

آزمایش شماره ۱۰

حرکت هماهنگ ساده و سقوط آزاد

حرکت هماهنگ ساده از معمول‌ترین حرکت‌هایی است که در طبیعت می‌توان یافت. نمونه‌هایی از آن در انواع دستگاه‌ها و محیط‌های ارتعاشی مشاهده می‌شود. از جمله حرکت تارهای ابزارهای صوتی، امواج روی سطح آب، حرکت مولکول‌های محیطی که صوت از آن عبور می‌کند، و بسیاری دیگر. عامل این حرکت نیروی پایستار خطی است. دو نمونه مهم از حضور این نیرو را در آونگ ساده و فنر می‌توان یافت.

هدف آزمایش: مطالعه حرکت هماهنگ ساده در فنر و آونگ ساده، اندازه‌گیری ثابت فنر، شتاب ثقل و مطالعه سقوط آزاد.

نظریه

فنر، هر گاه فنری تحت تأثیر نیرویی واقع شود، طول آن تغییر خواهد کرد. این تغییر طول تا آنجایی که از حد کشسانی فنر تجاوز نکند متناسب با نیروی وارد شده است. یعنی:

$$F = K(L - L_0) = KX \quad (1)$$

در رابطه بالا K ثابت فنری و X تغییر طول فنر می‌باشد. حال اگر به جای نیروی اعمال شده، نیروی فنر را در نظر بگیریم، این رابطه به صورت $F = -KX$ که به قانون هوک معروف است، تبدیل می‌شود. علامت منفی نشانگر آن است که جهت نیروی فنر با جهت تغییر طول آن مخالف است.

در آزمایشگاه برای تعیین ثابت فنر می‌توان وزنه‌های مختلفی به آن آویخت و تغییر طول آن را به ازای نیروی وارد شده، اندازه گرفت. هر گاه جرم M به فنری در حالت افقی متصل شود معادله حرکت جرم چنین خواهد بود:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \frac{K}{m} X = 0 \rightarrow \frac{d^2 X}{dt^2} + \omega^2 X = 0 \quad (2)$$

حل معادله فوق به صورت $X(t) = A \sin(\omega t)$ خواهد بود که در آن $\omega = \frac{K}{m}$ سرعت زاویه‌ای نوسانات است. برای

محاسبه دوره تناوب نوسانات از تساوی $\omega = \frac{2\pi}{T}$ استفاده می‌کنیم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (3)$$

در روابط فوق فنر بدون جرم فرض شده است. اما در عمل فنر نیز دارای جرم است و از آنجا که این جرم در انتهای آن متمرکز نیست باید در روابط فوق جرم مؤثری را برای آن در نظر گرفت. جرم مؤثر (m_e) از حاصل ضرب جرم فنر (m_s) در ضریب نسبی جرمی فنر (f) بدست می‌آید

$$(۴) \quad f \cdot m_s = (\text{جرم فنر}) \times (\text{ضریب نسبی جرمی فنر}) = m_e = \text{جرم مؤثر فنر}$$

بدین ترتیب برای محاسبه دوره تناوب فنری که خود دارای جرم است، در رابطه (۳) باید جرم مؤثر آنرا به جرم وزنه آویخته شده اضافه نماییم. لذا خواهیم داشت:

$$(۵) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m + fm_s}{K}}$$

آونگ ساده، فرض کنید یک آونگ ساده که عبارت است از جسمی به جرم M که به نخ به طول L (و بدون جرم) بسته شده، از نقطه ثابتی آویزان باشد. در این حالت نیروی وزن Mg به دو مؤلفه تجزیه می شود. برآیند مؤلفه $Mg \cos(\theta)$ و کشش نخ شتاب جانب مرکز را ایجاد می کند و مؤلفه $Mg \sin(\theta)$ موجب حرکت شتابدار متحرک در امتداد مماس بر مسیر می شود. بنابراین طبق قانون دوم نیوتن برای حرکت داریم:

$$T - Mg \cos(\theta) = M \frac{v^2}{L} = ML\omega^2$$

$$\Delta x = L\Delta\theta \Rightarrow dx = -Ld\theta \Rightarrow \frac{d^2v}{dt^2} = -L \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$Mg \sin(\theta) = M \frac{d^2v}{dt^2} \Rightarrow -Mg \sin(\theta) = ML \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (۶)$$

