تیر را با سرعت 40 m/s پرتاب کند و تیرانداز شماره ۲ با سرعت 20 m/s .

آ) تیراندازها بدون در نظر گرفتن نیروی گرانش، محاسبه می‌کنند که در چه زاویه‌ای نسبت به افق باید تیر خود را رها کنند. زاویه‌ای که هر یک به دست می‌آورد چه قدر است؟ فرض کنید نقطه پرتاب و مرکز هدف در یک ارتفاع از سطح زمین قرار دارند. آیا هر دو تیرانداز موفق می‌شوند تیرها را به هدف برسانند؟ توضیح دهید.

ب) با توجه به این که گرانش وجود دارد، تیر تیراندازی که حساب کرده است می‌تواند به هدف بزند به کجا می‌نشیند؟ فرض کنید فاصله نقطه پرتاب تا هدف 7 m و $g = 10 \text{ m/s}^2$ است.

۲- (۱۰ نمره) کودکی اسباب بازی را بر روی ریلی که بر سطح شیب داری تعبیه شده است با سرعت اولیه v_0 به سمت بالای سطح شیب دار هل می‌دهد. اسباب‌بازی تا ارتفاع معینی بالا رفته و سپس به سمت پایین می‌لغزد. زاویه سطح شیب دار $\alpha = 45^\circ$ است. زمان لازم برای پایین آمدن اسباب‌بازی دو برابر زمان لازم برای بالا رفتن آن است. ضریب اصطکاک جنبشی سطح را به دست آورید.

۳- (۱۰ نمره) جسمی به جرم m تحت تاثیر نیرویی بر روی یک مسیر دایره ای شکل به شعاع R در حال حرکت شتابدار است. نیرو به گونه‌ای به آن وارد می‌شود که جسم روی دایره می‌ماند و اگر روی دایره مسافت S را پیموده باشد، انرژی جنبشی آن مساوی با $K = \alpha S^2$ می‌شود، که α یک عدد ثابت است.



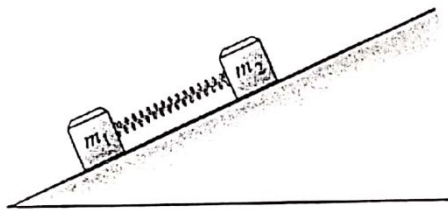
آ) وقتی جسم مسافت S را پیموده باشد چه سرعتی دارد؟

ب) کار نیروی وارد بر جسم در طی همین مسافت چه قدر است؟

پ) اندازه برآیند نیروی وارد بر جسم را بر حسب S و R به دست آورید.

۴- (۱۰ نمره) حداکثر توان یک خودرو برابر با P_{max} است. این خودرو در مسیری مستقیم و هموار با توان بیشینه‌ی خود در حال حرکت است. نیروی مقاومت هوا را متناسب با مجذور سرعت بگیرید.
 (آ) سرعت بیشینه‌ی این خودرو را بر حسب P_{max} ، سطح مقطع موثر خودرو (A) و چگالی هوا (ρ) به دست آورید.
 (ب) توان خودرویی مثل پراید حدود 50 kW است. سرعت حد این خودرو را بر حسب km/h تخمین بزنید. مقادیر مربوط به پارامترهایی را که لازم دارید تخمین بزنید.
 (پ) توان اتلافی مربوط به مقاومت هوا در طی حرکت چه قدر است؟
 (ت) معادله‌ای بنویسید که با حل آن بتوان حداکثر سرعت خودرو را در جاده‌ای که شیب سر بالایی با زاویه‌ی θ نسبت به افق دارد به دست آورد. نیازی به حل این معادله نیست.

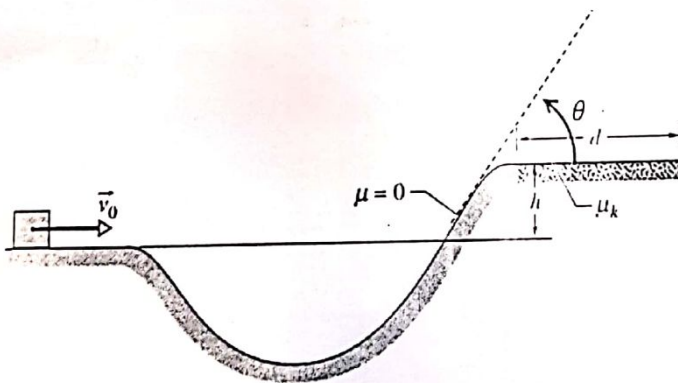
۵- (۱۲ نمره) مطابق شکل دو جسم یا یک فنر به هم متصل شده‌اند و روی یک سطح شیبدار با زاویه‌ی $\theta = 30^\circ$ ($\sin 30^\circ = 0.5$) قرار دارند. جرم جسم‌ها برابر است با $m_1 = 2.5\text{kg}$ و $m_2 = 4.0\text{kg}$ و هر یک با سطح ضریب اصطکاک ایستایی‌ای برابر با $\mu_{s1} = 0.8$ و $\mu_{s2} = 0.4$ و ضریب اصطکاک جنبشی‌ای برابر با $\mu_{k1} = 0.6$ و $\mu_{k2} = 0.3$ دارند. وقتی دو جسم را روی سطح شیبدار قرار دادیم، فنر در حالت آزاد، یعنی در حالت کشیده نشده و فشرده نشده، است. ثابت فنر برابر است با $k = 4.0 \times 10^2 \text{N/m}$



