تبدیلِ درهمِ سیمی مقید به درهمِ سیمیِ آزاد به‌وسیله‌ی

اندازه‌گیریِ صفحه

سیما بابک‌زاده

۲ مهر ۱۳۹۲

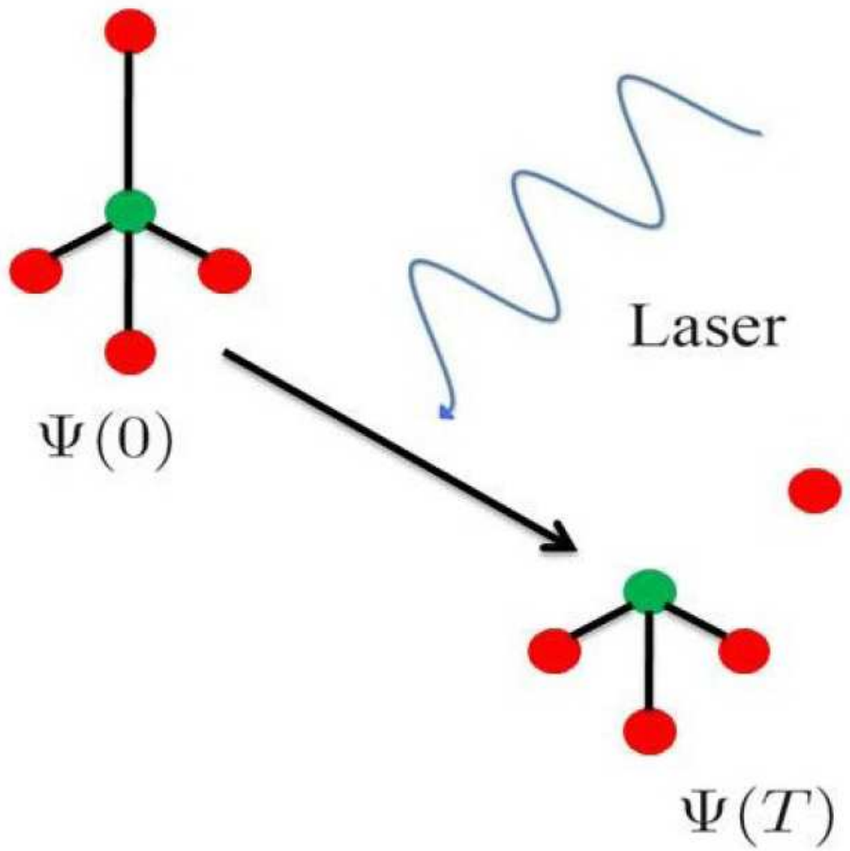
مختصری از آنچه ارائه می‌شود:

- چرا اندازه‌گیری؟
- معرفی روش‌های تبدیل درهم‌پیچیده به درهم‌تنیدگی
- ارزیابی استفاده از اندازه‌گیری ضعیف
- به دست آوردن یک حد پایین برای هزینه‌ی این روش‌ها

* خاصیت‌های سیستم‌های کوانتومی برای انجام سریعتر محاسبات و پردازش اطلاعات کوانتومی:

