ولگشتهای کوانتومی: آشنایی با مفاهیم و ساختار ریاضی

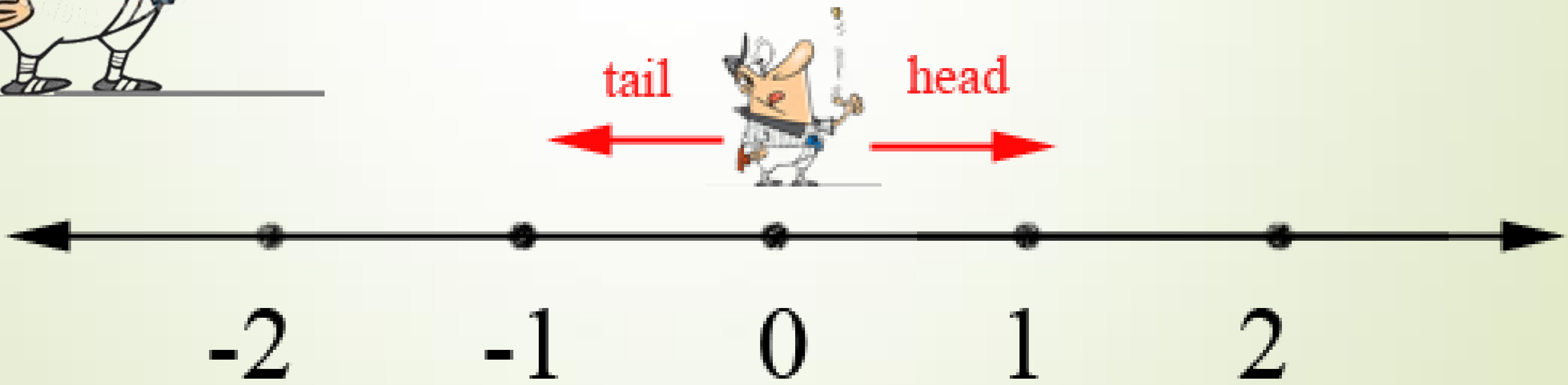
مصطفی عنابستانی، دانشگاه صنعتی شاهرود

مهرماه ۹۹

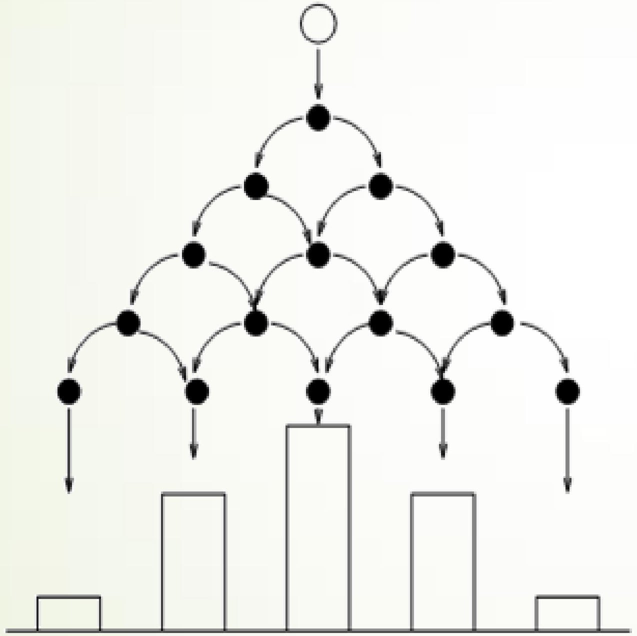
کلاسیک:

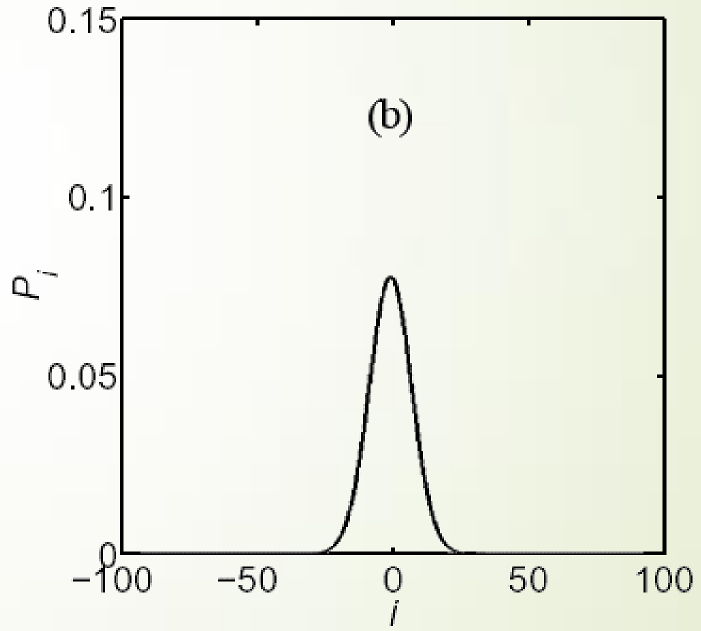
- حرکت بوسیله یک متغیر تصادفی مشخص می شود.
- ساده ترین شکل آن حرکت در یک بعد است

