ایجاد همبستگیِ غیر قابل تولید با اعمال موضعی

اعظم مانی

دکتر کریمی پور و دکتر معمارزاده

رئوس مطالب

- همبستگی کوانتومی و اهمیت آن
- ماهیت همبستگی کوانتومی
  - قابل تولید با اعمال موضعی
  - غیر قابل تولید با اعمال موضعی
- کاربردهای همبستگی کوانتومی
- تولید همبستگی کوانتومی غیر موضعی
  - ✓ استفاده از کانال های موضعی همبسته
- مزیت روش پیشنهادی بر سایر روش های موجود

همبستگی کوانتومی

- در همتنیدگی

$$|\Psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

$$\rho_{AB} \neq \sum_{i,j} p_{ij}\rho_i^A \otimes \rho_j^B$$

- فراتر از درهمتنیدگی

$$\rho_{AB} = \sum_{i,j} p_{ij}\rho_i^A \otimes \rho_j^B$$

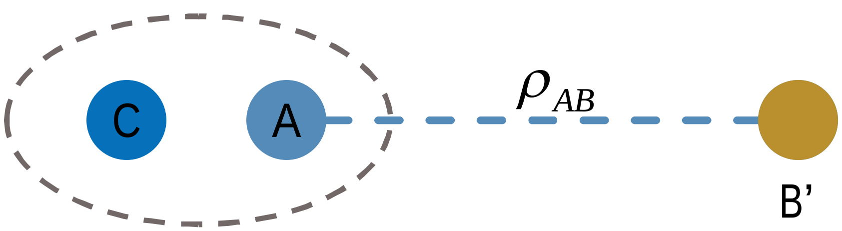
$$\rho_{AB} = p_0|00\rangle\langle 00| + p_1|11\rangle\langle 11|$$

$$\rho_{AB} = p_0|00\rangle\langle 00| + p_1|1+\rangle\langle 1+|$$

کاربرد

- ✓ الگوریتم DQC1
- ✓ انتقال اطلاعات کوانتومی
- ✓ RSP

E. Knill and R. Laflamme, Phys. Rev. Lett. 81, 5672 (1998).

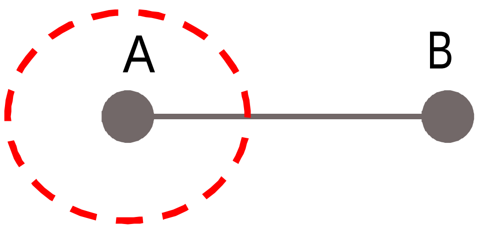


L. Wang, et. all, Quantum Information Processing **12**, 899 (2013).

B. Dakic, et. all, Nat. Phys. **8**, 666 (2012).

معیار

- دیسکورد کوانتومی



D= total correlation – classical correlation

$$D_A = I(A:B) - C_A(A:B)$$

$$\left.\begin{array}{l} I(A:B) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho_{AB}) \\ S(\rho\,||\,\sigma) = tr(\rho \log \rho) - tr(\rho \log \sigma) \end{array}\right\} \quad I(A:B) = S(\rho_{AB}\,||\,\rho_A \otimes \rho_B)$$

$$\rho_{AB} \longrightarrow \sum_i |i\rangle^A\langle i|\rho_{AB}|i\rangle^A\langle i| = \sum_i |i\rangle^A\langle i| \otimes {}^A\langle i|\rho_{AB}|i\rangle^A = \sum_i p_i |i\rangle^A\langle i| \otimes \rho_B^{(i)}$$