(آ) شتاب حرکت هر کدام از جسم‌ها درست وقتی رهاشان می‌کنیم چه قدر است؟
 (ب) جسم m_2 چه قدر باید پایین بیاید که جسم m_1 شروع به حرکت کند؟ درست در لحظه‌ای که حرکت جسم m_1 شروع می‌شود، شتاب هر کدام از اجسام چه قدر است؟

(پ) در همین لحظه سرعت هر کدام از اجسام چه قدر است؟

(ت) فرض کنید طوری دو جسم را قرار داده‌ایم که همراه با هم به پایین سر می‌خورند، به این معنی که سرعت نسبی‌شان همواره صفر است. در این حالت فنر نسبت به حالت عادی چه قدر باید فشرده شده باشد؟



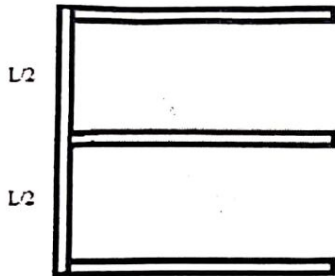
۶- (۱۰ نمره) بلوکی کوچک از یک سطح افقی به سطح افقی بالاتری به ارتفاع h روی مسیر مشخصی مانند شکل زیر حرکت می‌کند. تمام طول مسیر بی اصطکاک است جز بخشی به طول d که در شکل نشان داده شده است. حرکت بلوک در این بخش از مسیر تحت ضریب اصطکاک جنبشی μ_k انجام می‌شود تا این که بلوک سرانجام در انتهای آن متوقف شود.
 (آ) اگر بلوک از مسیر جدا نشود، سرعت اولیه‌ی بلوک (v_0) چه قدر باشد تا بلوک دقیقاً در انتهای مسیر متوقف شود؟

(ب) شرط این که جسم همواره باید روی سطح بماند را کنار می‌گذاریم. مطابق شکل زاویه‌ی امتداد پایانی مسیر خمیده و سطح افقی بالایی θ است. v_0 چه قدر باشد تا جسم بدون اتلاف انرژی مکانیکی به انتهای مسیر مشخص شده برسد.

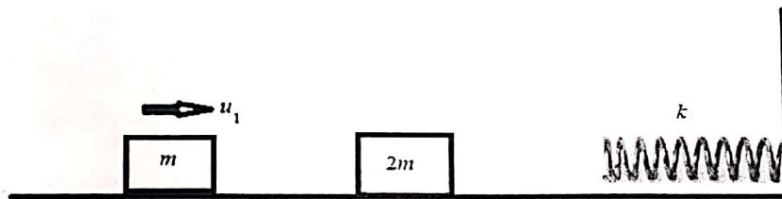
بسمه تعالی

آزمون نهایی فیزیک ۱ ۹۵/۴/۲ مدت: ۲ ساعت

مسئله ی (۱) چهار میله ی یکسان با چگالی یکنواخت و طول L مطابق شکل به هم وصل اند. مرکز جرم این سیستم را به دست آورید.



مسئله ی (۲) جسمی به جرم m و سرعت u_1 روی میز صافی، به جسمی به جرم $2m$ که در ابتدا ساکن است برخورد کشسان می کند. پس از برخورد، جسم به جرم $2m$ شروع به حرکت کرده و به فنری با ثابت k برخورد می کند و آن را به اندازه ی d فشرده کرده و متوقف می شود.



سرعت اولیه ی u_1 را بر حسب m ، k ، و d به دست آورید.

مسئله ی (۳)

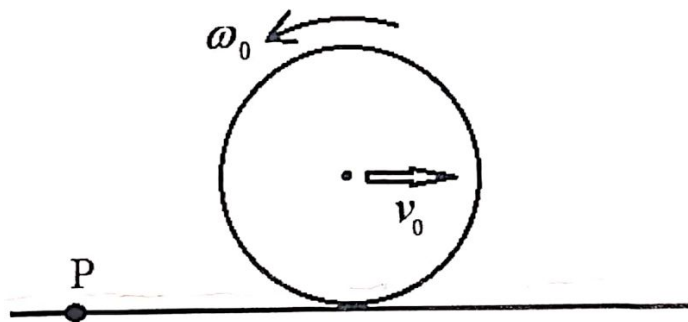
(آ) با استفاده از روش تقسیم به قطعه های مشابه، و قضیه ی محورهای موازی، لختی دورانی میله ای به جرم m و طول L حول محور گذرنده از مرکز میله و عمود بر آن را به دست آورید.

(ب) میله ای به طول L و جرم m روی میزی افقی و بدون اصطکاک قرار دارد. عمود بر امتداد این میله و موازی با سطح میز ضربه ی J به میله وارد می شود. بر اثر این ضربه، هم مرکز جرم میله جا به جا می شود

و هم میله حول محور عمود بر میله و سطح میز و گذرنده از مرکز جرم آن می چرخد. هر دور کاملی که میله حول این محور می چرخد، مرکز جرم آن چه طولی روی میز جا به جا می شود؟



مسئله ی ۴) یک توپ پینگ پونگ به جرم M و شعاع R با سرعت زاویه ای اولیه ای ω_0 و سرعت خطی v_0 در جهت های نشان داده شده در شکل روی سطح افقی شروع به حرکت می کند. بین توپ و سطح اصطکاک وجود دارد. لختی دورانی این توپ حول یک قطر آن برابر $I = \frac{2}{3}RM^2$ است.



آ) نیروهای وارد بر توپ را رسم کنید و دلیل این که اندازه حرکت زاویه ای این توپ حول نقطه ی P (روی سطح افقی) ثابت است را بیان کنید.