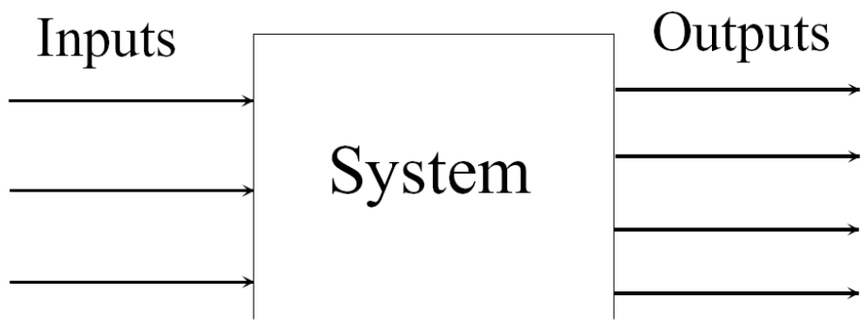
درهم‌نهش و درهم‌تنیدگی کوانتومی

* کنترل سیستم‌های کوانتومی برای

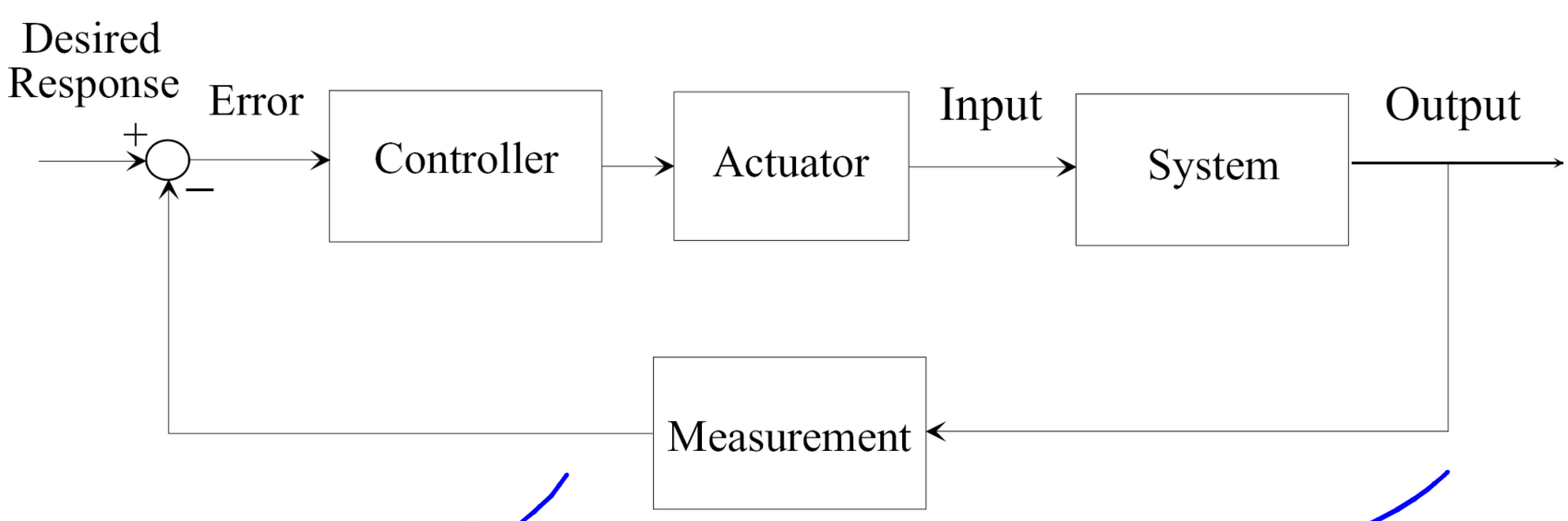


- ماده‌سازی یک حالت خاص
- ایجاد یک گیت دل‌خواه : U

کنترل حلقه باز (open loop)



کنترل حلقه بسته (closed loop)

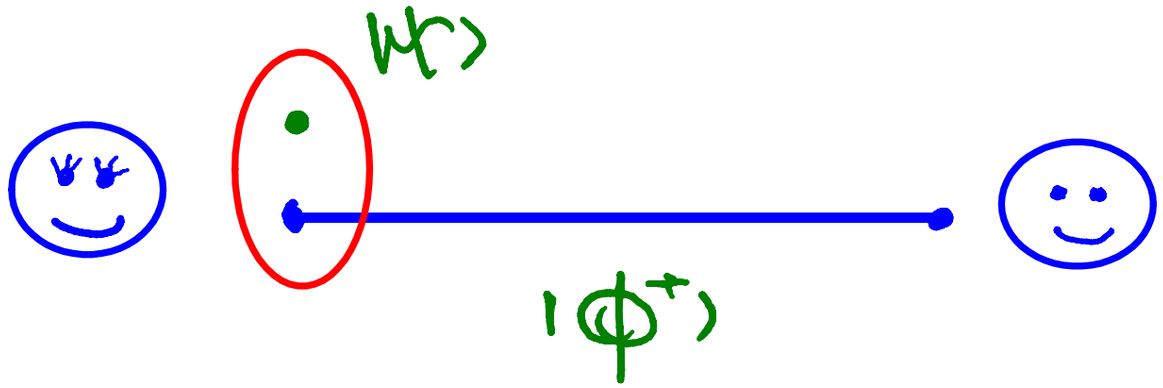


★ اندازه گیری باعث خراب شدن سیستم کنترلی می شود.

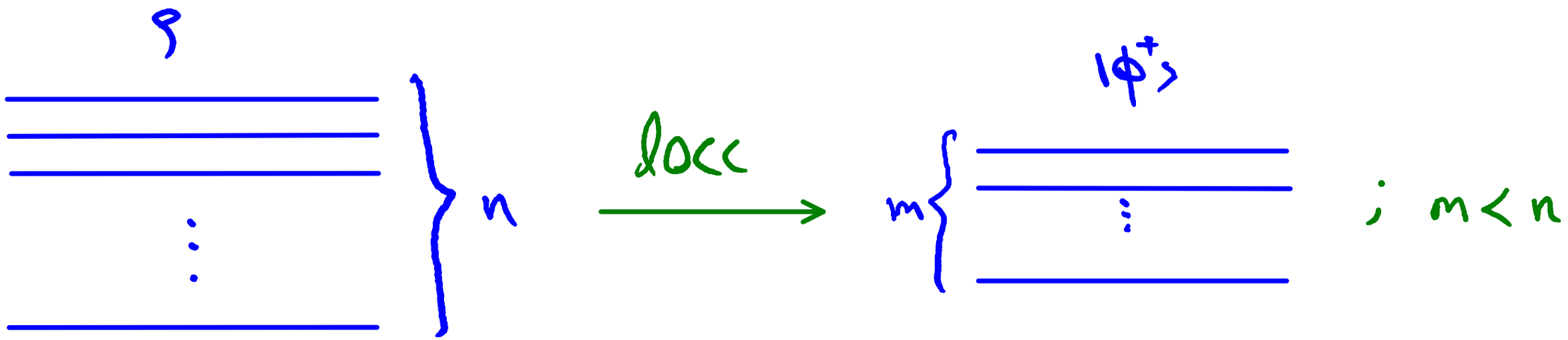
★ ایا می توان به جای فرض اشتراک به اندازه گیری ، آزمون های آماری ساده ای پیشنهاد کرد؟

احتمالا داریم به اندازه گیری ای که تمدن اسیب رله جاذبه ادلیه نزنه ، یا اینکه به بیان بهتر بیشتر تناقضای ما، نیازمند اطلاعاتی که از سیستم استخراج میکنه، قابل تنظیم باشد .

$$\mathcal{E}_\zeta(X) = (1-\zeta)\mathcal{E}_{\text{strong}}(X) + \zeta X$$



تقطیر (Distillation)



* اما برخی از حالت های درهم تنیده هستند که قابل تقطیر نیستند.

حالت های درهم تنیده ی مقید : bound entangled states

* در صورتی که برای ساخت رمز کوانتومی حالت ها باید در هم تنیدگی حضور کرد.