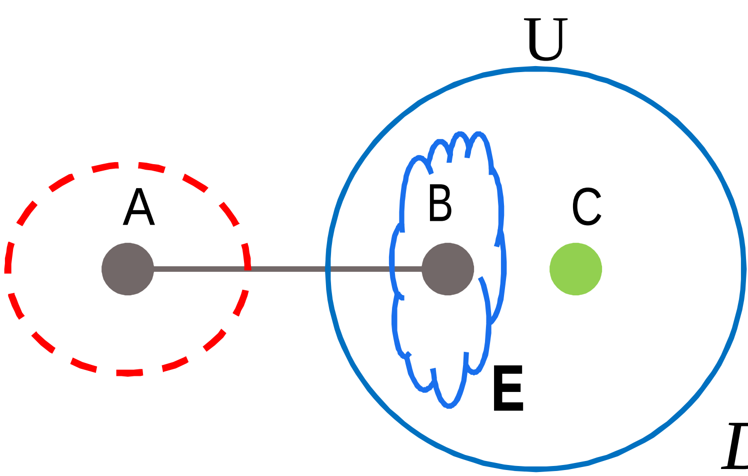
$$I'(A:B) = H(p_i) + S(\rho_B) - \left(H(p_i) - \sum_i p_i S(\rho_B^i) \right)$$

$$C_A(A:B) = \max_{\{\Pi_i^A\}} \left(S(\rho_B) - \sum_i p_i S(\rho_B^{(i)}) \right)$$

دیسکورد هندسی

$$D_G^A(\rho) = \min_{\sigma \in \Omega_A} \| \rho_{AB} - \sigma_{AB} \|^2 \qquad \| X \|^2 = tr(X^T X)$$

- محاسبه راحت
- فرم بسته برای حالت های دو کیوبیتی



- افزایش یافتن تحت اعمال موضعی روی B

$$D_A(AB) = D_A(ABC) = D_A(AU(BC)U^\dagger)$$
$$\leq D_A(A\varepsilon(B))$$

عدم قطعیت موضعی کوانتومی (LQU)

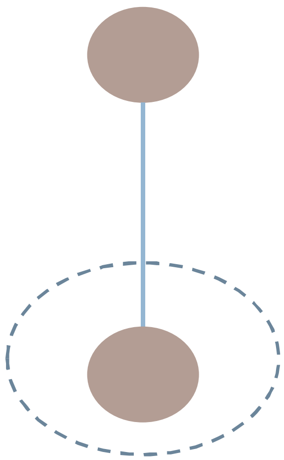
$|00\rangle$ $\qquad \sigma_z \otimes I \qquad \langle 00|(\sigma_z \otimes I)^2|00\rangle - \langle 00|\sigma_z \otimes I|00\rangle^2 = 0$

$|++\rangle$ $\qquad \sigma_x \otimes I \qquad \Delta(\sigma_x \otimes I) = 0$

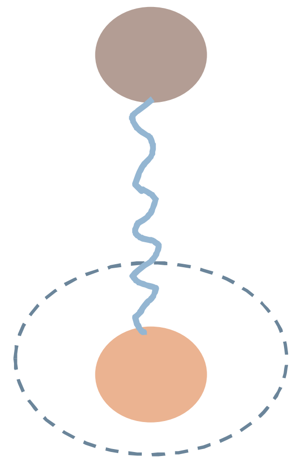
$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ $\qquad \forall O \qquad \Delta(O \otimes I) \neq 0$

$$I(\rho, K) = -\frac{1}{2} Tr\{[\sqrt{\rho}, K]^2\} \qquad U_A(\rho) = \min_{K^A} I(\rho, K^A)$$

تولید موضعی



$$\varepsilon : \begin{cases} |0> & \rightarrow & |0> \\ |1> & \rightarrow & |+> \end{cases}$$