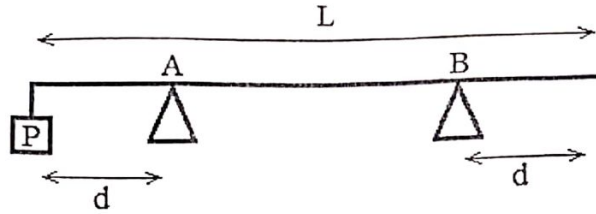
ب) اندازه حرکت زاویه ای اولیه ای این توپ حول نقطه ی P را به دست آورید.

ج) اندازه حرکت زاویه ای نهایی توپ، هنگامی که توپ سُر نمی خورد را به دست آورید.

د) سرعت خطی نهایی توپ، هنگامی که توپ سُر نمی خورد را به دست آورید.

ه) حداقل ω_0 بر حسب v_0 چه قدر باشد تا توپ بتواند به سمت چپ (در شکل بالا) حرکت کند؟

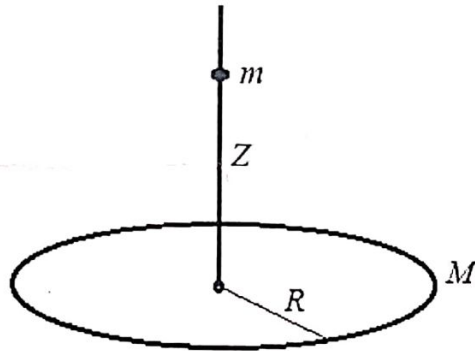
مسئله ۵) میله ای یکنواخت به طول L و وزن W روی دو تکیه گاه مطابق شکل قرار گرفته است. فاصله ی تکیه گاه ها از دو سر میله d است. وزنه ای به وزن P مطابق شکل از یک سر میله آویزان است.



آ) نیروهایی که تکیه گاه های A و B بر میله وارد می کنند چه قدر است؟

ب) حداکثر وزن P چه قدر باشد تا میله در حالت تعادل باقی بماند؟

مسئله ۶) حلقه ای یکنواخت به جرم M و شعاع R در نظر بگیرید.



آ) نیروی گرانشی وارد بر ذره ای به جرم m روی محور حلقه که به فاصله ی Z از مرکز حلقه است را به دست آورید.

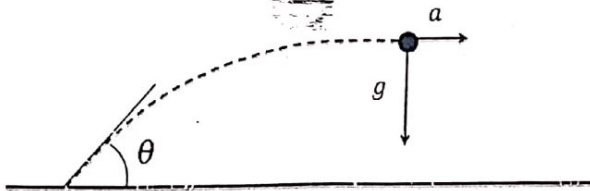
ب) این نیروی گرانشی را در حد $Z \ll R$ و $Z \gg R$ به دست آورید.

شش سوال، ۶۰ نمره - مدت سه ساعت

۱- (۱۰ نمره) توان مصرفی هر خانوار شهری، تقریباً معادل ده لامپ معمول رشته‌ای (التهابی) است. (ا) تخمین بزنید توان مصرفی شهری مانند تهران چه قدر است.

(ب) توان تابش خورشید در سطح زمین حدود یک کیلووات بر مترمربع است. با سلول‌های خورشیدی‌ای که در اختیار داریم می‌توان با بازدهی ده درصد این توان را به برق تبدیل کرد. تخمین بزنید چه مساحتی را باید، با سلول‌های خورشیدی پوشاند تا توان مصرفی تهران را تامین کرد.

۲- (۱۰ نمره) جسم بارداری به جرم m علاوه بر نیروی گرانش، تحت تاثیر نیروی الکتریکی قرار دارد و در نتیجه آن شتابی برابر با a در راستای افقی می‌گیرد. فرض کنید این جسم را با



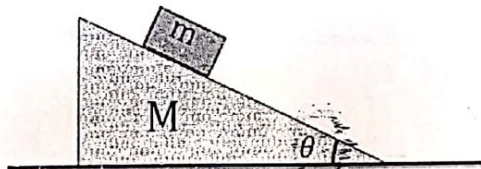
سرعت اولیه‌ای با اندازه‌ی v_0 و در زاویه‌ی θ نسبت به افق پرتاب کرده‌ایم.

(ا) معادلات حرکت این جسم، یعنی $x(t)$ و $y(t)$ را بر حسب زمان بنویسید.

(ب) برد این جسم را بر حسب a, θ, v_0 و g بدست آورید.

(پ) بیشینه‌ی برد این جسم به ازای چه زاویه θ خواهد بود؟ در این حالت برد چه قدر است؟

(ت) در دو حالت $a = 0$ و $a = g$ جواب بالا را ساده کنید. بگویید برد در حالت دوم تقریباً چند درصد نسبت به حالت اول، افزایش یا کاهش داشته است.



۳- (۱۰ نمره) جسمی به جرم m روی سطح شیب‌داری به جرم M قرار

دارد. زاویه‌ی θ شیب این سطح شیب‌دار، قابل تنظیم است. سطح شیب‌دار

روی سطح زمین با ضریب اصطکاک ایستایی μ_s قرار دارد. ضریب اصطکاک

ایستایی و لغزشی جسم و سطح شیب‌دار به ترتیب μ_{1s} و μ_{1k} است.