" من تردارم ثابت کردم که شرط لازم برای این که یک حالت تفکیک پذیر باشد

این است که ماتریس " ترانهاده ی جزئی " آن مثبت باشد . "

$$\varrho^{T_B}_{ij,kl} = \varrho_{il,kj}$$

$$\mathcal{N} = (\|\varrho^{T_B}\|_1 - 1)/(d-1)$$

نمونه‌ای از یک حالت "کوانتم ـ کوانتم" با درهم تنیدگی متقید

$$\rho = \frac{1}{4}\left(\mathbb{1} - \sum_{i=0}^{4} |\psi_i\rangle\langle\psi_i|\right)$$

$$|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,|0\rangle\,(|0\rangle - |1\rangle)\,,$$

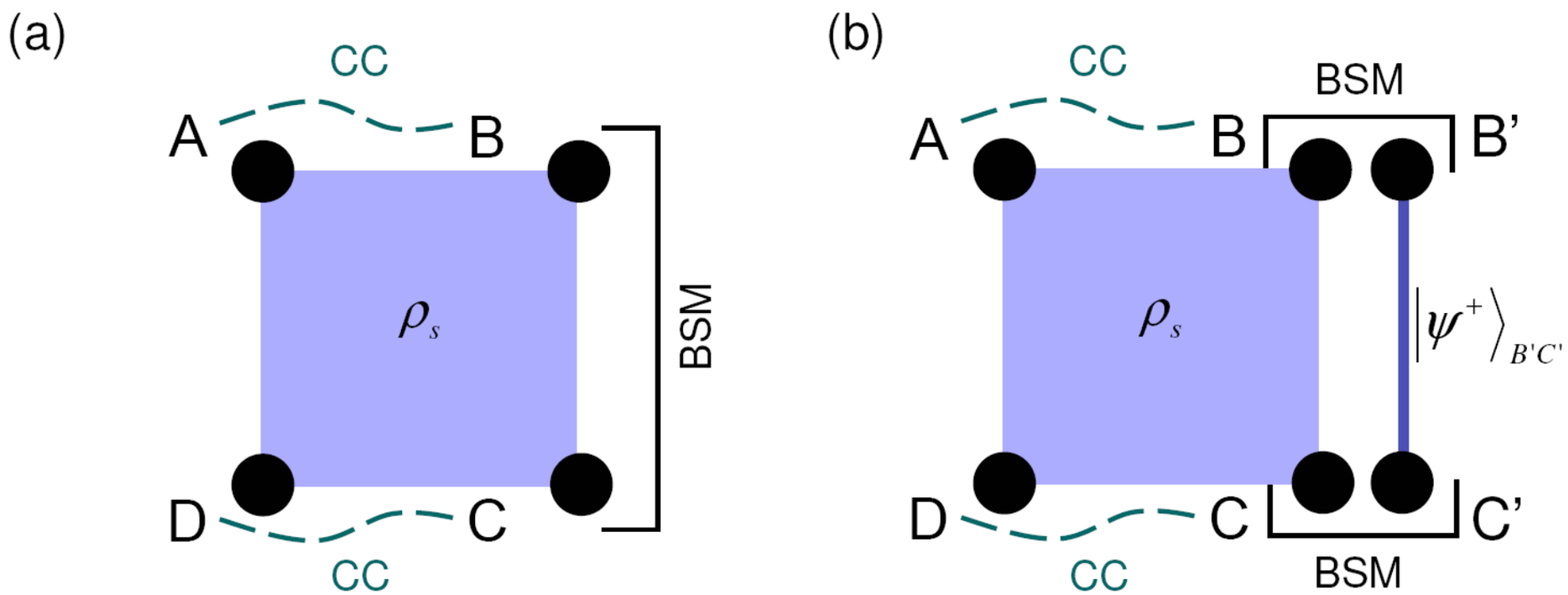
$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,|2\rangle\,(|1\rangle - |2\rangle)\,,$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|0\rangle - |1\rangle)\,|2\rangle\,,$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|1\rangle - |2\rangle)\,|0\rangle\,,$$

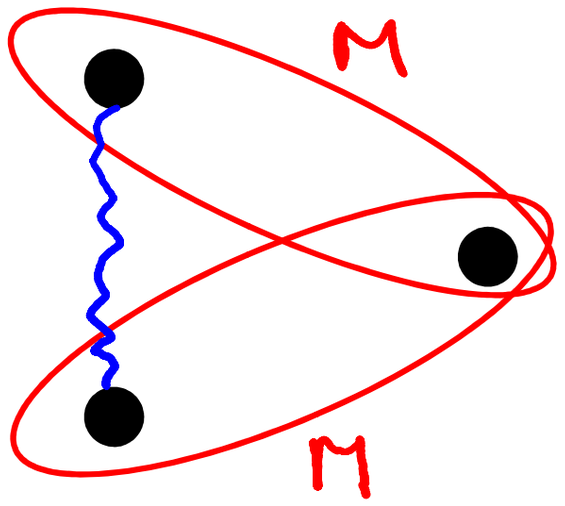
$$|\psi_4\rangle = \tfrac{1}{3}\,(|0\rangle + |1\rangle + |2\rangle)\,(|0\rangle + |1\rangle + |2\rangle)\,.$$

هدف : تبدیل درهم تنیدگی معیّد به آزاد با استفاده از کمترین منبع :



روشِ ما :

حالتِ دلخواه : C



: حالتِ درهم‌تنیده‌ی سه‌تایی

مزیت‌ها :

۱ـ عدمِ نیاز به آماده کردنِ حالتِ درهم‌تنیده‌ی اولیه

۲ـ اندازه‌گیری‌هایی که تحولِ غیرشیمیِ کمتری نسبت به اندازه‌گیری دارند.

۳ـ هیچ عملِ یکانی‌ای در این روش به کار نرفته است.