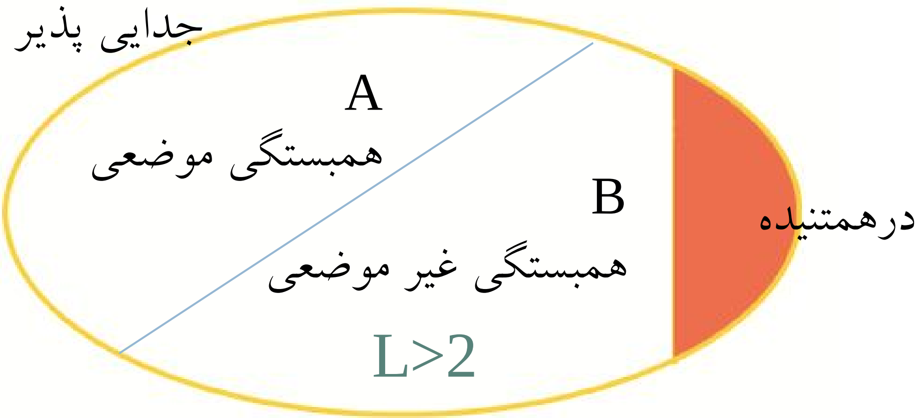


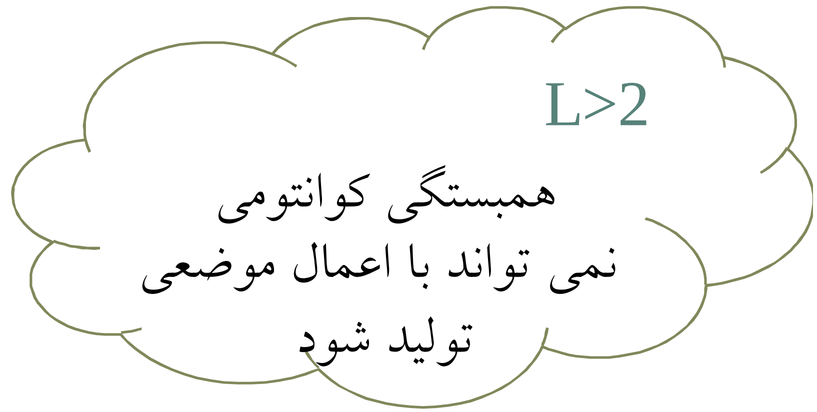
$$\rho_0 = \frac{1}{2}(|00><00| + |11><11|)$$

$$\rho = \frac{1}{2}(|00><00| + |1+><1+|)$$

A. Streltsov, H. Kampermann, and Dagmar Bruss, PRL 107, 170502 (2011)

دیسکورد کوانتومی:
ملاک کافی برای کوانتومی بودن ؟





$$\rho = \frac{1}{2}(|00\rangle\langle 00| + |1+\rangle\langle 1+|)$$

$U = 0.5$

$D = 0.2$

$L = 2$

؟

$D = 0.12$

$U = 0.089$

$L = 4$

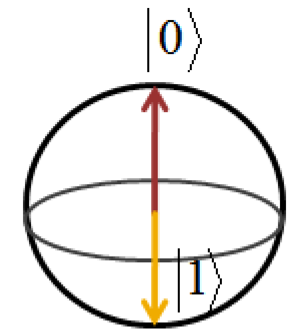
$$W = \frac{1-z}{4} I + z|\Psi^-\rangle\langle\Psi^-| \qquad z = \frac{1}{3}$$

ماتریس همبستگی

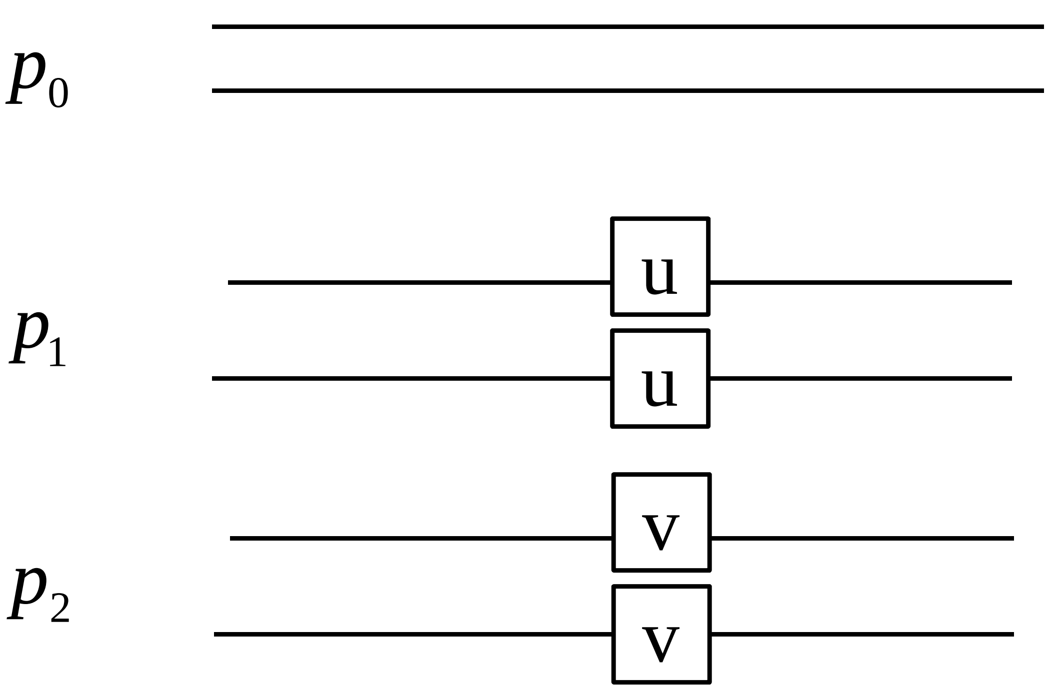
$$\rho = \sum_{i,j=0}^{3} t_{ij}\sigma_i \otimes \sigma_j \qquad L = Rank(T)$$