برای نوسانات کم دامنه که می توان $\sin\theta$ را با θ بر حسب رادیان برابر گرفت معادله دوم حرکت به صورت

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \quad (۷)$$

ساده می شود. جواب این معادله نیز به صورت می باشد که معرف یک حرکت نوسانی ساده برای آونگ است. در این رابطه

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (۸)$$

اما چنانکه θ را کوچک فرض نکنیم معادله کلی دوره تناوب، T به صورت زیر خواهد بود:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left(1 + \frac{\theta^2}{16} + \dots\right) \quad (۹)$$

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز: ۱- پایه مخصوص آویزان کردن فنر و آونگ ۲- پنج فنر مختلف با رنگ های زرد، قرمز، سبز، مشکی و سفید ۳- گلوله فلزی آونگ ساده و نخ ۴- وزنه های کوچک، ۵- زمان سنج دستی. ۶- زمان سنج الکترونیکی، نگهدارنده مغناطیسی ۷- گلوله فلزی برای آزمایش سقوط آزاد

برای آشنایی اولیه با روش انجام آزمایش به سایت آزمایشگاه مراجعه نموده و مراحل انجام آزمایش را در گزارش تصویری مشاهده نمایید. <http://physics.sharif.edu/genphyslabs1/002.htm>

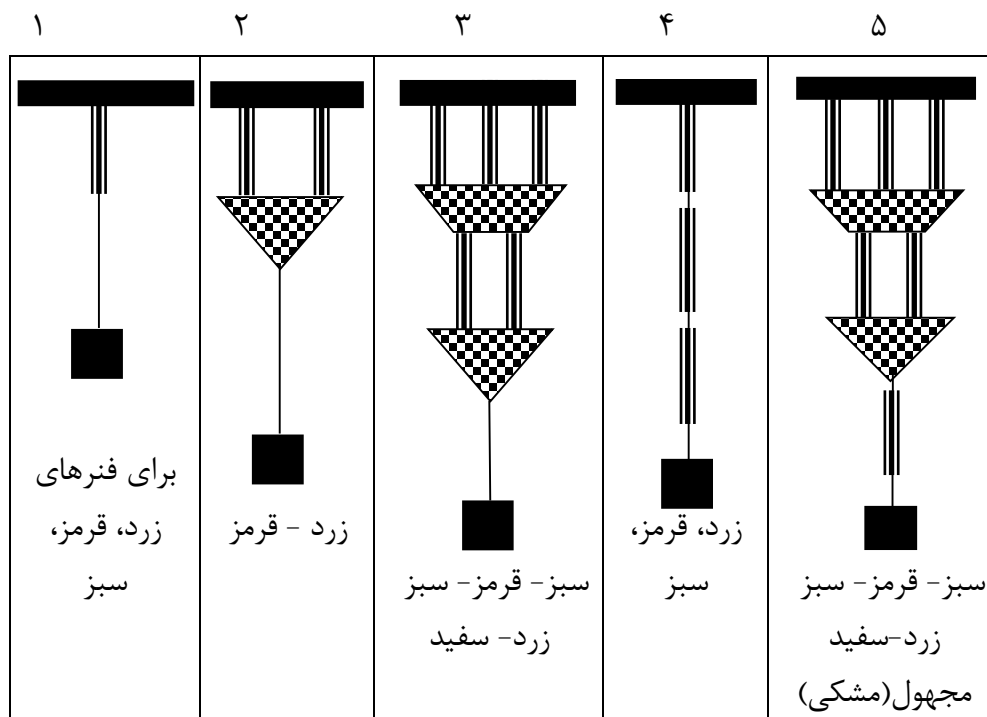
۱- اندازه گیری ثابت فنری و ضریب نسبی جرمی فنر