$$\frac{5!}{2!\,3!} = 10 \quad \rightarrow \quad p = \frac{10}{32}$$

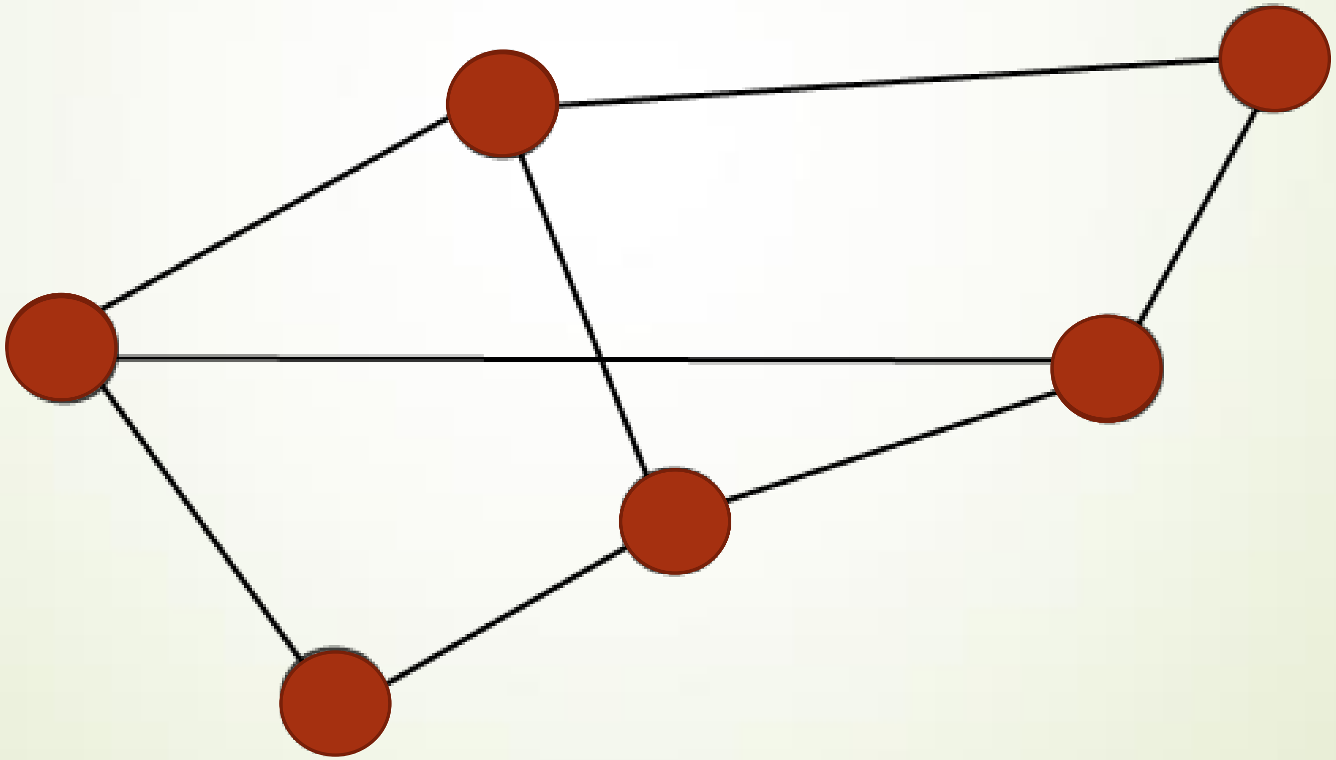


- سکه متوازن





- بصورت کلی تر می توان حرکت را روی گراف در نظر گرفت
  - حرکت از یک راس گرافت شروع می شود
  - یکی از راسهای همسایه بصورت تصادفی انتخاب می شوند
  - این پروسه تا پایان حرکت بصورت پیاپی تکرار می شود



- ولگشت عادی (Natural Random walk)

دریک گراف دوطرف G=(E,V) با |n=|V، وگشت عادی یک پروسه تصادفی است که در آن، پروسه از یک راس شروع می شود و در گام بعد یکی از همسایگان آن با احتمال برابر انتخاب می شوند

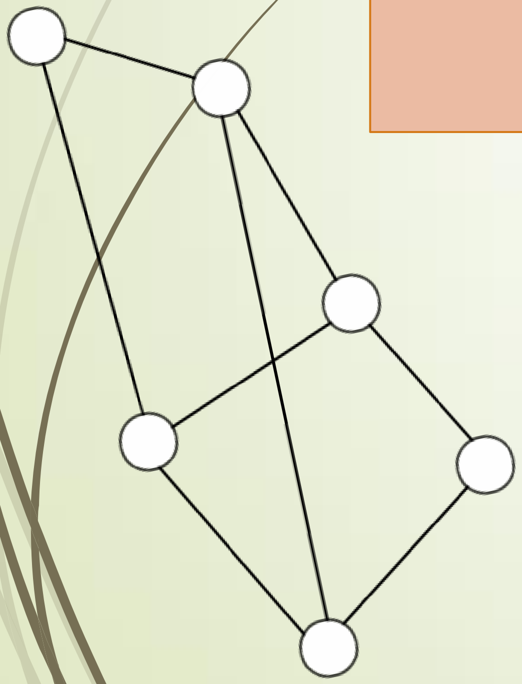
- یک ولگشت عادی با ماتریس گذار P مشخص می شود

- $$P(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{d(x)}, & y \text{ is a neighbour of } x \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

توزیع حدی (Stationary Distribution)

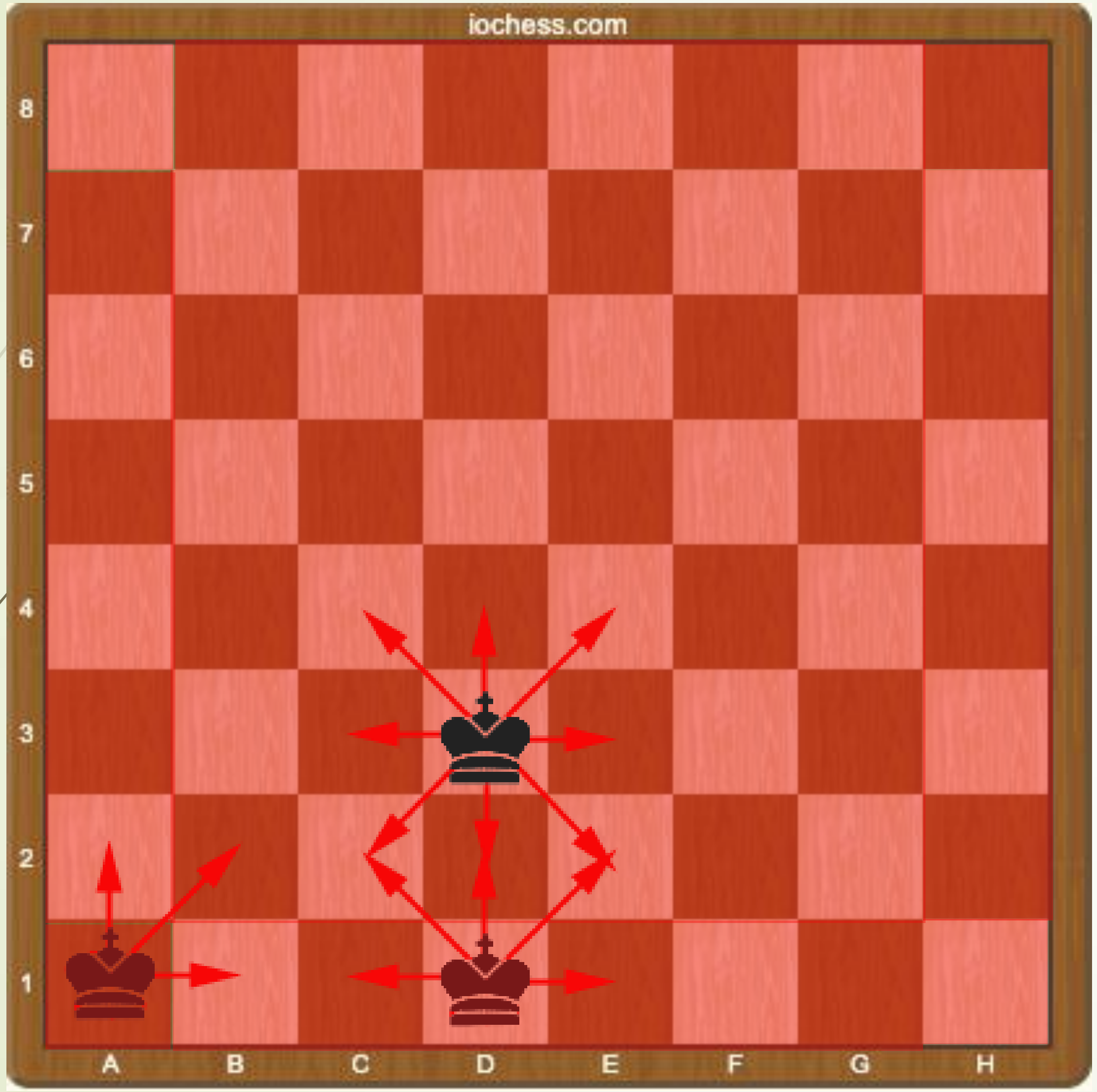
در یک گراف کاهش ناپذیر با N راس و E یال، احتمال حضور در یک راس خاص v به یک توزیع ثابت حدی میل می کند که

$$\pi(v) = \frac{\deg(v)}{2|E|}$$



هرچه تعداد گامها بیشتر شود توزیع احتمال به توزیع حدی نزدیکتر میشود

به بیان دیگر، متوسط زمانی که در هر راس سپری میشود به درجه راس مرتبط است.