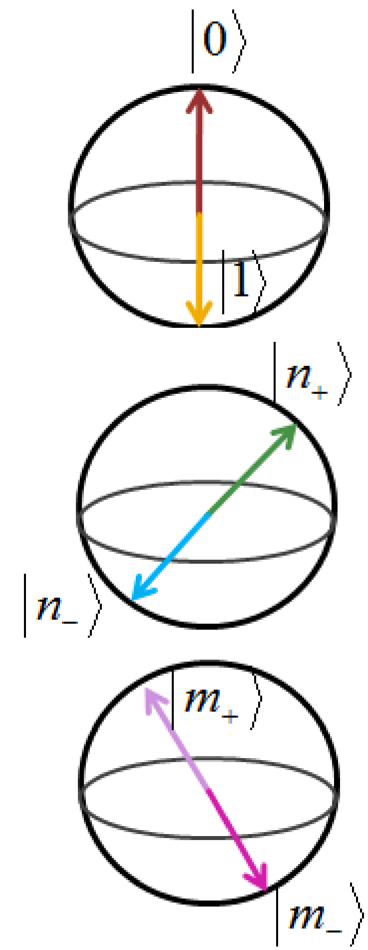
M. Gessner, E.-M. Laine, H.-P. Breuer and J. Piilo, Phys. Rev. A 85, 052122 (2012)

تولید همبستگی غیرموضعی

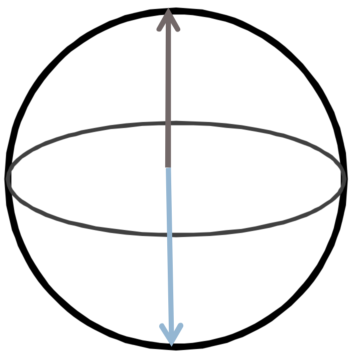


$$\rho = \frac{1}{2}(|00><00| + |11><11|)$$

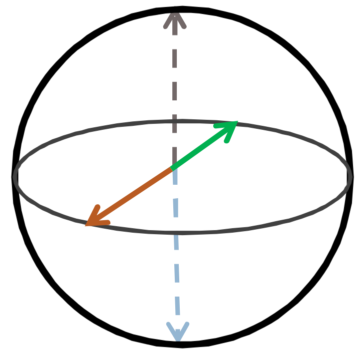




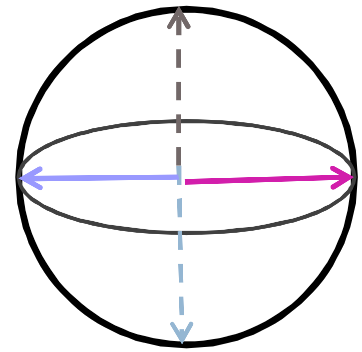
تولید همبستگی غیرموضعی



$$\rho=\frac{1}{2}(|00\rangle\langle 00|+|11\rangle\langle 11|)$$



$$u:\begin{cases}|0\rangle \rightarrow |x+\rangle \\ |1\rangle \rightarrow |x-\rangle\end{cases}$$



$$v:\begin{cases}|0\rangle \rightarrow |y+\rangle \\ |1\rangle \rightarrow |y-\rangle\end{cases}$$

$$\varepsilon(\rho)=\frac{1}{4}(I\otimes I+p_0\sigma_3\otimes\sigma_3+p_1\sigma_1\otimes\sigma_1+p_2\sigma_2\otimes\sigma_2)$$