(ا) تا چه زاویه‌ای جسم از روی سطح شیب‌دار نمی‌لغزد. در این حالت برآیند

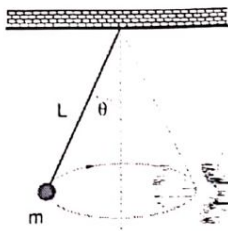
نیروهای وارد به سطح شیب‌دار از طرف جسم چه قدر است؟

(ب) فرض کنید که زاویه را آن قدر زیاد کرده‌ایم که جسم روی سطح شیب‌دار می‌لغزد ولی همچنان سطح شیب‌دار روی سطح زمین

ثابت است. نیروی عکس‌العمل سطح از طرف زمین به سطح شیب‌دار و نیروی اصطکاک بین همین دو سطح چه قدر است؟

(پ) در زاویه‌ی ۴۵ درجه، سطح شیب‌دار شروع به لغزش می‌کند. فرض کنید جرم جسم و سطح شیب‌دار برابر باشند و ضریب

اصطکاک لغزشی جسم با سطح شیب‌دار برابر با ۰.۳ باشد. ضریب اصطکاک ایستایی سطح شیب‌دار و زمین چه قدر است؟



۴- (۱۰ نمره) ۱- مانند شکل جسمی به جرم $m = 2.0\text{Kg}$ به طنابی به طول $L = 1.0\text{ m}$ آویخته شده و روی دایره‌ای می‌چرخد. زاویه‌ی راس مخروط به وجود آمده $\theta = 45^\circ$ است.

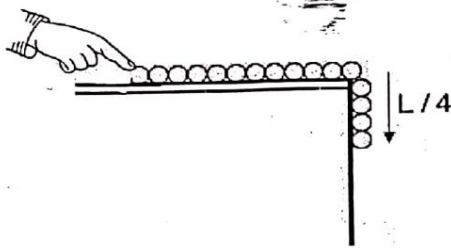
$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ \approx 0.71$$

(آ) اندازه‌ی سرعت جسم چه قدر است؟

(ب) انرژی جنبشی، پتانسیل و انرژی کل جسم چه قدر است؟ مبدا پتانسیل را در نقطه آویز در نظر بگیرید.

به خاطر وجود مقاومت هوا، این آونگ انرژی از دست می‌دهد.

(پ) توان اتلاف مقاومت هوا در این لحظه چه قدر است. برای حل این قسمت فرض کنید که سطح مقطع جسم برابر با $A = 5 \times 10^{-3}\text{ m}^2$ است و ثابت c در رابطه‌ی مقاومت هوا برابر با واحد است. چگالی هوا را $\rho = 1.3\text{Kg/m}^3$ بگیرید.

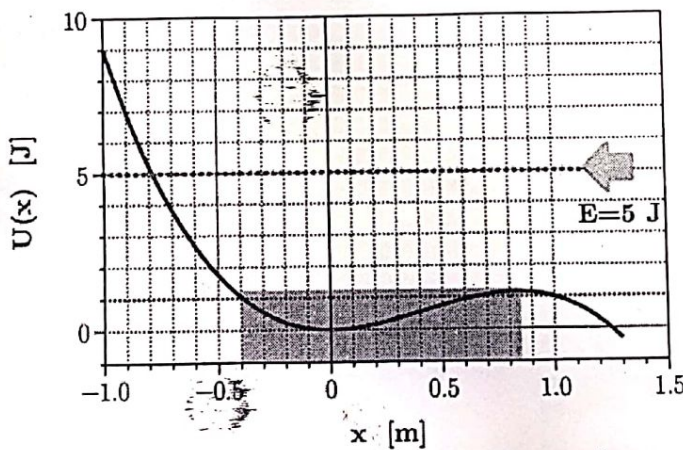


۵- (۱۰ نمره) مانند شکل زنجیری را که یک چهارم طول آن از لبه میز آویزان است، روی یک سطح بدون اصطکاک نگه داشته ایم. اگر زنجیر دارای طول L و جرم m باشد، چه میزان کار نیاز است تا قسمت آویزان زنجیر را (با سرعت ناچیز) به طور کامل روی سطح برگردانیم.

۶- (۱۰ نمره) ذره‌ای در یک بعد، تحت پتانسیل $U(x)$ که در شکل زیر آمده است، قرار دارد.

(آ) مکان تقریبی نقاط تعادل و نوع آنها (پایدار، ناپایدار و خنثی) را در ناحیه $x \in (-1, 1.3)$ مشخص کنید.

(ب) تابع نیرو $F(x)$ ناشی از این پتانسیل را در همین ناحیه به طور تقریبی رسم کنید.

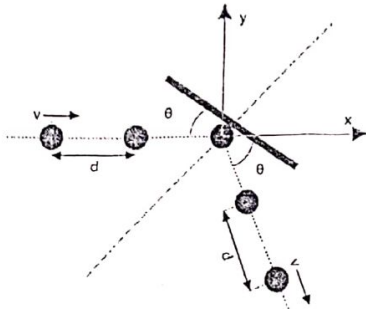


(پ) ذره‌ای به جرم $m = 1\text{ kg}$ با انرژی $E = 5\text{ J}$ از بی نهایت مثبت به سمت چپ در حرکت است. حرکت ذره را توصیف کنید. (تغییرات سرعت در مکان و نقاط برگشت را مشخص کنید).

(ت) آیا ذره در چارچوب مکانیک نیوتونی، با این انرژی می‌تواند به نقطه $x = -1$ برسد؟ چرا؟

(ث) ذرات با چه انرژی‌هایی می‌توانند در ناحیه سایه دار باقی بمانند؟ (از آن ناحیه خارج نشوند)

(ج) سرعت تقریبی فرار از این ناحیه را به دست آورید.



۱-۱) جریانی از توپ‌ها همانند شکل روبرو را در نظر بگیرید که به صورت کشسان به صفحه‌ای مطابق شکل برخورد می‌کنند. سرعت توپ‌ها به نسبت صفحه v بوده و زاویه صفحه نسبت به جهت سرعت توپ‌ها همان‌طور که در شکل دیده می‌شود θ است. تکانه‌ی منتقل شده به صفحه بعد از برخورد هر توپ را بدست آورید. فرض کنید فاصله بین هر دو توپ همانند شکل، d است. نیروی متوسط وارد بر صفحه را پیدا کنید و مولفه‌های x و y آن را جدا کنید.