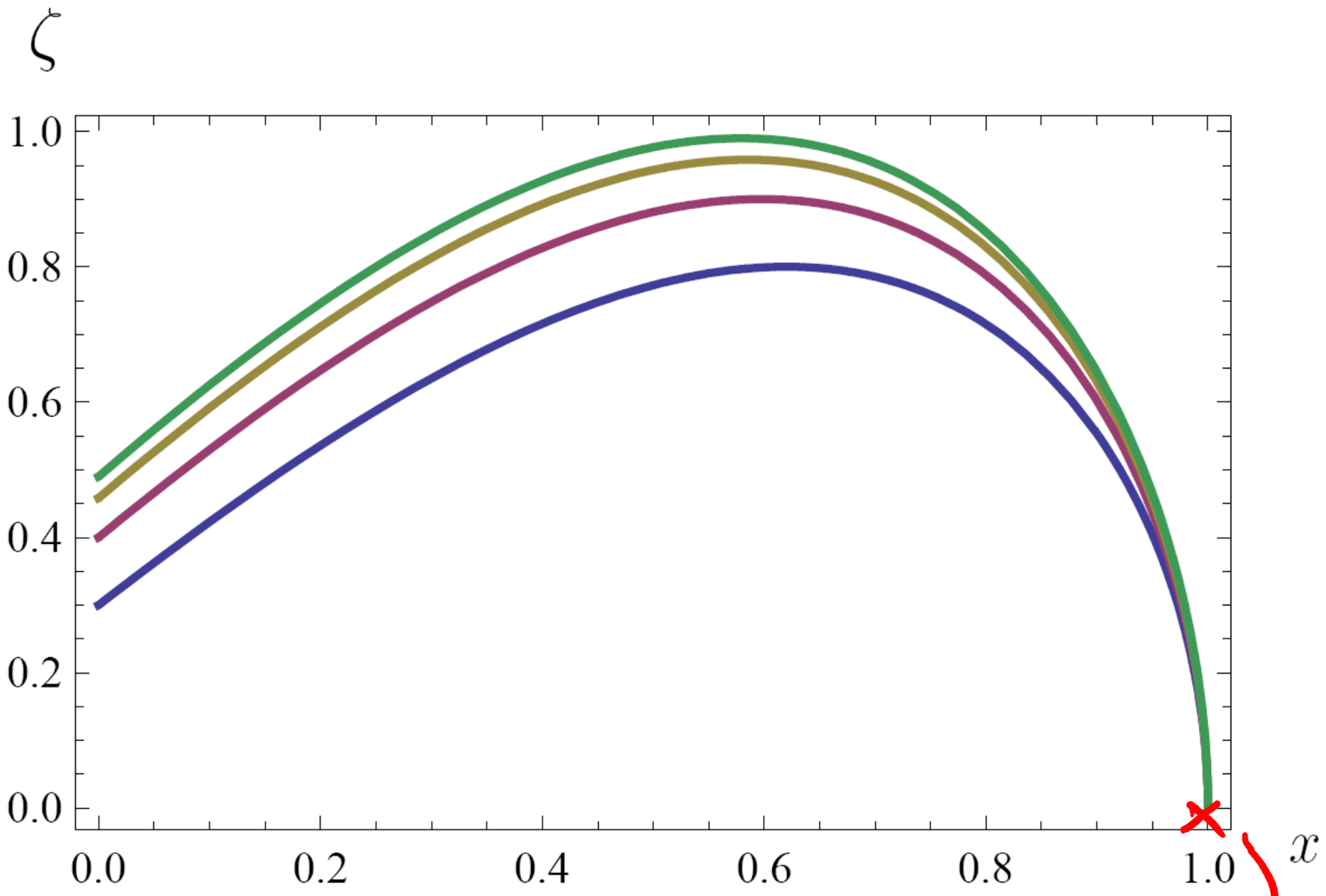
عمل گرهای اندازه‌گیری

$$\begin{cases} M_1 = \varepsilon_1 P_1 + \varepsilon_2 P_2 + \varepsilon_3 P_3 \\ M_2 = \varepsilon_2 P_1 + \varepsilon_3 P_2 + \varepsilon_1 P_3 \\ M_3 = \varepsilon_3 P_1 + \varepsilon_1 P_2 + \varepsilon_2 P_3 \end{cases} ; \quad \sum_{l=1}^{3} \varepsilon_l^2 = 1$$

$$\begin{cases} P_1 \equiv \mathbb{1}_{3\times 2} - |\phi\rangle\langle\phi| - |\psi\rangle\langle\psi| \\ P_2 \equiv |\phi\rangle\langle\phi| \ , \ P_3 \equiv |\psi\rangle\langle\psi| \end{cases} ;$$

$$|\phi\rangle = \alpha|00'\rangle + \sqrt{1-\alpha^2}|11'\rangle$$
$$|\psi\rangle = \sqrt{1-\alpha^2}|00'\rangle - \alpha|11'\rangle$$

★ $\varepsilon_1 = x \ , \ \varepsilon_2 = \sqrt{\beta(1-x^2)} \ , \ \varepsilon_3 = \sqrt{(1-\beta)(1-x^2)}$