- ✓ تعداد حرکات = ۲۸۸
- ✓ تعداد حرکات = ۱۲
- ✓ تعداد حرکات = ۱۲۰

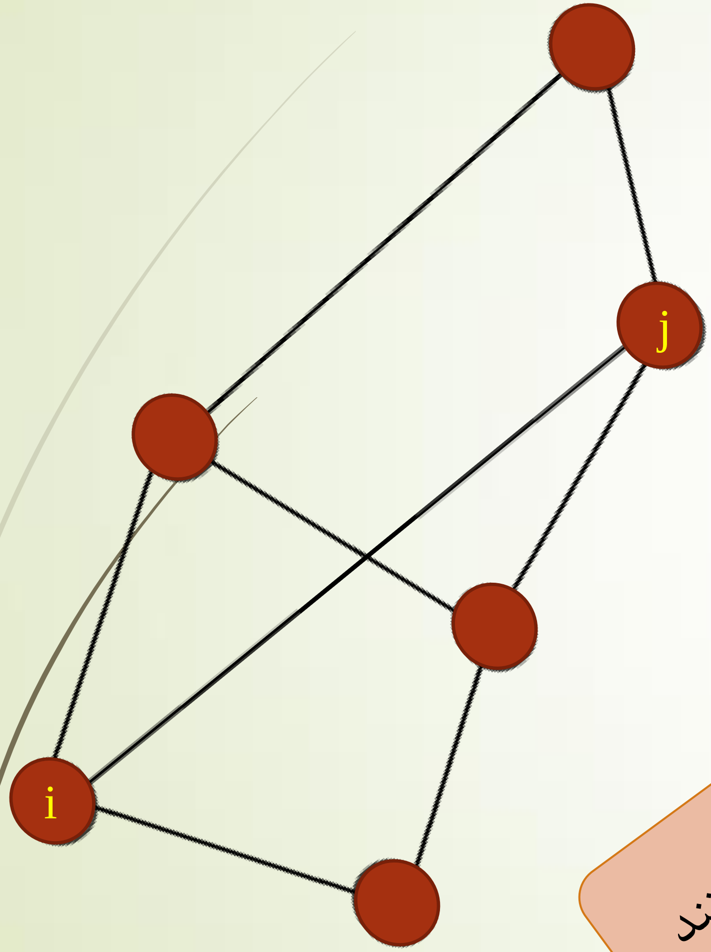
- ✓ کل حرکات = ۴۲۰
- ✓ تعداد یالها = ۲۱۰

$$\pi = \left(\frac{288}{420}, \frac{120}{420}, \frac{120}{420}\right)$$

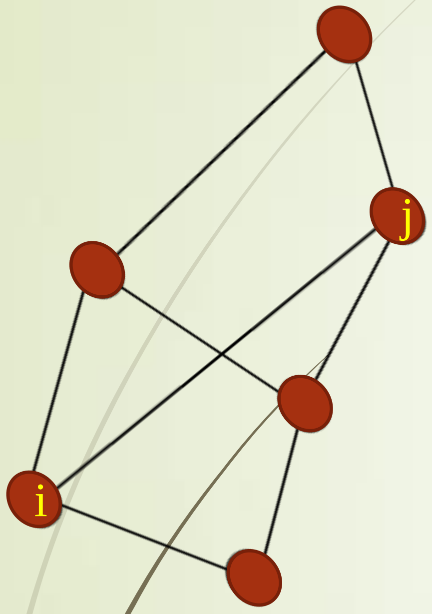
برخی ک... تهای مهم در ولگشت ها

- **Hi... ne** : H_{ij} تعداد گام مورد نیاز برای رسیدن به راس ... راس i
- **...mute Time** : ...اد گام مورد نیاز برای رسیدن به راس j با شروع از ... گشت مجدد به راس i
- **Cover Time** : تعداد ... ای رسیدن به تمام رؤس، با شروع از یک راس
- **Graph Cover Time** : بیشترین ... روی تمام رؤس یک گراف
- **Mixing Time** : مشخص کننده زمانی است ... نیاز دارد تا به حد کافی به توزیع حدی خود نزدیک ش...

تمام این کمیتها به **ساختار هندسی** و **احتمال جابجایی بین رؤس** مرتبط هستند



برخی از کاربردها



- حرکت کاتوره ای – Brownian motion
- ایجاد نمونه های تصادفی – Random sample generation
- مدلسازی حرکت الکترونی در سلولهای خورشیدی - Solar panel
- طراحی الگوریتمهای سیستمهای پیشنهاد دهنده (Recommendation system) و پالایش جمعی (Collaborative filtering)
- الگوریتمهای نظارت کامپیوتری (Computer vision)
- مدلسازی سرعت نشر در همه گیری - Epidemic diffusion

- Ultrametric random walk model for covid-19: 1 an attempt to explain slow approaching herd 2 immunity in Sweden
- COVID-19 infection and recovery in various countries: Modeling the dynamics and evaluating the non-pharmaceutical mitigation scenarios

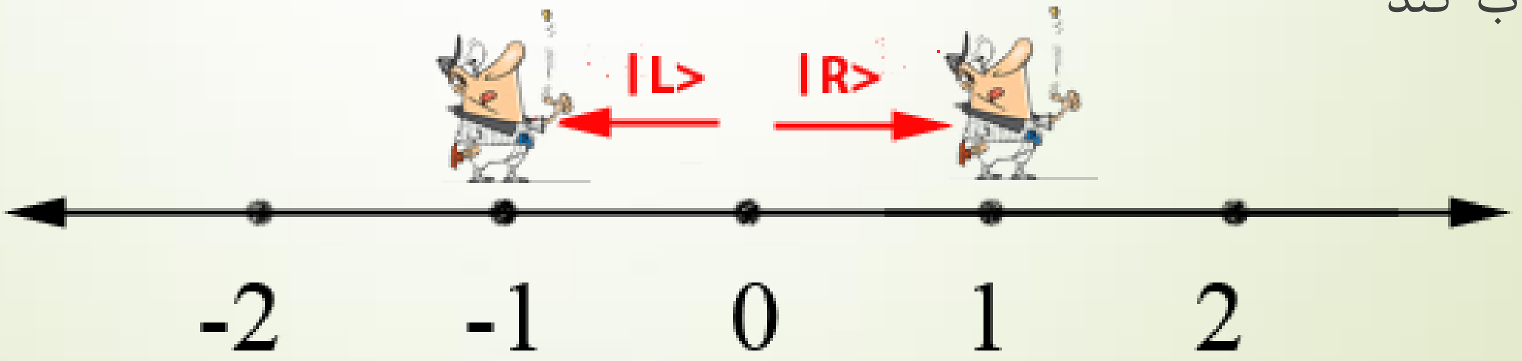
ولگشتهای کوانتومی(Quantum walk)

- بجای سکه از یک عملگر یکانی استفاده میشود و یک عملگر جابجایی شرطی ذره کوانتومی را جابجا می کند

$$C = H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad H|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle\right)$$

$$S = \exp\left(-2iS_z \otimes Pl\right) \qquad H|\downarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle\right)$$