ب) مدال بالا می‌تواند مدلی مناسبی برای بال هواپیما باشد. با این روش، نیروهای افقی و عمودی وارد بر بال هواپیمایی که با سرعت v به جلو می‌رود، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$F_x = \frac{1}{2} \rho A v^2 C_x, \quad F_y = \frac{1}{2} \rho A v^2 C_y$$

که در آن C_x و C_y دو ضریب وابسته به زاویه‌ی بال هواپیما هستند و برای زاویه‌های معمول از مرتبه‌ی یک‌اند. با در نظر گرفتن مقادیر نوعی برای وزن هواپیما و اندازه بال‌ها، کمینه‌ی سرعت هواپیما برای برخاستن از زمین را تخمین بزنید.

۲- تخته‌ای به جرم m روی دو استوانه‌ی مشابه هر کدام به جرم $m/2$ و شعاع R قرار دارد. تخته با نیروی F به سمت راست کشیده می‌شود. فرض کنید اصطکاک بین تخته و استوانه‌ها و استوانه‌ها با زمین آن قدر زیاد است که می‌توان فرض کرد که قید غلتش کامل همواره برقرار است.

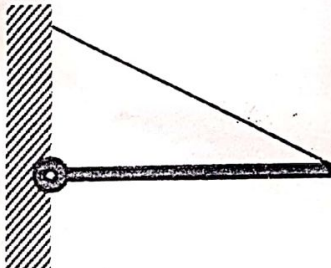


ا) اگر سرعت تخته v باشد، سرعت مرکز استوانه‌ها و سرعت زاویه‌ی آن‌ها چه قدر خواهد بود؟

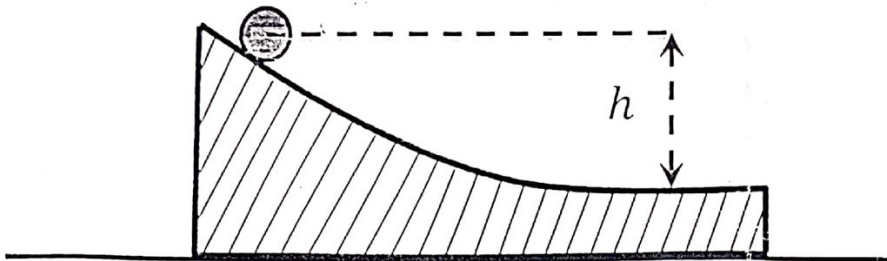
ب) شتاب خطی تخته و شتاب زاویه‌ای هر یک از استوانه‌ها را به دست آورید.

ب) نیروی اصطکاک بین استوانه‌ها و زمین چه قدر است؟ (لختی دورانی استوانه‌ی توپری به شعاع R و جرم m برابر با $mR^2/2$ است.)

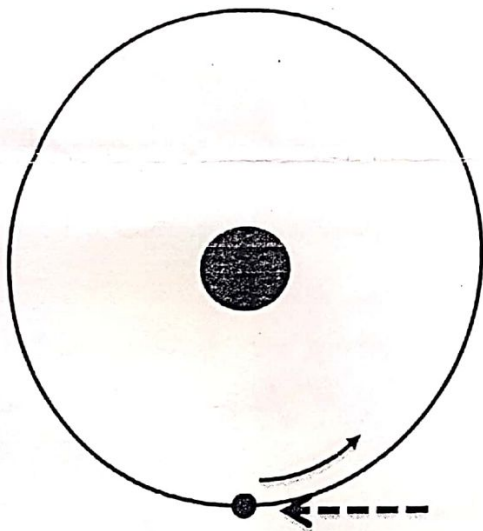
۳- میله‌ای به طول L و جرم m به دیوار لولا شده است و با یک سیم کلفت آهنی به صورت افقی در حال تعادل قرار گرفته است. فاصله‌ی لوله با نقطه‌ای که سیم به دیوار بسته شده برابر با D است. ا) کشش سیم و نیرویی که لولا وارد می‌کند را بیابید. ب) مساحت سطح مقطع سیم A و مدول یانگ آن Y است. طول اولیه‌ی سیم چه قدر بوده است؟



۴- مانند شکل، توپی از بالای سطح شیب‌داری رها می‌شود تا پایین بیاید. ارتفاع اولیه‌ی مرکز توپ نسبت به قسمت افقی این سطح شیب‌دار برابر با $h = 1.1 \text{ m}$ است. جرم توپ $m = 0.5 \text{ kg}$ و جرم سطح شیب‌دار $M = 5.0 \text{ kg}$ است. شعاع توپ هم $r = 10 \text{ cm}$ است. اصطکاک سطح شیب‌دار با کف زمین قابل چشم‌پوشی است. ضریب اصطکاک بین توپ و سطح شیب‌دار را $\mu_s = 0.7$ و $\mu_k = 0.5$ بگیرید.



فرض کنید که این ضریب اصطکاک‌ها آن قدر بزرگ است که توپ همواره می‌غلطد. هنگامی که توپ به قسمت افقی سطح شیب‌دار رسیده است، سرعت توپ v و سرعت سطح شیب‌دار u را نسبت به زمین حساب کنید. (در نوشتن قید غلطش کامل دقت کنید. باید سرعت نسبی دو نقطه‌ای که با هم تماس دارند برابر با صفر باشد.) لختی دورانی توپ برابر با $\frac{2}{3}mr^2$ است.