چه مجموعه ای از حالت ها؟

$$\rho = \frac{1}{2}(|00><00| + |11><11|)$$

$$\frac{1}{4}(I \otimes I + t_i \sigma_i \otimes \sigma_i)$$

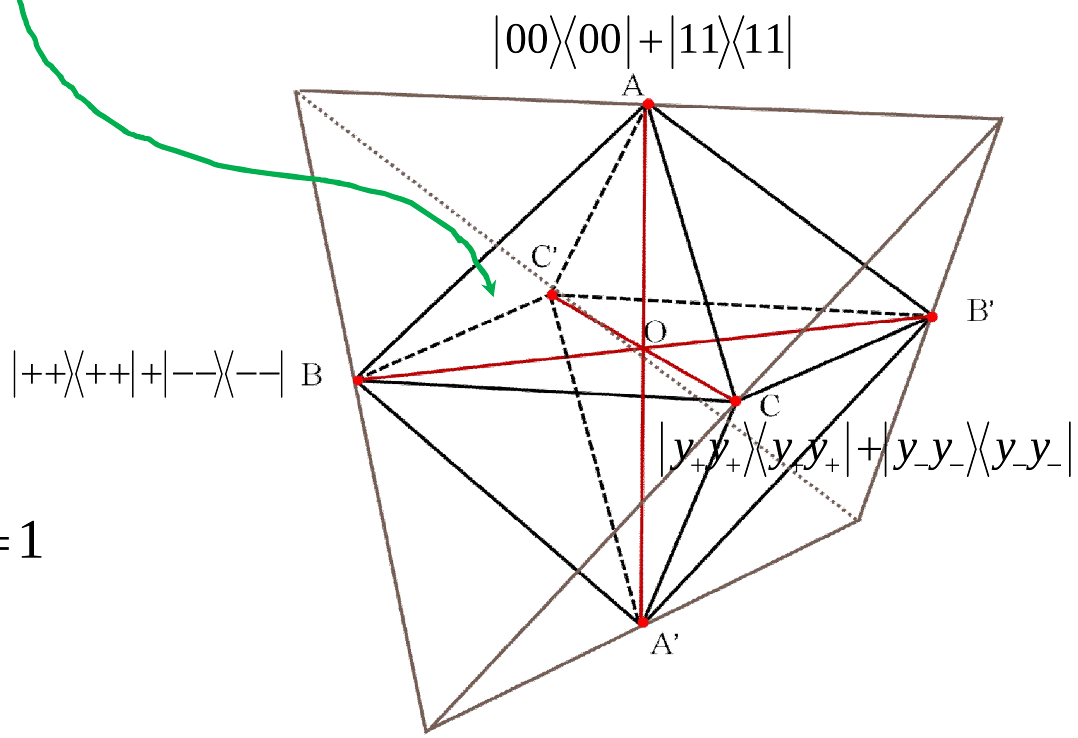
$$\varepsilon(\rho) = (U_1 \otimes U_2)\frac{1}{4}(I \otimes I + t_i \sigma_i \otimes \sigma_i)(U_1^\dagger \otimes U_2^\dagger)$$