- به دلیل وجود برهم نهی کوانتومی، ذره کوانتومی می تواند هر دو مسیر را در آن واحد انتخاب کند



- هر گام از تحول با عملگر U مشخص می شود که در هر گام ابتدا بوسیله C برهم نهی از حالات ایجاد می شود و سپس با عملگر جابجایی شرطی جابجا می شود

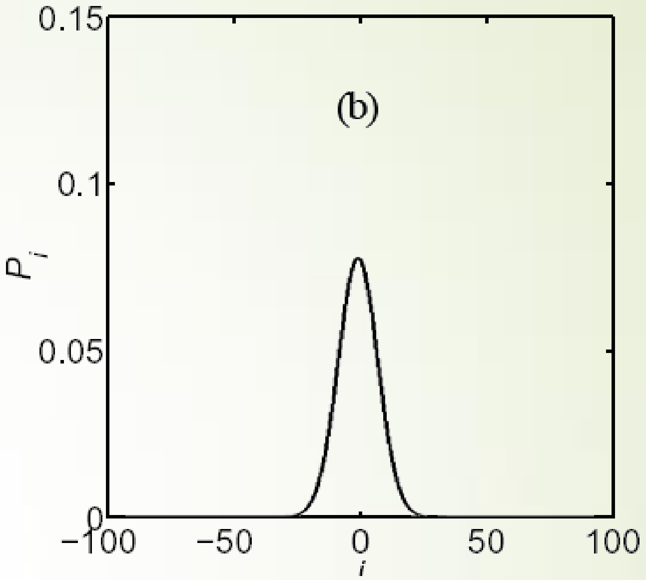
$$U = S \cdot (C \otimes I).$$

$$S = |\uparrow\rangle\langle\uparrow| \otimes \sum_i |i+1\rangle\langle i| + |\downarrow\rangle\langle\downarrow| \otimes \sum_i |i-1\rangle\langle i|$$

با فرض حالت اولیه $|\Phi_{in}\rangle = |\downarrow\rangle \otimes |0\rangle$

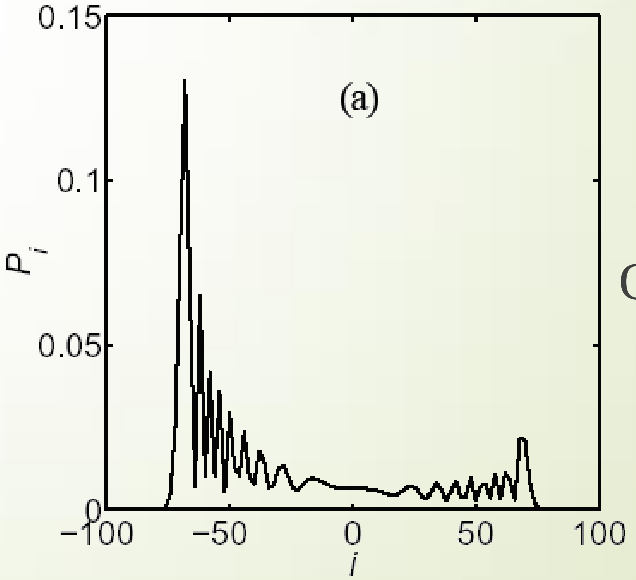
$$\begin{aligned}
|\Phi_{in}\rangle &\xrightarrow{U} \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle \otimes |1\rangle - |\downarrow\rangle \otimes |-1\rangle) \\
&\xrightarrow{U} \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle \otimes |2\rangle - (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle) \otimes |0\rangle + |\downarrow\rangle \otimes |-2\rangle) \\
&\xrightarrow{U} \frac{1}{2\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle \otimes |3\rangle + |\downarrow\rangle \otimes |1\rangle + |\uparrow\rangle \otimes |-1\rangle - 2|\downarrow\rangle \otimes |-1\rangle - |\downarrow\rangle \otimes |-3\rangle).
\end{aligned}$$

$T \backslash i$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0						1					
1					$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$				
2				$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$			
3			$\frac{1}{8}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{1}{8}$		
4		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$	
5	$\frac{1}{32}$		$\frac{5}{32}$		$\frac{5}{16}$		$\frac{5}{16}$		$\frac{5}{32}$		$\frac{1}{32}$

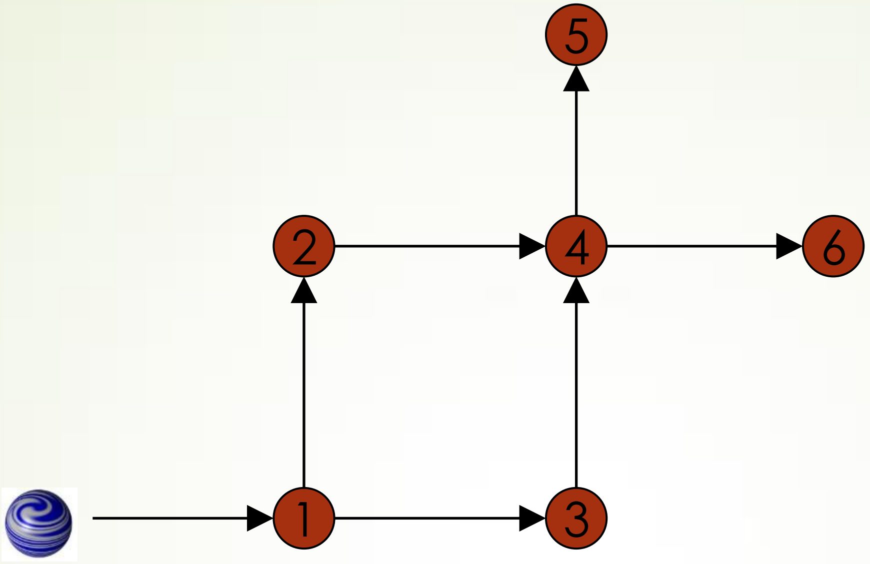


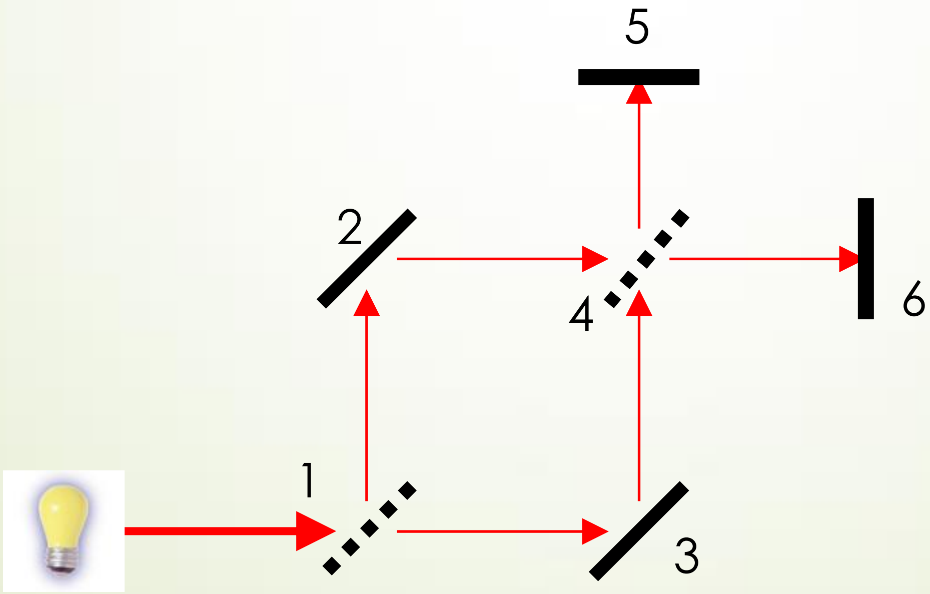
Classics

$T \backslash i$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0						1					
1					$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$				
2				$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$			
3			$\frac{1}{8}$		$\frac{5}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		
4		$\frac{1}{16}$		$\frac{5}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{16}$	
5	$\frac{1}{32}$		$\frac{17}{32}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{5}{32}$		$\frac{1}{32}$