$\beta = 2/10$

$\beta = 3/10$

$\beta = 1/10$

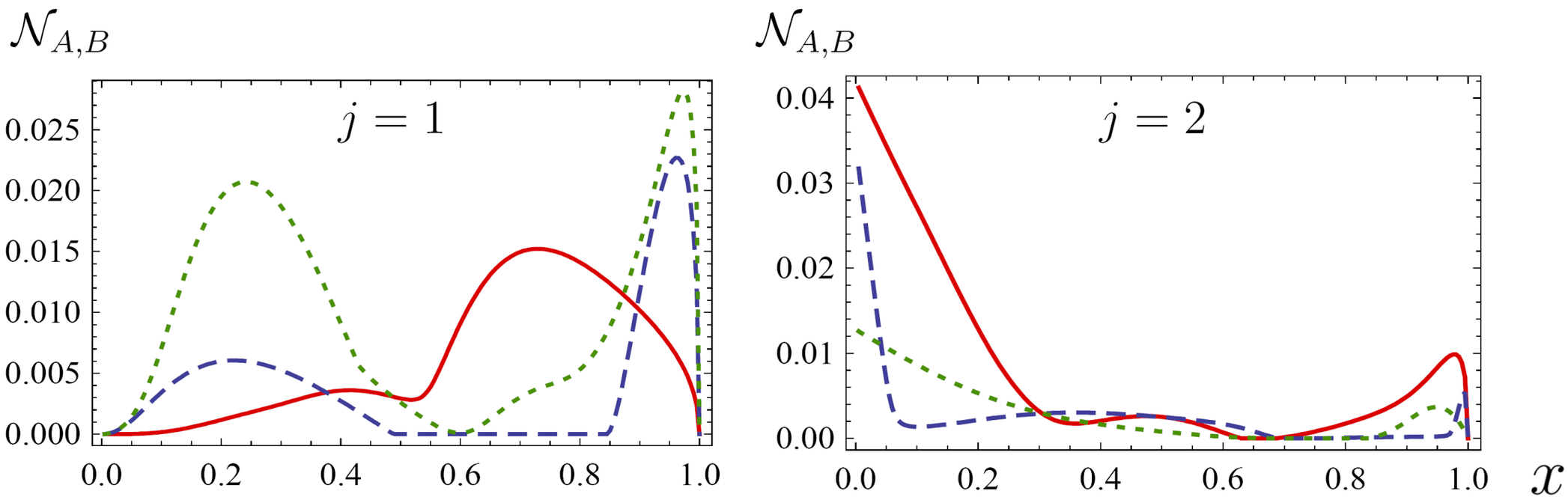
$\beta = 1/10$

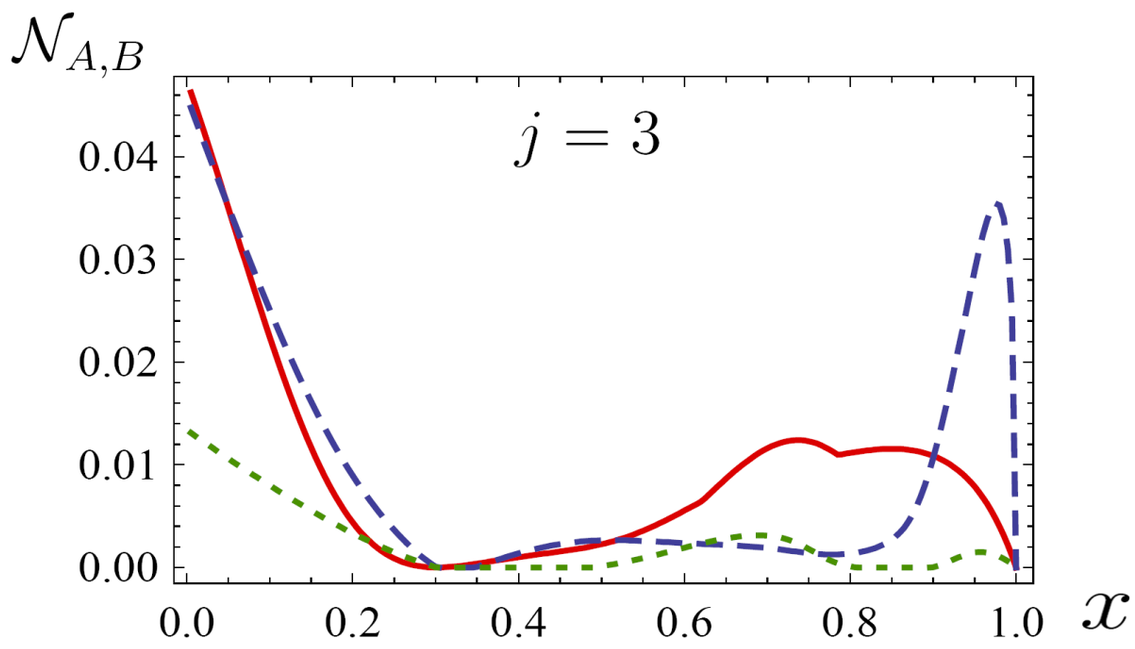
اندازه گیری کنید

$$\zeta = \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_3$$

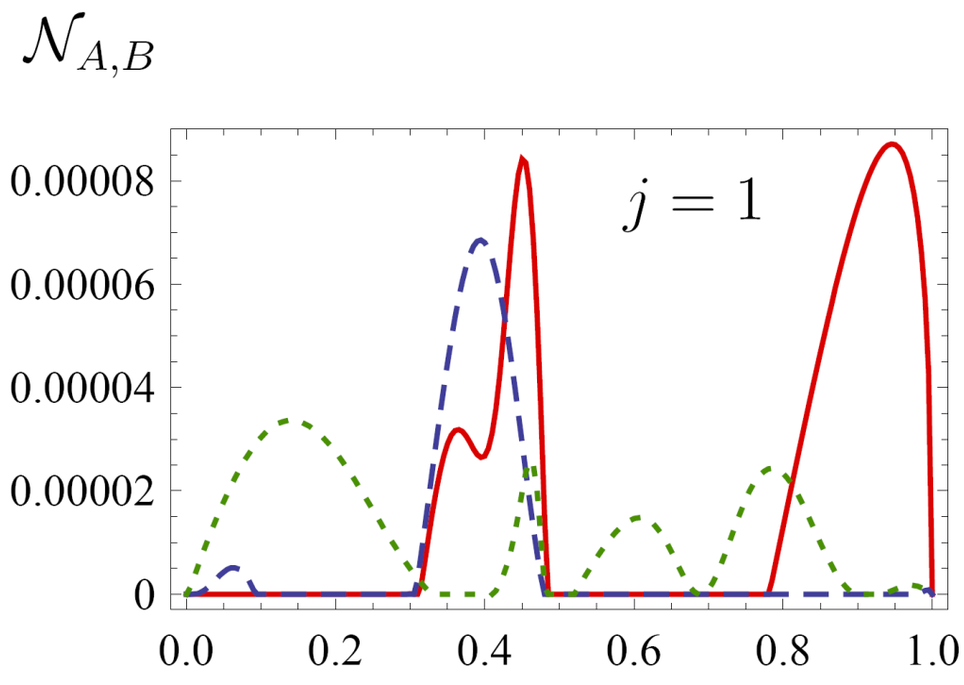
$$\varrho_{ij}^{ABC} = \frac{M_j^{AC} M_i^{BC} \left(\chi^{AB} \otimes \varrho^C\right) M_i^{BC} M_j^{AC}}{\mathrm{Tr}\left[M_j^{AC} M_i^{BC} \left(\chi^{AB} \otimes \varrho^C\right) M_i^{BC} M_j^{AC}\right]}$$