p_0 $\quad I \otimes I$

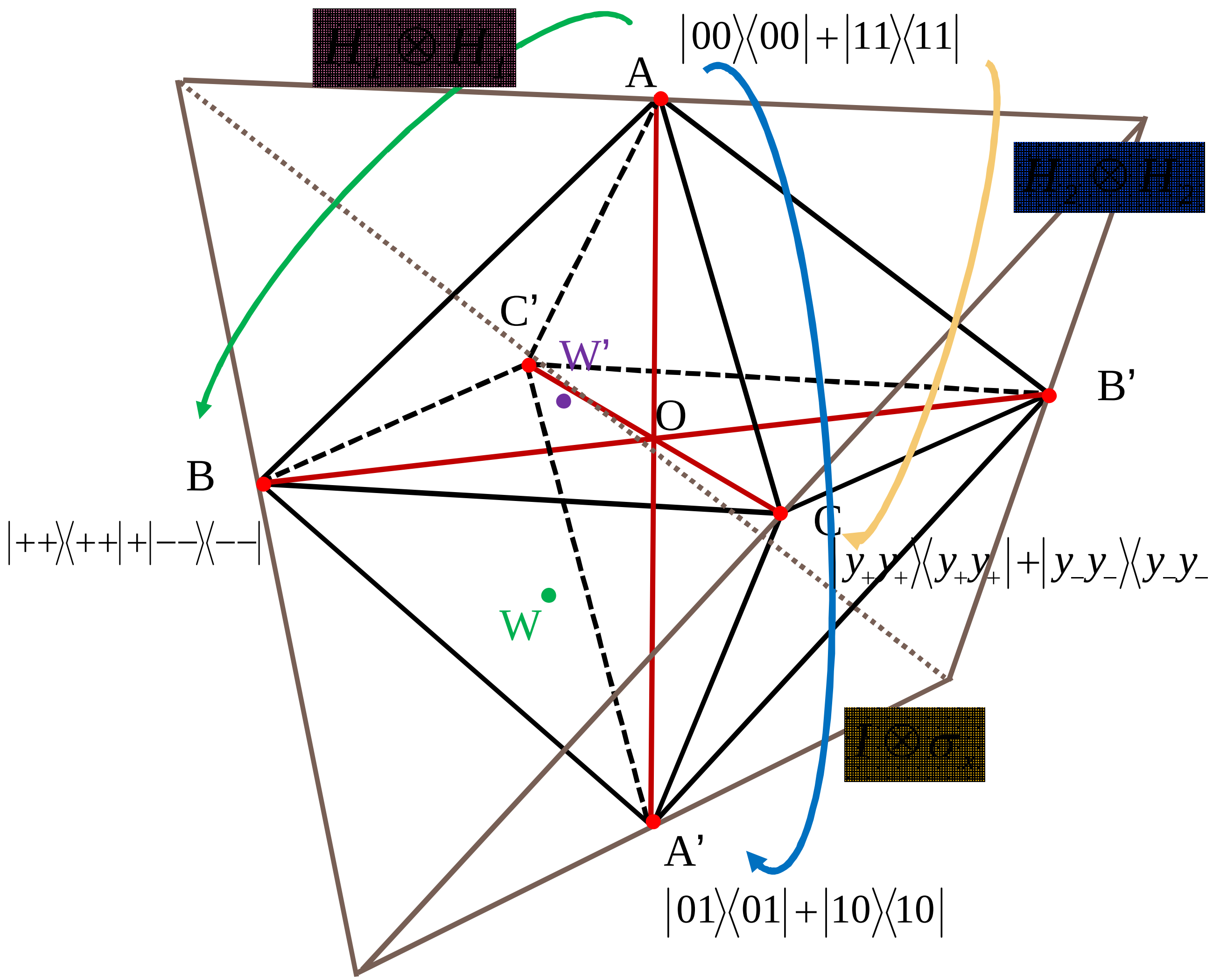
p_1 $\quad u \otimes u$

p_2 $\quad v \otimes v$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 1$$



تولید تمام حالت های دوکیوبیتی جدایی پذیر



روش دیگر

$$\rho=\frac{1}{2}(|00><00|+|11><11|)$$

$$E(\rho)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} K_{\vec{n}}(\theta)\quad \rho \quad K_{\vec{n}}^{\dagger}(\theta)\quad d\theta$$

$$K_{\vec{n}}(\theta)=R_{\vec{n}}(\theta)\otimes R_{\vec{n}}(\theta)$$

$$k_1=\frac{1}{\sqrt{2}}(-I\otimes I+\vec{n}.\vec{\sigma}\otimes\vec{n}.\vec{\sigma})$$

$$R_{\vec{n}}(\theta)=e^{-i\theta\vec{n}.\vec{\sigma}/2}$$

$$k_2=\frac{1}{\sqrt{2}}(I\otimes I+\vec{n}.\vec{\sigma}\otimes\vec{n}.\vec{\sigma})$$