Quantum



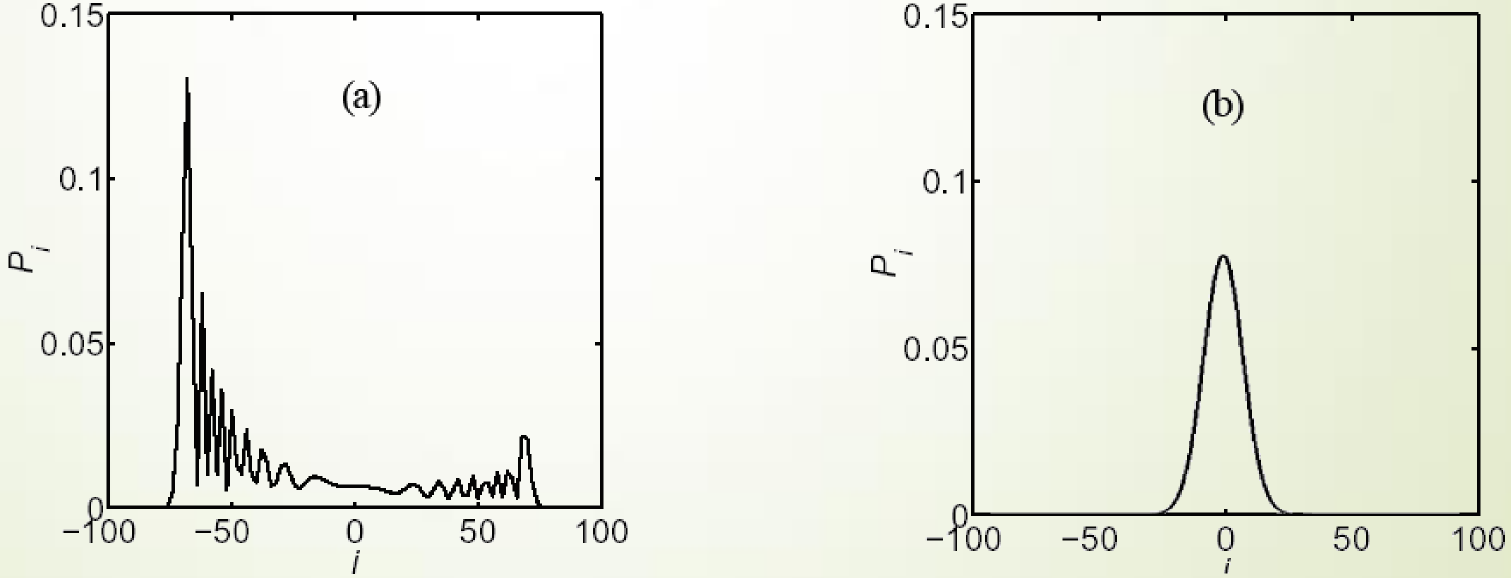


Time	Probability at vertex					
	1	2	3	4	5	6
0	1					
1		½	½			
2				1		
3					½	½

Time	Amplitude at point					
	1	2	3	4	5	6
0	1					
1		$\frac{i}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$			
2				$\frac{i+1}{\sqrt{2}}$		
3					0	1

تفاوتهای ولگشتهای کلاسیکی وکوانتومی

- در کلاسیک توریع احتمال با گذشت زمان به یک توزیع حدی میل میکند اما در حالت کوانتومی خیر
- واریانس در حالت کلاسیک نسبت به زمان خطی است اما در کوانتومی با مربع زمان تغییر می کند
- بیشترین احتمال در حالت کلاسیکی اطراف مبدا است در حالی که در حالت کوانتومی این گونه نیست
- احتمال بازگشت به مرز جاذب در این دو حالت متفاوت است.



ساختار ریاضی

- روش تبدیل فوریه

$$|\psi(t)\rangle = U^t |\psi(0)\rangle$$

$$U = S \cdot (C \otimes I).$$

$$S = |\uparrow\rangle\langle\uparrow| \otimes \sum_i |i+1\rangle\langle i| + |\downarrow\rangle\langle\downarrow| \otimes \sum_i |i-1\rangle\langle i|$$

قطری کردن U^t بسیار مشکل است

با فرض حالت ذره در مکان n بعد از تعداد گام t

$$\Psi(n,t) = \begin{pmatrix} \psi_{\mathrm{L}}(n,t) \\ \psi_{\mathrm{R}}(n,t) \end{pmatrix}$$

$$|\Psi(n,t+1)\rangle = |R\rangle\langle R|U|\Psi(n-1,t)\rangle + |L\rangle\langle L|U|\Psi(n+1,t)\rangle$$

با فرض عملگر سکه هادامارد

$$C = H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\Psi(n,t+1) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}\Psi(n-1,t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\Psi(n+1,t) \\ &= M_+\Psi(n-1,t) + M_-\Psi(n+1,t),\end{aligned}$$

با استفاده از تبدیل فوریه

$$\tilde{\Psi}(k,t) = \sum_n \Psi(n,t)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}kn}$$

$$\tilde{\Psi}(k,t+1) = \sum_n \left(M_+\Psi(n-1,t) + M_-\Psi(n+1,t)\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}kn}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\Psi}(k,t+1) &= \mathrm{e}^{\mathrm{i}k}M_+\sum_n \Psi(n-1,t)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(n-1)} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k}M_-\sum_n \Psi(n+1,t)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(n+1)} \\ &= \left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}k}M_+ + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k}M_-\right)\tilde{\Psi}(k,t).\end{aligned}$$

$$\tilde{\Psi}(k,t+1) = M_k\tilde{\Psi}(k,t)$$

$$M_k = \mathrm{e}^{\mathrm{i}k}M_+ + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k}M_- = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k} & \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k} \\ \mathrm{e}^{\mathrm{i}k} & -\mathrm{e}^{\mathrm{i}k} \end{bmatrix}.$$

- در فضای k مسئله به شکل زیر خلاصه میشود

$$\tilde{\Psi}(k,t) = M_k^t \, \tilde{\Psi}(k,0).$$

می توان مسئله را در این فضا حل کرد و با عکس تبدیل فوریه به فضای مکان برگشت. با قطری کردن M_k

$$M_k = \lambda_k^1 \, |\Phi_k^1\rangle\langle\Phi_k^1| \; + \; \lambda_k^2 \, |\Phi_k^2\rangle\langle\Phi_k^2|.$$

$$M_k^t \;=\; (\lambda_k^1)^t \, |\Phi_k^1\rangle\langle\Phi_k^1| \; + \; (\lambda_k^2)^t \, |\Phi_k^2\rangle\langle\Phi_k^2|$$