فنر سفید رنگ را انتخاب و آن را از میله بالایی پایه آویزان کنید. سپس کفه را به آن متصل کرده و در حالت تعادل، پائین ترین نقطه کفه را از روی خط کش متصل به پایه بخوانید. آن را h_0 بنامید. سپس وزنه حدود ۵۰ گرمی (m) را به کفه اضافه کنید، بعد از تعادل مقدار h ثانویه را از روی خط کش بخوانید. مقدار $\Delta h = h - h_0$ را بدست آورید و در جدول ۱ یادداشت کنید. سپس وزنه را در راستای قائم با دامنه کم به نوسان در آورید. زمان ۵۰ نوسان آنرا اندازه گیری کنید. این عمل را برای وزنه های ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰ و ۲۵۰ گرمی نیز انجام داده و جدول شماره ۱ را کامل نمائید. بعد از هر بار اندازه گیری زمان، زمان سنج را *reset* کنید. دقت زمان سنج خود را در نظر داشته باشید. جرم فنر (m_s)، جرم کفه (m_p) و مجموع جرم کفه و جرم روی آنرا (M) نیز در هر مرحله به کمک ترازو با دقت ۵ گرم، اندازه گرفته و در جدول یادداشت کنید. توجه داشته باشید که جرم آویخته شده از فنر مجموعه جرم کفه و جرم اضافه شده به آن است.

۲- به هم بستن فنرها

ابتدا به کمک وزنه دلخواهی که در مراحل جداگانه به هر یک از فنرها آویزان می کنید، تغییر طول هر فنر را بدست آورید. انتخاب وزنه به گونه ای باشد که تغییر طول فنر قابل اندازه گیری باشد. نتایج را در جدول ۲ یادداشت کنید.

حال فنرها را به پنج حالت مختلف که در شکل زیر آمده ببینید و آزمایش فوق را تکرار کنید. وزنه ها را طوری انتخاب نمایید که تغییر طول با دقت مناسبی قابل اندازه گیری باشد. در حالت موازی جرم بیشتری روی کفه قرار دهید.



شکل ۱- ترکیب های مختلف از فنرها که آزمایش می شود.

۳- اندازه‌گیری شتاب ثقل زمین به کمک آونگ ساده

آونگ ساده را آماده کنید. برای این منظور تکیه‌گاه (میله‌ای فلزی که یک سر آن نیم تخت است) را در بالاترین نقطه پایه ثابت به کمک گیره نصب کنید. نخ به طول حدود ۸۰ سانتی متر را به حلقه آلومینیومی متصل کرده و سوزن حلقه را مطابق شکل ۲ روی تکیه‌گاه قرار دهید. انتهای دیگر نخ را به گلوله آونگ وصل کنید. طول نخ را طوری تنظیم کنید که فاصله محل آویز (تکیه‌گاه سوزن حلقه) تا مرکز جرم گلوله آونگ ۶۰ سانتیمتر باشد. زمان ۵۰ نوسان با دامنه کوچک (زاویه انحراف کوچکتر از 6°) را اندازه گرفته و در جدول ۳ یادداشت کنید. آزمایش را ۵ بار تکرار کنید و جدول ۳ را کامل کنید. لازم به ذکر است که نبایستی نخ به دور حلقه آلومینیومی پیچیده و یا گره شود که باعث بروز خطا خواهد شد. سپس آزمایش را برای زاویه 30° درجه تکرار کنید و جدول ۴ را پر کنید.



شکل ۲- نحوه‌ی قرارگرفتن سوزن حلقه روی تکیه‌گاه

۴- آزمایش سقوط آزاد

برای انجام آزمایش ابتدا نگهدارنده مغناطیسی را به بالاترین نقطه پایه ثابت بسته و آنرا به زمان‌سنج الکترونیکی وصل کنید. دو فیش نگهدارنده مغناطیسی به دستگاه زمان‌سنج متصل شود. حسگر نوری را نیز در پایین پایه ثابت نصب کنید. حسگر نوری دارای دو عدد فیش می‌باشد فیش متصل به رشته اصلی در پشت دستگاه در بخش *START* و فیش جانبی در پشت دستگاه در بخش *STOP* قرار می‌گیرد.

