

پرسشهای فصل ۵ نسبیت عام ۱: توزیع کروی ماده و فضا زمان

شوارتس شیلد (ویراست ۰.۵)

۱. متریک ساده‌ای با جمله ضربدری $dt dx$ در نظر بگیرید. سرعت نور را در یک مسیر و نیز در مسیر مخالف آن حساب کنید. اختلاف سرعت نور در دو مسیر را توجیه کنید!
۲. متریک شوارتس شیلد با این فرض به دست می‌آید که تانسور انرژی-تکانه صفر است. چطور این متریک را می‌توان برای یک ستاره به کار برد که داخل کهکشان است، یا برای یک کهکشان که داخل کیهان است؟
۳. گیریم جسمی با تقارن کروی نوسان کند. چگونه توحی می‌کنید که متریک خارج جسم ایستا است؟ اگر جسم تابش کند چطور؟
۴. مثالی دارید برای این که تانسور انرژی-تکانه، یا تانسور انیشتین، تقارنی داشته باشد که متریک نداشته باشد؟ بر عکس آن چطور؟ اصلاً این سوال را بجا می‌دانید؟
۵. به محاسبات مربوط به فضا زمان شوارتس شیلد بگه کنید! آیا بدیهی است که متریک در بینهایت تخت است؟ نکند ثابتی انتگرالی باشد که صحت این گزاره را نقض کند؟
۶. به هنگام محاسبه ژئودزیک‌ها در متریک شوارتس شیلد به پتانسیل مؤثر برمی‌خوریم. این پتانسیل به ازای $l = 0$ (تکانه زاویه‌ای صفر) و $k = 0$ (نورگونه) صفر می‌شود، یعنی مسیر آزاد مستقیم است. توجیه کنید!
۷. رابطه میان مؤلفه‌های یک تانسور (مثلاً G^H_V) برای متریک قطری در پایه‌های هولونوم و ناهولونوم چگونه است؟
۸. جمله متناسب با Λ در متریک کوتلر (شوارتس شیلد با جمله ثابت کیهانشناختی) متناظر است با یک نیروی دافعه به اندازه $\frac{1}{3}\Lambda r$. توجیه کنید!
۹. متریک دوسیته را می‌توان در یک فضای تخت پنج بعدی غوطه‌ور کرد. آیا این امکان برای فضای شوارتزشیلد هم موجود است؟ آیا می‌توان هر فضا-زمان چهار بعدی را در یک فضای تخت شبه-اقلیدسی با بعد دلخواه غوطه‌ور کرد؟ بعد فضای غوطه‌وری را در حالت کلی می‌دانید؟ همین سؤال را برای گرانش و متریک‌های دو بعدی جواب دهید!
۱۰. بردارهای کیلینگ متریک شوارتس شیلد کدام‌اند؟ نام ببرید!

۱۱. متریک دوسیده را می‌توان متریکی القاء شده روی یک شبه کره در یک فضا-زمان پنج بعدی دانست. چه نقش فیزیکی، مرتبط با واقعیت می‌توانید به این کره بدهید؟ همین متریک در مختصات دیگر به صورت مدلی انبساطی، با انبساط نمایی برای عالم، نوشته می‌شود. چطور چنین چیزی ممکن است؟

۱۲. متریک دوسیده چند بردار کیلینگ دارد؟ اگر این متریک ایستا است، مانند شوارتس شیلد، پس یک بردار کیلینگ آن را می‌توان به صورت $\frac{\partial}{\partial t}$ نوشت. چه بر سر این بردار می‌آید وقتی فضا-زمان دوسیده در مختصات رابرتسون-واکر، یعنی انبساطی، نوشته می‌شود؟