۵- سیاره‌ای به جرم $m_1 = 2.0 \times 10^{23} \text{ kg}$ دور خورشیدش روی مداری دایره‌ای به شعاع $r = 8.0 \times 10^{10} \text{ m}$ می‌چرخد. جرم این ستاره برابر با $M = 3.0 \times 10^{30} \text{ kg}$ است.

(ا) دوره‌ی تناوب چرخش این سیاره چه قدر است؟ سرعت سیاره روی این مدار چه قدر است؟

سیارکی به جرم $m_2 = 4.0 \times 10^{21} \text{ kg}$ به این سیاره برخورد می‌کند. هنگام برخورد، سرعت سیارک $v = 6.0 \times 10^5 \text{ m/s}$ است و جهت آن به شکلی است که برخورد درست سر به سر می‌دهد. برخورد کاملاً ناکشسان است و سیارک به سیاره می‌چسبد.

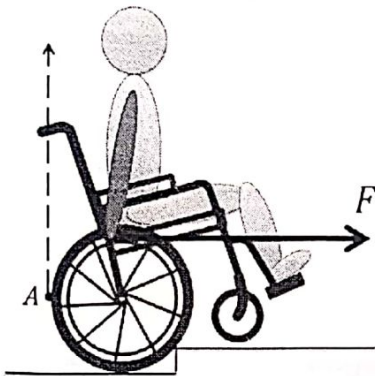
(ب) سرعت سیاره (و سیارک) درست بعد از برخورد چیست؟ انرژی سیاره بعد از برخورد چیست؟

(پ) قطر بزرگ بیضی مدار سیاره بعد از برخورد را به دست آورید و از آن‌جا بیابید که دوره‌ی تناوب این سیاره چه قدر تغییر می‌کند.

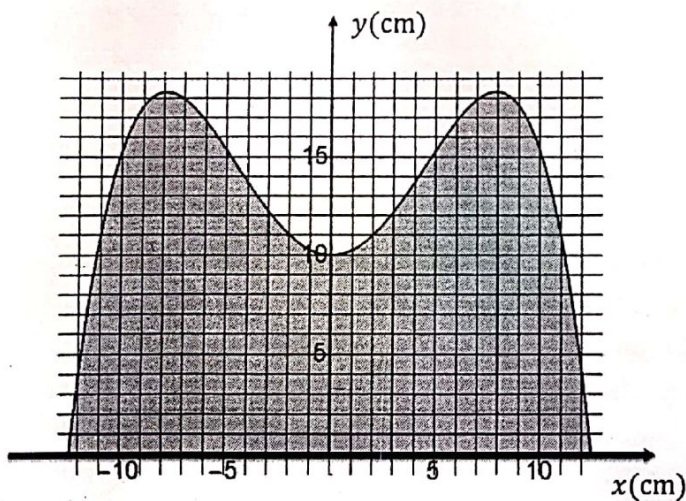
موفق باشید.

شش سوال، مدت سه ساعت

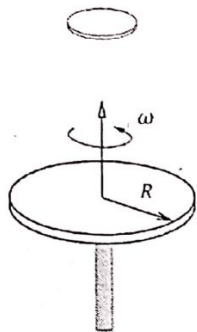
- ۱- می‌خواهیم تخمینی از ثابت عمومی گرانش و چند کمیت نجومی به دست آوریم.
 (ا) با فرض این که کل زمین از موادی با چگالی مشابه چگالی سنگ تشکیل شده و با توجه به این که با اندازه‌گیری‌های هندسی، شعاع زمین $R_E = 6400 \text{ km}$ به دست آمده، با تخمین زدن جرم زمین، ثابت عمومی گرانش G را به تقریب حساب کنید.
 (ب) ماه در مدت تقریباً ۲۷ روز یک بار به دور زمین می‌گردد. با استفاده از داده‌هایی که در بخش قبل به دست آوردید فاصله‌ی ماه تا زمین را حساب کنید.
 (پ) اندازه‌ی ظاهری ماه در آسمان حدود نیم درجه‌ی کمانی است. قطر ماه را تخمین بزنید و در نهایت جرم آن به تقریب حساب کنید. فرض کنید چگالی ماه و زمین تقریباً برابر باشند.



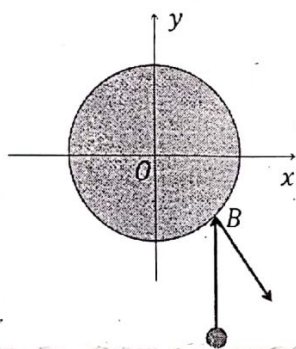
- ۲- شخصی که روی صندلی چرخ‌دار نشسته به پله‌ای به ارتفاع $h = 15 \text{ cm}$ می‌رسد و می‌خواهد از آن بالا برود. او وضعیتی مطابق شکل دارد. جرم شخص و صندلی روی هم را $m = 140 \text{ kg}$ بگیرید و فرض کنید که مرکز جرم شخص و صندلی درست بالای مرکز خود چرخ است. شعاع چرخ برابر با $r = 30 \text{ cm}$ است.
 (ا) شخص می‌خواهد با اعمال نیروی افقی F به بالای چرخ، از پله بالا برود. کمترین نیرویی که لازم است شخص وارد کند تا چرخ صندلی از زمین جدا شود را به دست آورید. در این حالت اندازه و جهت نیرویی که پله به چرخ وارد می‌کند چیست؟
 (ب) این بار شخص تصمیم می‌گیرد که نیرو را به صورت عمودی و به نقطه‌ی A نشان داده شده در شکل وارد کند. نیروی لازم برای جدا شدن چرخ صندلی از زمین چه قدر با حالت قبل فرق کرده؟



