

بنام خدا

1) در این سوال قصد داریم تا رابطه پتانسیل لئونارد جونز را استخراج کنیم.

دو اتم یکسان گاز بی اثر را در نظر بگیرید که در فاصله R از یکدیگر قرار دارند " که در مقایسه با اندازه خود اتم ها بزرگ " است . اتم ها در یکدیگر گشتاور دوقطبی القا میکنند که برهمکنش جاذب بین آنها بوجود می آورد . به عنوان مدل فرض کنید یک نیروی فنری (با ثابت فنر C) بین اجزای قطبیده درون هر اتم وجود دارد . هم چنین برهم کنش کولنی بین تمام بار های الکتریکی برقرار است :

$$U = \frac{e^2}{d} \quad (CGS)$$



الف) ابتدا انرژی سیستم را برای قسمت غیر اختلالی (نوسانی) و قسمت برهم کنشی (کولنی) بیان کنید.

ب) نشان دهید انرژی قسمت برهم کنشی در پایین ترین مرتبه متناسب است با $\frac{1}{R^3}$, هم چنین ثابت تناسب صحیح را بدست آورید.

ج) با استفاده از تبدیل های زیر , انرژی کل را به شکلی بنویسید که به انرژی کل سیستم غیر اختلالی شباهت پیدا کند با این تفاوت که بر حسب x, p متقارن و پادمقارن و ثابت های فنری جدید نوشته شده باشد .

$$x_s = \frac{1}{\sqrt{2}} (x_1 + x_2), \quad x_a = \frac{1}{\sqrt{2}} (x_1 - x_2), \quad p_s = \frac{1}{\sqrt{2}} (p_1 + p_2), \quad p_a = \frac{1}{\sqrt{2}} (p_1 - p_2)$$

(راهنمایی : ثابت های فنری جدید $C \pm \frac{2e^2}{R^3}$ هستند.)

د) انرژی نقطه صفر دستگاه برابر $\frac{1}{2}\hbar(\omega_a + \omega_s)$ است که ω فرکانس زاویه ای متناظر با نوسان است. از اختلاف این انرژی با انرژی حالت پایه سیستم غیر اختلالی، پتانسیل برهم کنش را محاسبه کنید و نشان دهید بصورت $\frac{-A}{R^6}$ است. (مقدار $\omega_{s,a}$ را تا اولین مرتبه که حاصل جمع آنها معنی دار باشد بسط دهید)

ه) بدلیل اصل طرد پائولی (و ...)، دو اتم نمیتوانند تا حد دلخواه به هم نزدیک شوند. از آنجا که محاسبه نیروی دافعه بین آنها پیچیده است مدلی را در نظر میگیریم و نهایتاً آن را با تجربه مطابقت میدهیم. یک جمله پتانسیل دافع به شکل $\frac{B}{R^n}$ به پتانسیل برهم کنش بدست آمده اضافه کنید و نهایتاً فاصله R بین اتم ها هنگام تعادل و انرژی پتانسیل کمینه را بر حسب n حساب کنید. (در صورتی که جزئیات محاسبات را انجام بدهید، مجاز هستید از منبع اصلی استفاده کنید):

(Charles Kittel - Introduction to Solid State Physics-Wiley(2004) , chapter 3

2) الف) تابع توزیع سرعت مولکول های یک گاز ایده آل را برحسب اندازه سرعت بدست آورید.

$$(\text{ با توجه به رابطه بولتزمن } f(v) \propto \exp(-\beta E))$$

ب) سرعت بیشینه v_{max} را حساب کنید.

ج) $\langle v \rangle$ و $v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ را برحسب v_{max} بدست آورید.

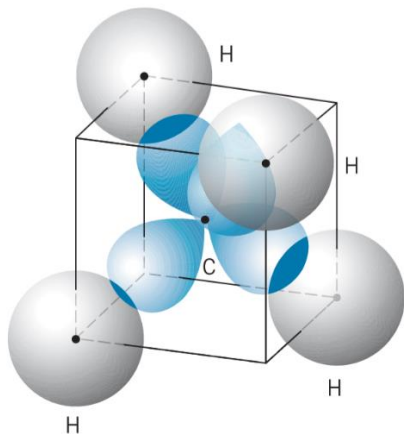
3) بر اساس مدل دمای، انرژی گرمایی یک جامد (مجموعه ای از نوسانگرها بعنوان اتم های شبکه) از رابطه زیر بدست می آید:

$$U = \frac{3V\hbar}{2\pi^2v^3} \int_0^{\omega_D} d\omega \frac{\omega^3}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}$$

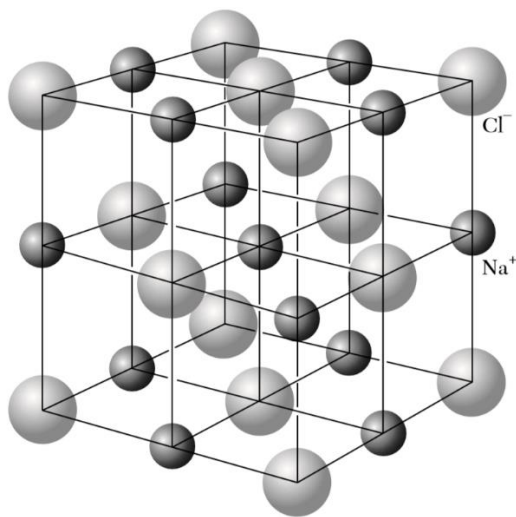
ظرفیت گرمایی را درحد دمای پایین و دمای بالا حساب کنید.

$$\int_0^{\infty} dx \frac{x^3}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}, \quad \frac{\hbar\omega_D}{kT} = \frac{\theta}{T} \quad \theta = \frac{\hbar v}{k} \left(\frac{6\pi^2 N}{V} \right)^{1/3} \quad \text{دمای دمای:}$$

4) نشان دهید زاویه بین پیوند های چهار وجهی اتم کربن 109.47 درجه است.



5) ساختار بلوری سدیم کلرید ، بصورت شبکه مکعبی مرکز سطحی (fcc) است که در شکل زیر مشاهده میکنید . از کنار هم قرار گرفتن اتم ها در صفحات فرضی ، صفحات اتمی تشکیل میشود . فاصله بین صفحات اتمی که بردار نرمال آنها (بردار عمود بر صفحه) ، $n = (1, 1, 1)$ (یا بطور اصولی شاخص $[1\ 1\ 1]$) باشد را برحسب " نزدیکترین فاصله بین اتم های یکسان " a بدست آورید . (راهنمایی : صفحات اتمی را برای اتم های کلر یا سدیم جداگانه در نظر بگیرید)



6) در مورد

الف) آزمایش دوشکاف یانگ برای الکترون ها

ب) بلور شناسی پرتو X و آزمایش براگ

ج) پارادوکس کوانتومی EPR و نامساوی بل

د) دیود های تونلی

تحقیق و نتیجه را گزارش کنید .

به نکات زیر دقت کنید :

حجم گزارش باید در حدود حداقل نیم و حداکثر دو صفحه آچار باشد (مگر برای استثناء) .

مقالات و منابع مورد استفاده را ذکر کنید .

بیشتر ، مفاهیم را گزارش کنید ، و روابط اصلی را بیان کنید .

فقط در توضیح مفاهیم مجاز به مشورت با دوستانتان هستید . گزارش هر شخص باید منحصر به فرد باشد .

حتی الامکان از ذکر بدیهیات بپرهیزید و سعی کنید گزارش منسجمی را بیان کنید .

موفق باشید .