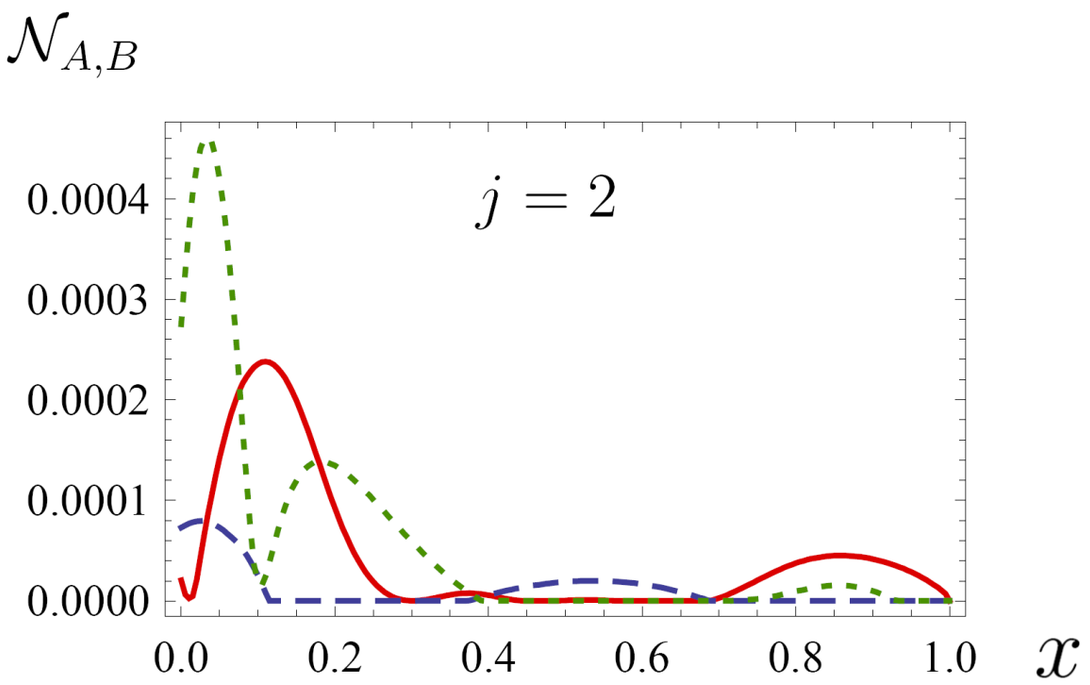
: $\alpha = 1/\sqrt{2}$

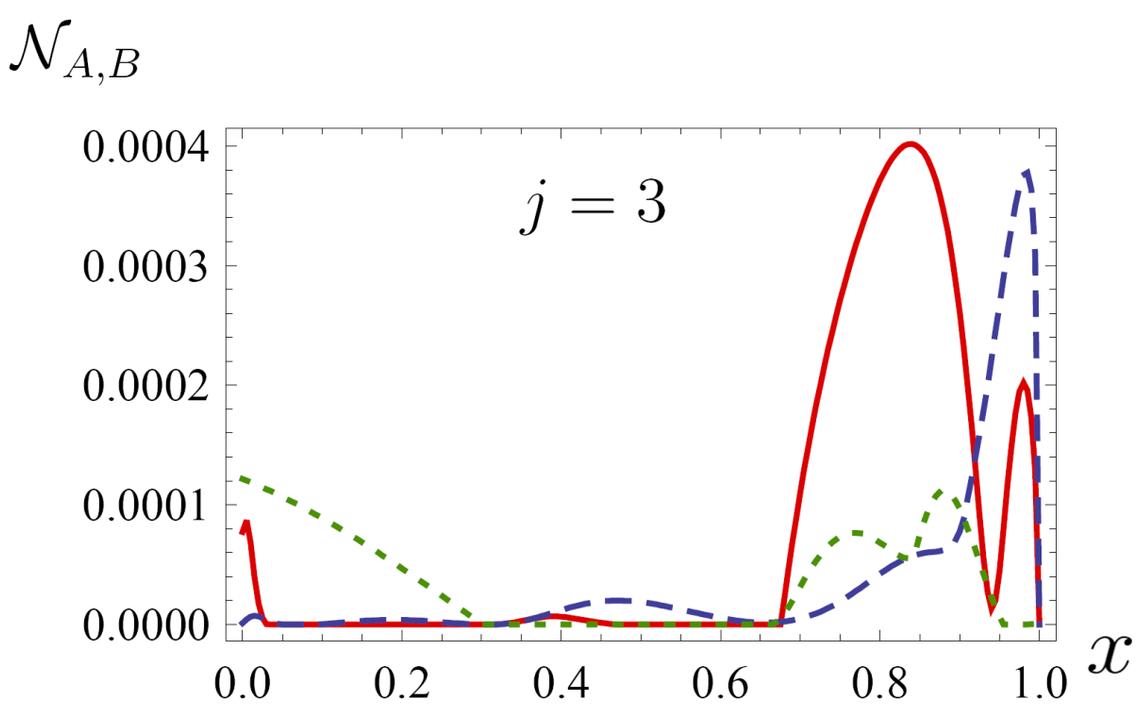




: $\alpha = 1/100$


$\mathcal{N}_{A,B}$
$j = 1$
0.00008
0.00006
0.00004
0.00002
0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0


$\mathcal{N}_{A,B}$
$j = 2$
0.0004
0.0003
0.0002
0.0001
0.0000
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
x