- ۳- شکل روبرو ورقه‌ی فلزی با ضخامت کوچک را نمایش می‌دهد. این ورقه یکنواخت است و هر سانتیمتر مربع از آن 1.0 g جرم دارد. با شرح شیوه‌ی کار خود، خواسته‌های این سوال را به دست آورید.
 (ا) جرم جسم به تقریب چه قدر است؟
 (ب) مختصات مرکز جرم این جسم را به دست آورید.
 (پ) جسم حول محور x می‌تواند بچرخد. لختی دورانی جسم حول این محور را به تقریب حساب کنید.
 (ت) لختی دورانی این جسم حول محوری که با محور x موازی باشد و از مرکز جرم بگذرد تقریباً چه قدر است؟
 در حل این مساله نیازی به دانستن معادله‌ی این شکل نیست و فقط انتگرال‌گیری‌ها را با استفاده از مربع شماری و به تقریب انجام دهید. مربع‌هایی که بیش از نیمی از آن‌ها پر است را پر بگیرید و مربع‌هایی که بیش از نیمی از آن‌ها خالی است را خالی فرض کنید.

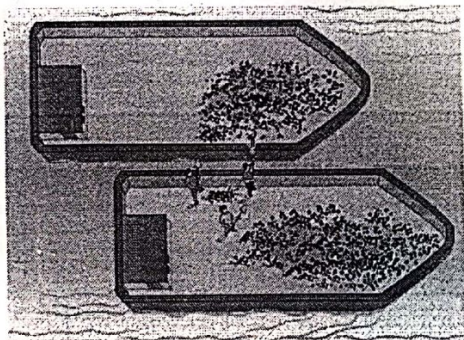


۴- مانند شکل قرصی یکنواخت به شعاع R و جرم M حول محوری آزادانه با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. (آ) بردار تکانه‌ی زاویه‌ای این قرص چیست؟ (نیازی به محاسبه‌ی لختی دورانی نیست، از رابطه جایگزاری کنید) (ب) سکه‌ای را بدون چرخاندن و با سرعت زاویه‌ای صفر، روی این قرص می‌اندازیم به شکلی که مرکز سکه بر مرکز قرص منطبق شود. پس از مدتی سکه و قرص سرعت زاویه‌ای یکسانی پیدا می‌کنند. اگر جرم و شعاع سکه برابر با m و r باشد، سرعت زاویه‌ای نهایی دو جسم چه قدر می‌شود؟ (به کل مجموعه گشتاور خارجی وارد نمی‌شود.) (پ) فرض کنید که فقط لبه‌ی سکه با قرص در تماس باشد اصطکاک ایجاد کند. ضریب اصطکاک لغزشی بین دو جسم برابر با μ_k است. مدت زمانی که طول می‌کشد تا دو قرص هم سرعت شوند چه قدر است؟ (ت) چه قدر در این برخورد انرژی تلف شده است؟



۵- توپ کوچکی به سمت توپ بزرگتری پرتاب می‌شود و به آن برخورد می‌کند. توپ‌ها را می‌توان پوسته‌های کروی در نظر گرفت. تمام حرکت‌ها در صفحه‌ی xy است و اثرات گرانشی وجود ندارد. پیش از برخورد، سرعت توپ کوچک‌تر برابر با $v_1 = 1.1 \times 10^1 \text{ m/s } \hat{y}$ و سرعت نهایی این توپ برحسب متر برثانیه برابر با $v_2 = 6\hat{x} - 1\hat{y}$ است. توپ بزرگتر ابتدا ساکن بوده است. جرم توپ کوچک 150 gr و جرم توپ بزرگ 500 gr است. شعاع توپ‌ها به ترتیب 1 cm و 10 cm است. هیچ نیرویی از اطراف به این دو توپ وارد نمی‌شود. اگر مبدا مختصات را مرکز توپ بزرگ بگیریم، محل برخورد دو توپ در نقطه‌ی $\vec{B} = 6\hat{x} - 8\hat{y} (\text{cm})$ بوده است. (آ) مقدار ضربه‌ی وارد شده به توپ کوچک را پیدا کنید. بردار سرعت و اندازه‌ی سرعت توپ بزرگ بعد از برخورد چیست؟

(ب) فرض کنید این ضربه در مدت کوتاه $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ رخ داده. بردار نیروی متوسط بین دو توپ در زمان برخورد و چه قدر بوده است؟ (پ) حساب کنید گشتاور وارد به توپ بزرگ نسبت به نقطه‌ی O چه قدر بوده. لختی دورانی گره‌ای به جرم m و شعاع r برابر با $\frac{2}{3}mr^2$ است. حساب کنید سرعت زاویه‌ای گردش توپ بزرگ به دور خودش بعد از برخورد چه قدر است.



۶- همانند شکل روبرو، دو قایق طویل روی آب ساکن در یک جهت در حرکت هستند. سرعت یکی از قایق‌ها 10 km/h و دیگری با سرعت 20 km/h است. در حالیکه دو قایق از کنار هم رد می‌شوند، ذغال با نرخ 100 kg/min از قایق کندتر به داخل قایقی که با سرعت بیشتر در حرکت است ریخته می‌شود. فرض کنید که ذغال‌ها دقیقاً عمود بر قایق با سرعت ناچیز به قایق سریعتر ریخته می‌شود. همچنین فرض کنید که تغییر نیروی اصطکاک بین قایق‌ها و آب در اثر افزایش و یا کاهش جرم آنها ناچیز است. (آ) چه مقدار نیرو توسط موتور قایق کندتر باید وارد شود تا سرعت آن ثابت بماند؟ (ب) چه مقدار نیرو باید توسط موتور قایق سریعتر وارد شود تا سرعت آن ثابت بماند؟ (پ) فرض کنید که موتور قایق سریعتر ناگهان خاموش می‌شود. دقیقاً در لحظه خاموش شدن موتور این قایق شتاب آن را به دست آورید. جرم قایق ^{بزرگ} در این زمان برابر با 120 تن است.