برای تنظیم دقیق ابتدا شاقول را از نگهدارنده مغناطیسی آویزان کرده و حسگر نوری را طوری تنظیم کنید که نخ شاقول از وسط آن بگذرد. تنظیم این قسمت باید با دقت بالایی انجام شده و در حین انجام آزمایش از چرخاندن حسگر حول پایه ثابت خودداری شود در غیر این صورت حسگر نوری باید دوباره تنظیم شود. به کمک نگهدارنده مغناطیسی گلوله فلزی را نگهداشته و فاصله مگنت تا وسط حسگر نوری را به دقت اندازه گرفته و آن را برابر ۲۰ سانتیمتر قرار دهید (هنگام محاسبه طول مسیر گلوله، قطر گلوله فلزی را از فاصله بین مگنت تا دیود حسگر کم نمایید).

ظرف جمع آوری گلوله را در زیر حسگر قرار داده و طوری تنظیم کنید که گلوله پس از عبور از حسگر داخل آن بیفتد. با کلیدی که روی زمان سنج قرار دارد میدان مغناطیسی را قطع و گلوله را رها کنید. همزمان با رها شدن گلوله زمان سنج شروع به کار می کند. به محض رسیدن گلوله به حسگر نوری زمان سنج متوقف شده و زمان سقوط گلوله را نشان می دهد. در این صورت داریم:

$$z = \frac{1}{2} g t^2$$

z فاصله‌ای است که مرکز جرم گلوله در زمان t طی می کند. زمان سقوط آزاد را در جدول ۵ یادداشت نمایید. آزمایش را برای سایر مقادیر z که در جدول ۵ آورده شده تکرار کنید. در پایان با کولیس قطر گلوله را نیز به دقت اندازه بگیرید.

خواسته‌ها

۱- تحلیل داده‌های جدول ۱:

(الف) نشان دهید $m'g = K \Delta h$ ، که در آن m' جرم اضافه شده به کفه می باشد.

(ب) مطابق رابطه (۱)، چون قانون هوک معرف یک رابطه خطی است، می توان با رسم F بر حسب X ضریب زاویه خط حاصل یعنی K را بدست آورد. چنانچه رابطه بند (الف) را به صورت $m' = \frac{K \Delta h}{g}$ بنویسیم، نمودار m'

بر حسب Δh دارای ضریب زاویه‌ای برابر $\frac{K}{g}$ خواهد بود. حال منحنی تغییرات m' را بر حسب Δh رسم کنید. ضریب زاویه و به کمک آن مقدار K را بدست آورید.

(ج) مقدار K را نیز با استفاده از رابطه (۵) بخش نظریه بدست آورید. برای این کار، منحنی تغییرات T^2 بر حسب M را رسم کنید. در اینجا M مجموع جرم آویزان شده از فنر می باشد. برای نتیجه‌گیری بهتر رابطه (۵) را به صورت زیر باز کنید.

$$T^2 = \left(\frac{\pi^2}{K}\right)M + \left(\frac{\pi^2}{K}\right)fm_s$$

(د) نتیجه بند (ب) و (ج) را با هم مقایسه کنید.

ه) با توجه به رابطه بند (ج)، ملاحظه می‌شود که مقدار T^2 به ازای $M = -f.ms$ برابر صفر می‌شود. این نقطه معرف نقطه‌ای است که منحنی مذکور در آن نقطه محور M ها را قطع می‌کند. حال با کمک منحنی T^2 بر حسب M ، مقدار f را تعیین کنید.

۲- تحلیل داده‌های جدول ۲:

جدول ۲ را با محاسبه مقادیر معادل K برای ترکیب‌های نشان داده شده در شکل ۱ کامل کنید (مقدار K را مستقیماً از قانون هوک بدست آورید). روابط به هم بستن سری و موازی فنرها را نوشته، درستی آنها را با اندازه‌گیری‌های خود تحقیق کنید. حال برای حالت ۵، K فنر مجهول (مشکی) را بدست آورید.