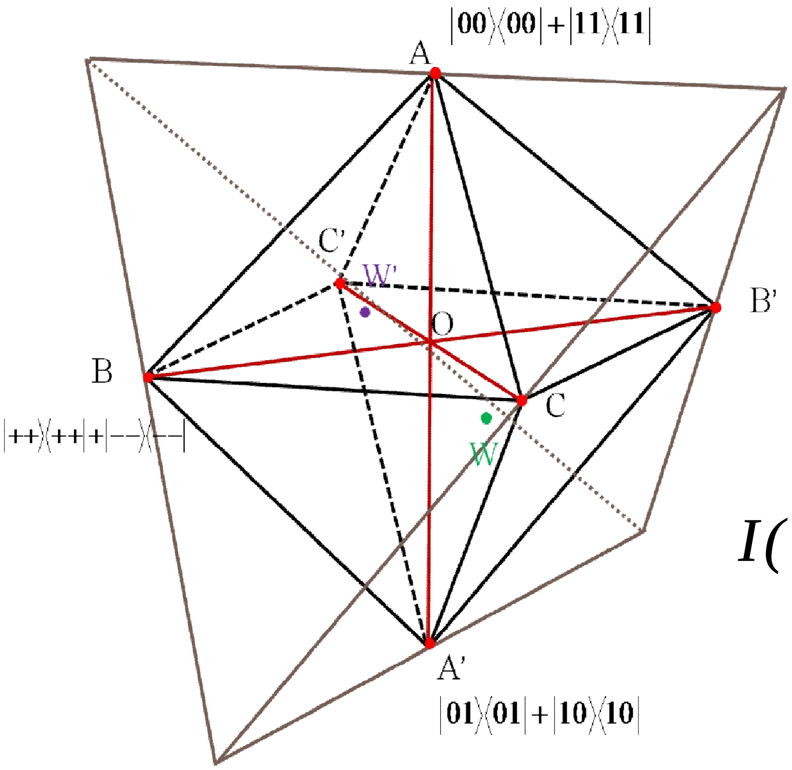
$$k_3=\frac{1}{\sqrt{2}}(-I\otimes\vec{n}.\vec{\sigma}+\vec{n}.\vec{\sigma}\otimes I)$$

B. P. Lanyon and et. all, Phys. Rev. Lett. 111, 100504 (2013).

مزیت روش ما

- تولید حالت هایی از تمام رنگ ها با به کار بردن گیت های تک کیوبیتی و مبادله کلاسیکی اطلاعات
- تعداد محدودی عملگر کراوس
- یکانی بودن عملگرهای کراوس

تفاوت حالت ها



$$W=\frac{1}{4}(I\otimes I-\frac{1}{3}\sigma_i\otimes\sigma_i)$$

$$\frac{1}{6}(\ |01\rangle\langle 01|+|10\rangle\langle 10|+ \\ |+-\rangle\langle +-|+|-+\rangle\langle -+|+ \\ |y_+y_-\rangle\langle y_+y_-|+|y_-y_+\rangle\langle y_-y_+|)$$

$$I(W,\sigma.\hat{n})=-\frac{1}{2}Tr\{[\sqrt{W},\sigma.\hat{n}]^2\}=\frac{1}{3}\left(2-\sqrt{3}\right)$$

$$W'=\frac{1}{4}(I\otimes I+\frac{1}{3}\sigma_i\otimes\sigma_i)$$

$$\frac{1}{6}(\ |00\rangle\langle 00|+|11\rangle\langle 11|+ \\ |++\rangle\langle ++|+|--\rangle\langle --|+ \\ |y_+y_+\rangle\langle y_+y_+|+|y_-y_-\rangle\langle y_-y_-|)$$

$$I(W',\sigma.\hat{n})=-\frac{1}{2}Tr\{[\sqrt{W'},\sigma.\hat{n}]^2\}$$ [redacted]