که $\lambda_k^1 = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_k}$ and $\lambda_k^2 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\pi+\omega_k)}$ و $\sin(\omega_k) = \sin(k)/\sqrt{2}$ و

$$\Phi_k^1 \;=\; \frac{1}{\sqrt{2}} \left((1+\cos^2 k) - \cos k \sqrt{1+\cos^2 k} \right)^{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k} \\ \sqrt{2}\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_k} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_k^2 \;=\; \frac{1}{\sqrt{2}} \left((1+\cos^2 k) + \cos k \sqrt{1+\cos^2 k} \right)^{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k} \\ -\sqrt{2}\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_k} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k} \end{bmatrix}$$

در نهایت حالت سیستم بعد از t گام

$$\tilde{\Psi}(k,t) \;=\; \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_k t}\,\langle \Phi_k^1 | \tilde{\Psi}(k,0)\rangle\, \Phi_k^1 \;+\; \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\pi+\omega_k)t}\,\langle \Phi_k^2 | \tilde{\Psi}(k,0)\rangle\, \Phi_k^2 .$$

با فرض حالت اولیه $\tilde{\Psi}(k,0) = (1,0)^T$

$$\tilde{\psi}_{\mathrm{L}}(k,t) \;=\; \frac{1}{2}\Big(1+\frac{\cos k}{\sqrt{1+\cos^2 k}}\Big)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_k t} \;+\; \frac{(-1)^t}{2}\Big(1-\frac{\cos k}{\sqrt{1+\cos^2 k}}\Big)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_k t}$$

$$\tilde{\psi}_{\mathrm{R}}(k,t) \;=\; \frac{\mathrm{i}\cdots}{2\sqrt{1\cdots}}\cdots{}_k t)$$

بعد از تعداد گام زوج، ذره فقط
در مکانهای زوج پیدا خواهد
شد

که با عکس تبدیل فوریه میتوان به فضای مکان ب

$$\psi_{\mathrm{L}}(n,t) \;=\; \frac{1+(-1)^{n+t}}{2}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{dk}{2\pi}\,\Big(1+\frac{\cos k}{\sqrt{1+\cos^2 k}}\Big)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega_k t+kn)}$$

$$\psi_{\mathrm{R}}(n,t) \;=\; \frac{1+(-1)^{n+t}}{2}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{dk}{2\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}k}}{\sqrt{1+\cos^2 k}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega_k t+kn)}$$

واهمدوسی(Decoherency)

- درحالتی که سیستم از محیط کاملا جدا نباشد $H = H_E \otimes H_p \otimes H_c$

$$\rho_{\text{sys}} = \mathrm{Tr}_{\text{Env}}(U \rho U^{\dagger})$$

عملگرهای
کراوس

با فرض ... $\rho = \rho_0 \otimes$ ...

$$\rho_{\text{sys}} = \sum_{n=0}^{m} \langle e_n | U | env_0 \rangle \rho_0 \langle env_0 | U^{\dagger} | e_n \rangle = \sum_{n=0}^{m} E_n \rho_0 E_n^{\dagger},$$

$$\rho(t+1) = \sum_{n=0}^{m} E_n \rho(t) E_n^{\dagger}$$

$$\rho(t) = \sum_{n_t=0}^{m} \cdots \sum_{n_2=0}^{m} \sum_{n_1=0}^{m} E_{n_t} \cdots E_{n_2} E_{n_1} \rho(0) E_{n_1}^{\dagger} E_{n_2}^{\dagger} \cdots E_{n_t}^{\dagger}$$

- با استفاده از تبدیل فوریه $|x\rangle = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dk}{2\pi} e^{-ikx} |k\rangle$

کلیترین شکل عملگرهای کراوس در ولگشتهای یک بعدی به شکل زیر خواهد بود

$$E_n = \sum_x \sum_l \sum_{i,j} a^{(n)}_{x,l,i,j} |x+l\rangle\langle x| \otimes |i\rangle\langle j|$$

$$\tilde{E}_n = \sum_{x,l} \sum_{i,j} a^{(n)}_{x,l,i,j} \iint \frac{dk dk'}{4\pi^2} e^{-ilk} e^{-ix(k-k')}$$

$$\tilde{E}_n = \int \frac{dk}{2\pi} |k\rangle\langle k| \otimes C_n(k), \qquad C_n(k) = \sum_l \sum_{i,j} a$$

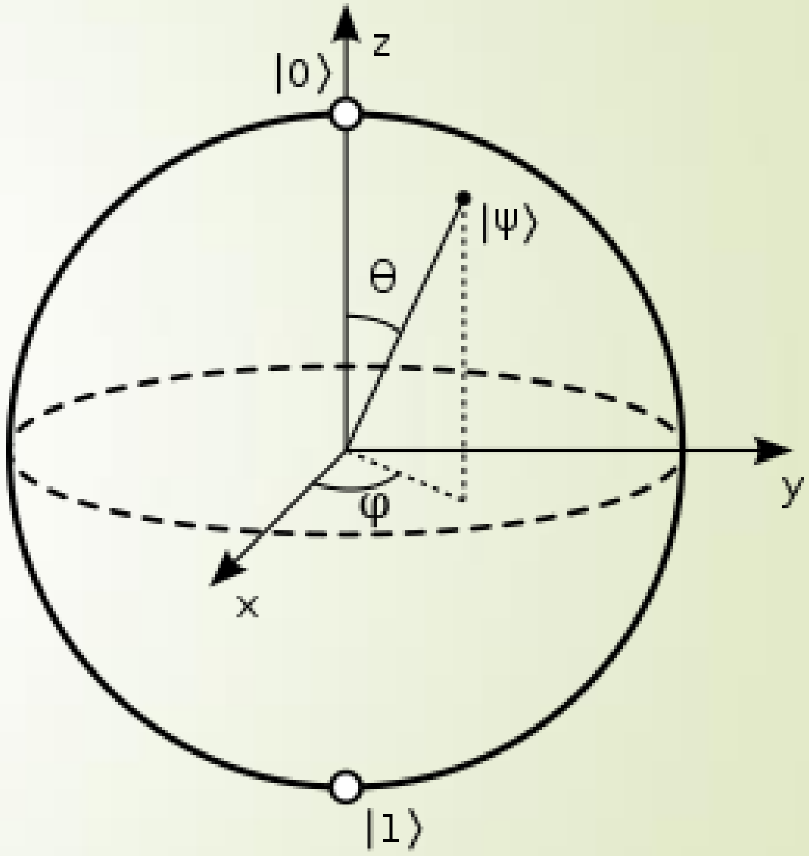
این فرمالیزم ابر عملگری ابزاری بسیار قدرتمند برای محاسبات تحلیلی ارائه میدهد که نه تنها در حالات واهمدوس بلکه در حالات خالص نیز بسیار کارامد است.

$$\rho(t) = \iint \frac{dk dk'}{4\pi^2} |k\rangle\langle k'| \otimes \mathcal{L}^t_{k,k'} |\psi_0\rangle\langle\psi_0| \qquad \mathcal{L}_{k,k'} \tilde{O} = \sum_n C_n(k) \tilde{O} C^\dagger_n(k')$$

$$\rho' = U\rho U^{\dagger} \quad \equiv \quad \rho' = \mathcal{L}_k \rho$$

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \equiv \frac{I + \vec{r}.\vec{\sigma}}{2} \quad \rightarrow \quad \rho = \begin{pmatrix} 1/2 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}$$

$$\rho' = \mathcal{L}_k \rho \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1/2 \\ r_1' \\ r_2' \\ r_3' \end{pmatrix} = \mathcal{L}_k \begin{pmatrix} 1/2 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}$$