۳- تحلیل داده‌های جدول ۳:

مقدار شتاب ثقل زمین را با توجه به میانگین جدول ۳ بدست آورید. آنرا با مقدار دقیق‌ترش در آزمایشگاه $(g = 978 \text{ cm/sec}^2)$ مقایسه و درصد خطای (تفاوت) نسبی را بدست آورید.

۴- تحلیل داده‌های جدول ۴:

دوره تناوب میانگین را بدست آورید. آیا اختلافی با نتیجه میانگین دوره تناوب جدول ۳ مشاهده می‌کنید؟ اگر جوابتان مثبت است اختلاف آن را بدست آورده و با مقدار تئوری آن که از رابطه (۹) بدست می‌آید مقایسه کنید. آیا همخوانی دارند؟ در صورت عدم همخوانی زیاد دلیل خود را ذکر کنید.

۵- تحلیل داده‌های جدول ۵:

منحنی تغییرات z بر حسب t^2 را رسم کرده و با استفاده از شیب نمودار مقدار شتاب ثقل زمین را بدست آورده و آن را با مقدار دقیق‌ترش در آزمایشگاه $(g = 978 \text{ cm/sec}^2)$ مقایسه و درصد خطای (تفاوت) نسبی را بدست آورید. عوامل خطا را شرح دهید. در مورد اثر فاصله طی شده در حین سقوط بر اندازه‌گیری شتاب ثقل زمین با توجه به منحنی بحث کنید. با توجه به داده‌های موجود آیا می‌توانید ضریب مقاومت هوا را به این روش به طور تقریبی اندازه بگیرید؟

سوالات

- ۱) واحد ثابت فیزیکی k در دستگاه MKS چیست؟
- ۲) در مرحله (۱) از آزمایش با توجه به دقت اندازه‌گیری جرم و دوره تناوب و با فرض بدون جرم بودن فنر، درصد خطا در محاسبه ثابت فنر (k) چقدر است؟ (به بخش خطای کمیت‌های مرکب رجوع کنید).
- ۳) روابط ثابت فیزیکی معادل در به هم بستن فنرها را در حالت‌های ۱ تا ۴ بدست آورید.
- ۴) اگر طول آونگ ساده‌ای 40 cm باشد، با استفاده از رابطه (۹) نظریه اختلاف زمان تناوب آونگ را برای دو حالت الف) حداکثر زاویه انحراف ۶ درجه، ب) حداکثر زاویه انحراف ۳۰ درجه، محاسبه کنید. مدت زمان حداقل چند نوسان کامل را باید با زمان سنجی که در این آزمایش بکار بردید، اندازه گرفت تا بتوان این اختلاف را آشکار کرد؟

جدول‌های آزمایش شماره ۱۰
حرکت هماهنگ ساده و سقوط آزاد

جدول ۱- اندازه‌گیری ثابت فنر سفید

جرم آویخته شده از فنر (M)	h°	h	$\Delta h (cm)$	زمان ۵۰ نوسان (s)	دوره تناوب (s)

جرم فنر $m_s = \dots\dots\dots$

جرم کفه $m_p = \dots\dots\dots$

جدول ۲- به هم بستن سری و موازی

مجموع جرم آویخته شده از فنر (gr)	h°	h	$\Delta h (cm)$	K	
					فنر زرد
					فنر سبز
					فنر قرمز
					حالت ۲
					حالت ۳
					حالت ۴
					حالت ۵

جدول ۳- نوسانات آونگ ساده (کمتر از ۶ درجه)

تکرار	زمان ۵۰ نوسان (S)	دوره تناوب (s)
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		

طول آونگ ساده (cm) =

جدول ۴- نوسانات آونگ ساده (۳۰ درجه)

تکرار	زمان ۵۰ نوسان (S)	دوره تناوب (s)
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		

جدول ۵- سقوط آزاد

$z (cm)$	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۵۰	۶۰	۸۰	۱۰۰
t (ثانیه)									