(۱) وزن، طول و زمان پدیده‌های زیر را تخمین بزنید (مهارت در تخمین کمیت‌های فیزیکی)

- وزن یک توپ فوتبال.
- وزن یک جبه قند مکعبی به حجم یک سانتی‌متر مکعب.
- طول زمین دانشگاه از درب جنوبی تا درب شمالی.
- فاصله‌ی زمین تا ماه.
- زمان تقریبی سقوط قطرات باران از ابری در ارتفاع یک کیلومتری از سطح زمین.
- فاصله‌ی زمانی بین بال زدن یک مگس.

(۲) شخصی مطابق شکل بر روی کره‌ی بدون اصطکاکی به شعاع R نشسته است و با سرعت اولیه‌ی v_0 از بالاترین نقطه‌ی کره به سمت پایین آن سر می‌خورد. در چه ارتفاعی نسبت به سطح زمین این شخص تماس خود را با سطح کره از دست می‌دهد؟

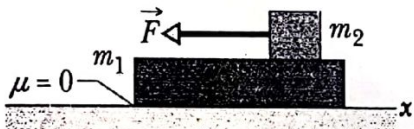


(۳) اگر $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{B} = -3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{C} = 7\hat{i} - 8\hat{j}$

کمیت زیر را حساب کنید

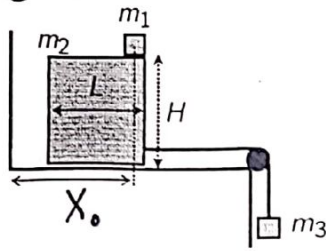
$3\vec{C} \cdot (2\vec{A} \times \vec{B}) = ?$

(۴) بلوک m_1 به جرم 40kg مطابق شکل بر روی یک سطح بدون اصطکاک قرار دارد. بلوک دیگری به جرم $m_2 = 10\text{kg}$ بر روی بلوک اول قرار گرفته است و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی مابین دو بلوک به ترتیب 0.6 و 0.4 است. مطابق شکل نیرویی افقی به بزرگی 100N به بلوک بالایی وارد می‌شود. شتاب هرکدام از بلوک‌ها را بیابید.



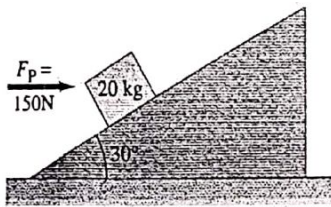
(۵) جسم کوچکی به جرم m_1 در لحظه‌ی $t=0$ مطابق شکل بر روی یک بلوک قرار داده شده است. بلوک مذکور به جرم m_2 بر روی میزی قرار داده شده و از طریق ریسمان بدون جرم و یک قرقره‌ی بدون اصطکاک به وزنه‌ی

دیگری به جرم m_3 متصل است. هر سه جسم یکسانی دارند ($m_1 = m_2 = m_3 = m$)، همچنین تمامی سطوح بدون اصطکاک هستند. اگر مجموعه را از حالت سکون رها کنیم:



- (الف) دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر هرکدام از سه جسم را ترسیم کنید.
 (ب) معادلات حرکت هرکدام از اجسام را بنویسید.
 (ج) محاسبه کنید جسم بالای بلوک (m_1) چه زمانی با سطح برخورد می‌کند؟
 (د) مکان برخورد جسم بالای بلوک (m_1) با سطح را بیابید.

۶) نیروی $F_p = 150N$ مطابق شکل به جعبه‌ای به جرم $m = 20kg$ که بر روی سطح شیب‌داری به زاویه‌ی 30 درجه قرار دارد وارد می‌شود و آن را 5 متر در راستای سطح شیب‌دار بالا می‌برد. با فرض اینکه سطح شیب‌دار به زمین متصل است:

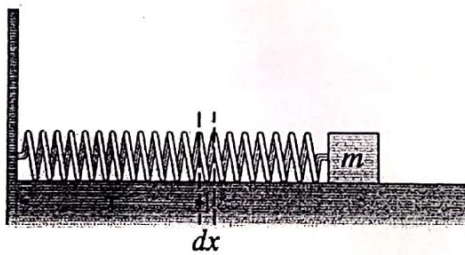


- (الف) کار نیروی اصطکاک در این جابجایی چقدر است؟
 (ب) کار نیروی F_p در این جابجایی چقدر است؟
 (ج) کار نیروی جاذبه زمین در این جابجایی چقدر است؟
 (د) کار نیروی عمودی سطح در این جابجایی چقدر است؟
 (ه) اگر سرعت اولیه‌ی جعبه صفر باشد ($v_0 = 0$) مقدار سرعت آن در انتهای مسیر را به دست آورید.
 (ی) گرمای آزاد شده در طول این جابجایی را حساب کنید.

۷) جسمی به جرم m مطابق شکل به فنری به فنری با جرم m_s وصل شده است. در لحظه‌ای که طول فنر برابر D و سرعت جسم برابر v_0 است انرژی جنبشی جسم و فنر را حساب کنید (جسم را به صورت نقطه‌ای در نظر بگیرید).

راهنمایی: فرض کنید جرم فنر بطور یکنواخت در طول فنر پخش شده است و سرعت در فاصله‌ی x از محل

$$V(x) = v_0 \frac{x}{D} \text{ . اتصال با رابطه‌ی زیر داده شود.}$$



موفق باشید