- وجود کوچکترین نوفه ای در فضای سکه، ولگشت را تبدیل به کلاسیک می کند

- Brun T, Carteret H, Ambainis A (2003) Quantum to Classical Transition for Random Walks. Phys Rev Lett 91:1–4
- Brun TA, Carteret HA, Ambainis A (2002) Quantum random walks with decoherent coins.Phys Rev A 67:032304

- بررسی ولگشتهای چند سکه ای

- Brun T, Carteret H, Ambainis A (2003) Quantum walks driven by many coins. Phys Rev A 67:052317

- محاسبه بیشترین نوفه برای بروز خواص کوانتومی در broken-line QW

- Annabestani M, Akhtarshenas SJ, Abolhassani MR (2010) Decoherence in a one-dimensional quantum walk. Phys Rev A 81:032321

- وجود نوفه روی فضای مکان در ولگشتهای کوانتومی خواص کوانتومی را حفظ و سرعت انتشار را افزایش میدهد

- Annabestani M (2018) Analytical expression for variance of homogeneous-position quantum walk with decoherent position. Quantum Inf Process 17:32 .

ماتریس چگالی کاهش یافته

$$\rho_c(t) = Tr_x\left(\rho(t)\right) = \sum_x \langle x|\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|x\rangle$$

- با استفاده از $\int \frac{d^m\mathbf{k}'}{(2\pi)^m}|\mathbf{k}'\rangle\langle\mathbf{k}'| = I$ و $\delta\left(\mathbf{k}-\mathbf{k}'\right) = \frac{1}{(2\pi)^m}\sum_{\mathbf{r}} e^{-i\left(\mathbf{k}-\mathbf{k}'\right)\cdot\mathbf{r}}$

$$\rho_c(t) = \sum_x \langle x|\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|x\rangle = \int \frac{d^m\mathbf{k}}{(2\pi)^m}\,|\psi_k(t)\rangle\langle\psi_k(t)|$$

$$|\psi_k(t)\rangle = U_k^t|\psi_k(0)\rangle = \sum_{\{\omega_k\}} e^{i\omega_k t}|\omega_k\rangle\langle\omega_k|\psi_k(0)\rangle$$

$$\rho_c(t) = \int \frac{d^m\mathbf{k}}{(2\pi)^m} \sum_{\{\omega_k,\,\omega_k'\}} e^{i(\omega_k-\omega_k')t}\,|\omega_k\rangle\langle\omega_k'| \times \langle\omega_k|\psi_k(0)\rangle\langle\psi_k(0)|\omega_k'\rangle.$$

با استفاده از قضیه Stationary phase

$$I(t) = \int_a^b g(k) e^{i\,t\,\phi(k)}\, dk$$

$$I(t) \sim g(a)\, e^{it\phi(a) \pm i\pi/2p} \left[\frac{p!}{t\,|\phi^{(p)}(a)|}\right]^{1/p} \frac{\Gamma(1/p)}{p}, \qquad t \to +\infty$$

خواهیم داشت

$$\hat{\rho}_c = \int \frac{d^m\mathbf{k}}{(2\pi)^m} \sum_{\{\omega_k\}} |\omega_k\rangle\langle\omega_k| \times \langle\psi_k(0)|\omega_k\rangle\langle\omega_k|\psi_k(0)\rangle$$

$$\hat{\rho}_c = \int \frac{d^m\mathbf{k}}{(2\pi)^m} Tr_1\left(P_0(\mathbf{k}) \otimes I\, \mathcal{C}(\mathbf{k})\right)$$

$$\mathcal{C}(\mathbf{k}) = \sum_{\{\omega_k\}} |\omega_k\rangle\langle\omega_k| \otimes |\omega_k\rangle\langle\omega_k|,$$

- برای کلیترین شکل عملگر سکه U(2)

$$U\left(2\right)\equiv \mathrm{e}^{i\frac{\phi}{2}}\begin{pmatrix} \mathrm{e}^{i\alpha}\cos\theta & \mathrm{e}^{i\beta}\sin\theta \\ -\mathrm{e}^{-i\beta}\sin\theta & \mathrm{e}^{-i\alpha}\cos\theta \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{C}(k)_{U(2)}=\begin{pmatrix} 1-L & -F^{*} & -F^{*} & G^{*} \\ -F & L & L & F^{*} \\ -F & L & L & F^{*} \\ G & F & F & 1-L \end{pmatrix}$$

$$\cos\gamma=\cos\theta\cos\left(k-\alpha\right)$$

$$L=\frac{\sin^{2}\theta}{2\sin^{2}\gamma}$$

$$G=-\frac{\sin^{2}\theta}{2\sin^{2}\gamma}\mathrm{e}^{2i(k-\beta)}$$

$$F=\frac{i\sin(k-\alpha)\sin\theta\cos\theta}{2\sin^{2}\gamma}\mathrm{e}^{i(k-\beta)}$$

- برای حالت اولیه موضعی

$$\mathcal{C}_{L}=\int\frac{d^{m}\mathbf{k}}{(2\pi)^{m}}\mathcal{C}\left(\mathbf{k}\right)$$

- و حالت جدایی پذیر توزیع شده

$$\mathcal{C}_{S}=\int\frac{d^{m}\mathbf{k}}{(2\pi)^{m}}\left|Q\left(\mathbf{k}\right)\right|^{2}\mathcal{C}\left(\mathbf{k}\right)$$

$$\mathcal{C}^{L}_{U(2)} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2-\sin\theta & f^* & f^* & g^* \\ f & \sin\theta & \sin\theta & -f^* \\ f & \sin\theta & \sin\theta & -f^* \\ g & -f & -f & 2-\sin\theta \end{pmatrix}$$

$$f = \frac{\sin\theta\cos\theta}{\sin\theta+1}e^{i(\alpha-\beta)} \qquad g = \frac{\sin\theta\,(\sin\theta-1)}{\sin\theta+1}\,e^{2\,i(\alpha-\beta)}$$

$|\chi_0\rangle\langle\chi_0|$ → $Tr_1\left(|\chi_0\rangle\langle\chi_0| \otimes I\,\mathcal{C}_L\right)$ → $\hat{\rho}_C$

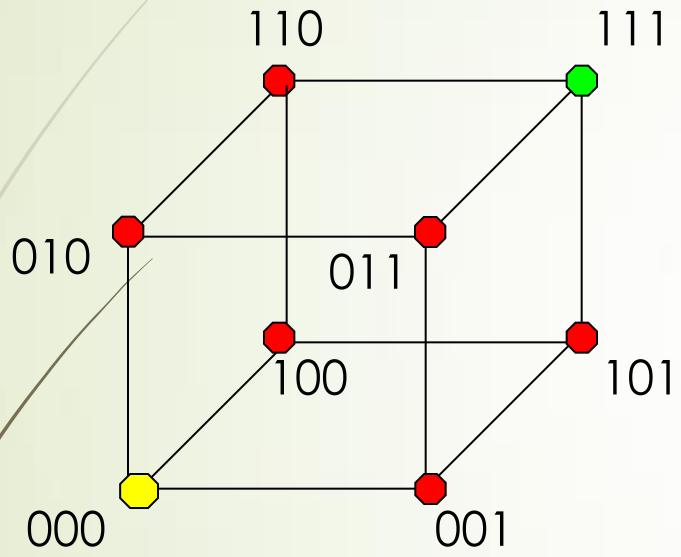
Annabestani M (2020) Asymptotic reduced density matrix of discrete-time quantum walks. J Phys A Math Theor 53:155303