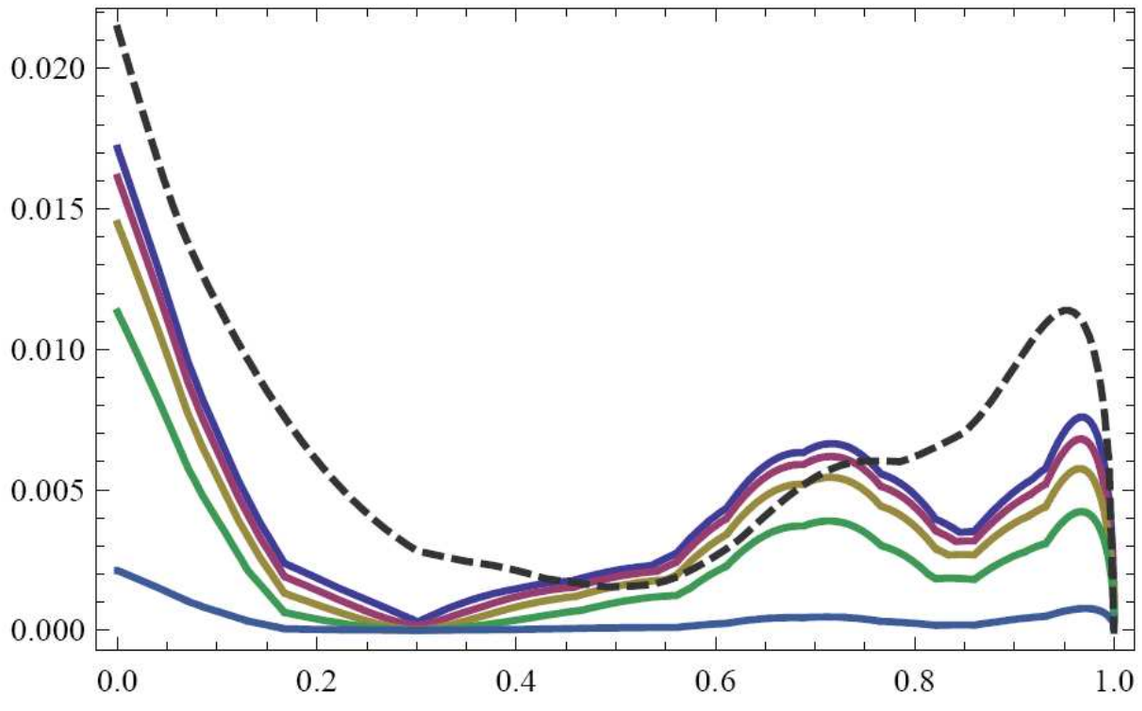

$\mathcal{N}_{A,B}$
$j = 3$
0.0004
0.0003
0.0002
0.0001
0.0000
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
x

یک حد بالا برای هزینه‌ی تصحیح:

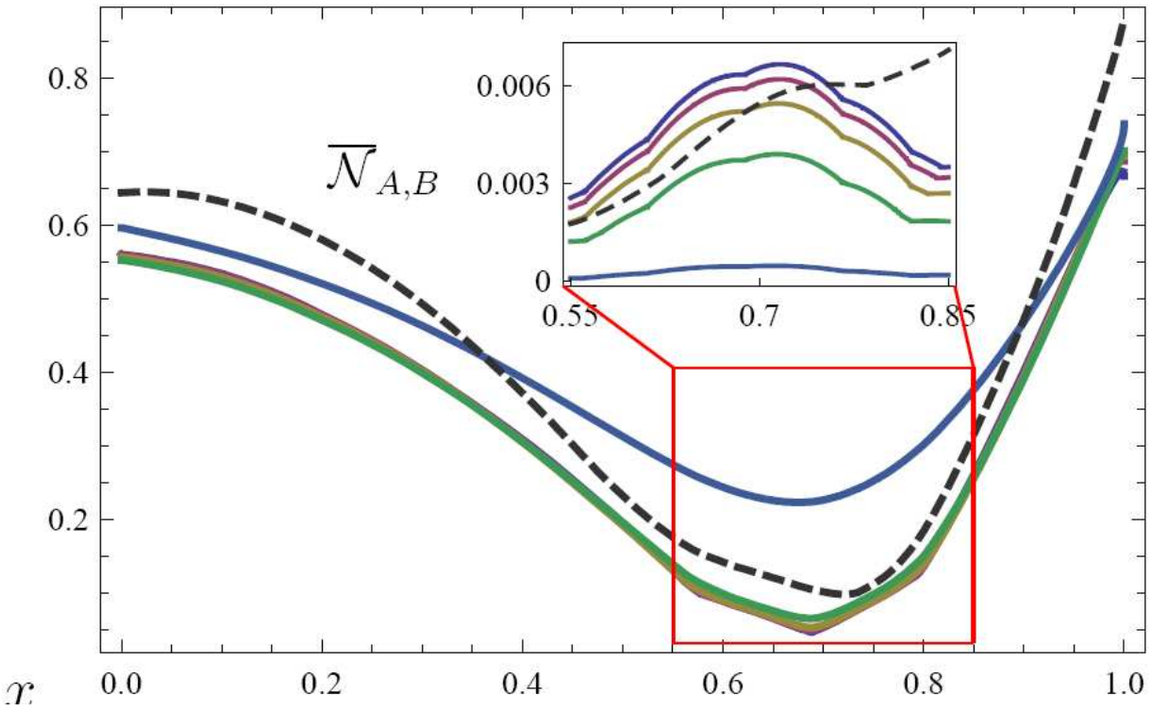
$$M_{\text{cost}} = \sum_{j=1}^{3} \left[p_{B,C}(j) \mathcal{N}_{B,C}(j) + \sum_{k=1}^{3} p_{A,C}(j,k) \mathcal{N}_{A,C}(j,k) \right]$$

$$E_{\text{cost}} \equiv M_{\text{cost}} - \overline{\mathcal{N}}_{A,B}$$

$\overline{\mathcal{N}}_{A,B}$



E_{cost}



خنده کلنته :

- ✓ وجود درهم تنیدگی های دیگری که در حماسه ی هرسنه دیده نمی شود ...
- ✓ امکان استفاده از "کمدیت" به جای "تراژیت"
- ✓ امکان تعمیم این روش به جلسه های دیگر dnd و جلسه های خندان

مرجع ها:

(۱) R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, and K. Horodecki, Rev. Mod. Phys. **81**, 865 (2009).

(۲) C. H. Bennett, D. P. DiVincenzo, T. Mor, P. W. Shor, J. A. Smolin, and B. M. Terhal, Phys. Rev. Lett. **109**, 5385 (1999).

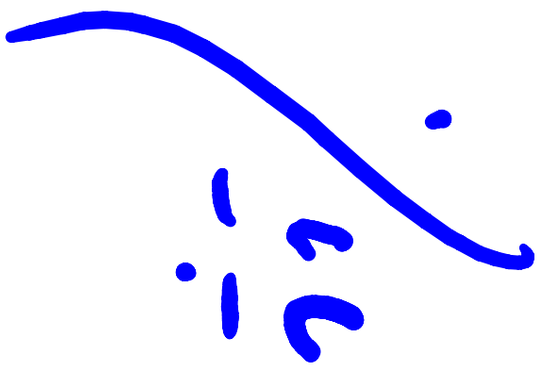
(۳) J. A. Smolin, Phys. Rev. A **63**, 032306 (2001).

(۴) F. Kaneda, R. Shimizu, S. Ishizaka, Y. Mitsumori, H. Kosaka, and K. Edamatsu, Phys. Rev. Lett. **109**, 040501 (2012).

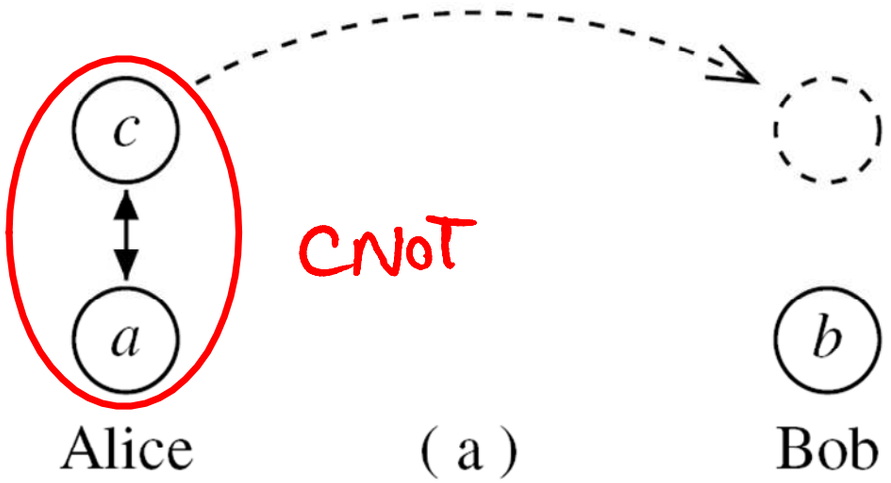
(۵) G. Vidal and R. F. Werner, Phys. Rev. A **65**, 032314 (2002).

(۶) O. Oreshkov and T. A. Brun, Phys. Rev. Lett. **95**, 110409 (2005).

(۷) S. Bandyopadhyay, G. Brassard, S. Kimmel, and W. K. Wootters, Phys. Rev. A **80**, 012313 (2009).

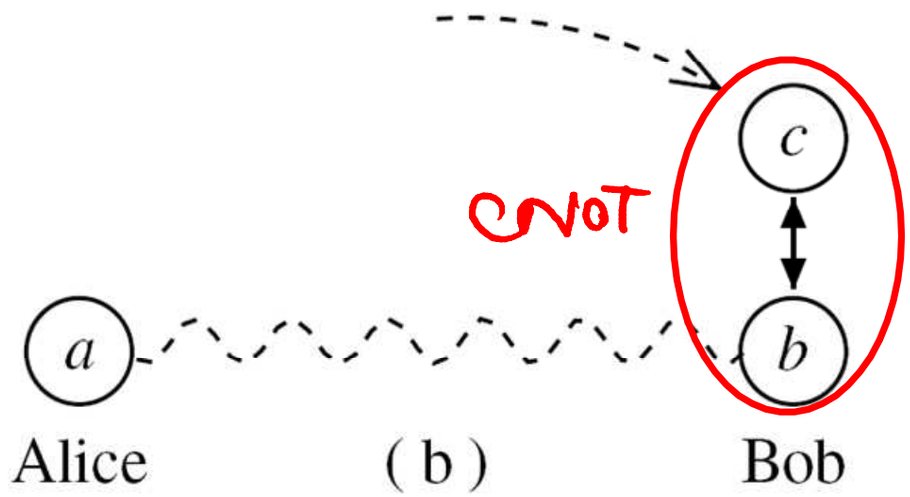


$$\rho_{abc} = \frac{1}{6}\sum_{k=0}^{3} |\Psi_k, \Psi_{-k}, 0\rangle\langle\Psi_k, \Psi_{-k}, 0| + \sum_{i=0}^{1}\frac{1}{6}|i, i, 1\rangle\langle i, i, 1|$$



$$\sigma_{abc} = \frac{1}{3}|\Psi_{GHZ}\rangle\langle\Psi_{GHZ}| + \sum_{i,j,k=0}^{1}\beta_{ijk}\Pi_{ijk}$$

$E_{a|bc} \neq 0$



$$\tau_{abc} = \frac{1}{3}|\phi^+\rangle_{ab}\langle\phi^+| \otimes |0\rangle_c\langle 0| + \frac{2}{3}\mathbb{1}_{ab} \otimes |1\rangle_c\langle 1|$$

$$\begin{cases} E_{a|bc} \neq 0 \\ E_{b|ac} \neq 0 \end{cases}$$