نمونه مطالعات مرتبط با ماتریس چگالی کاهش یافته

1) Vieira R, Amorim EPM, Rigolin G (2013) Dynamically Disordered Quantum Walk as a Maximal Entanglement Generator. 11 Phys Rev Lett 111:180503
2) Romanelli A (2010) Distribution of chirality in the quantum walk: Markov process and entanglement. Phys Rev A 81:062349.
3) Abal G, Siri R, Romanelli A, Donangelo R (2006) Quantum walk on the line: Entanglement and nonlocal initial conditions. Phys Rev A 73:042302 .
4) Díaz N, Donangelo R, Portugal R, Romanelli A (2016) Transient temperature and mixing times of quantum walks on cycles. Phys Rev A 94:012305
5) Romanelli A (2012) Thermodynamic behavior of the quantum walk. Phys Rev A 85:1–8
6) …..

کاربردهای ولگشتهای کوانتومی

- Quantum Random Walks Hit Exponentially Faster



- در یک n-bit ابر مکعب، سرعت انتقال از یک راس به راس مقابل به صورت خطی از n است.
- اولین نمونه ای که تفاوت hitting time را در الگوریتمهای کلاسیکی و کوانتومی مشخص کرد.

Quantum Random Walks Hit Exponentially Faster

Julia Kempe
CNRS-LRI, UMR 8623
Université de Paris-Sud, 91405 Orsay, France
and
Computer Science Division and Dept. of Chemistry

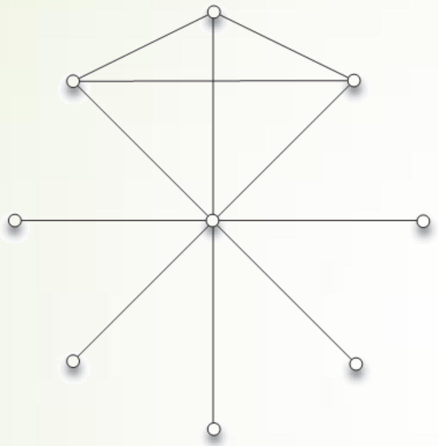
Quantum search algorithms

- پیدا کردن یک عنصر مشخص در یک مجموعه نامنظم
- در الگوریتم گراور این کار با سرعت تساعدی بهتر از بهترین الگوریتمهای کلاسیک انجام میشود
- الگوریتمهای بر پایه واگشت با سرعتی مشابه گراور این کار را انجام میدهند.

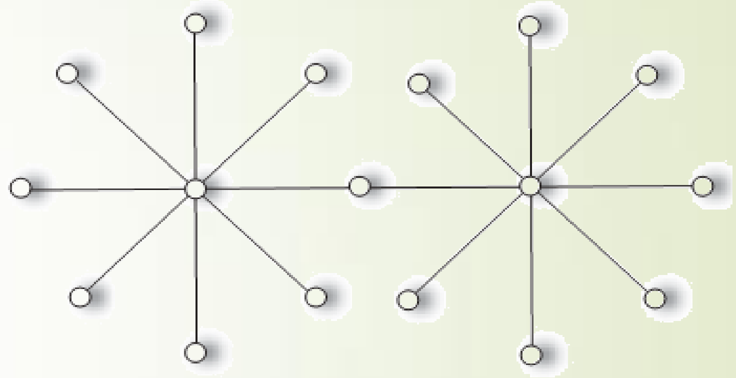
1. Shenvi N, Kempe J, Whaley KB (2002) A Quantum Random Walk Search Algorithm. Measurement 1–13 .Phys Rev A 67: 052307
2. 1. Santha M (2008) Quantum walk based search algorithms. Theory Appl Model Comput 16
3. 1. Childs AM, Goldstone J (2003) Spatial search by quantum walk. Phys Rev A 70:022314
4. 1. Wong TG (2015) Faster Quantum Walk Search on a Weighted Graph. Phys Rev A 92:032320.

Structural anomalies in graphs

- Hillery M, Zheng H, Feldman E, et al (2012) Quantum walks as a probe of structural anomalies in graphs. Phys Rev A 85:062325.



مکانی که ارتباط شبکه تغییر کرده
را میتوان پیدا کرد



میتوان پی برد که دوشبکه به هم
متصل هستندیا خیر

PHYSICAL REVIEW A **85**, 062325 (2012)

Quantum walks as a probe of structural anomalies in graphs

Mark Hillery and Hongjun Zheng
Department of Physics, Hunter College, City University of New York, 695 Park Avenue, New York, New York 10065 USA

Universal computation

- Childs AM (2009) Universal Computation by Quantum Walk. Phys Rev Lett 102:180501
- Lovett NB, Cooper S, Everitt M, et al (2010) Universal quantum computation using the discrete-time quantum walk. Phys Rev A 81:042330
- Childs AM, Gosset D, Webb Z (2012) Universal computation by multi-particle quantum walk. Quantum 1–54 . doi: 10.1126/science.1229957

PRL **102,** 180501 (2009) PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 8 MAY 2009

Universal Computation by Quantum Walk

Andrew M. Childs
Department of Combinatorics and Optimization and Institute for Quantum Computing, University of Waterloo, 200 University Avenue West, Waterloo, Ontario, Canada N2L 3G1
(Received 11 June 2008; published 4 May 2009)

Simulation of Dirac equation

- Arrighi P, Nesme V, Forets M (2014) The Dirac equation as a quantum walk: higher dimensions, observational convergence. J Phys A Math Theor 47:465302.
- Mallick A, Chandrashekar CM (2016) Dirac Cellular Automaton from Split-step Quantum Walk. Sci Rep 6:25779.
- Arrighi P, Di Molfetta G, Márquez-Martín I, Pérez A (2018) Dirac equation as a quantum walk over the honeycomb and triangular lattices. Phys Rev A 97:062111.

The Dirac equation as a quantum walk over the honeycomb and triangular lattices

Pablo Arrighi[*]

Aix-Marseille Univ, Université de Toulon, CNRS, LIS, Marseille, France and IXXI, Lyon, France

Giuseppe Di Molfetta[†] and Iván Márquez-Martín[‡]

Aix-Marseille Univ, Université de Toulon, CNRS, LIS, Marseille, France and Departamento de Física Teórica and IFIC, Universidad de Valencia-CSIC, Dr. Moliner 50, 46100-Burjassot, Spain

Quantum estimation & quantum magnetometry

- Razzoli L, Ghirardi L, Siloi I, et al (2019) Lattice quantum magnetometry. Phys Rev A 99:062330 .

PHYSICAL REVIEW A **99**, 062330 (2019)

Lattice quantum magnetometry

Luca Razzoli,[1] Luca Ghirardi,[1] Ilaria Siloi,[2] Paolo Bordone,[1,3] and Matteo G. A. Paris[4,5,*]
[1]*Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche,*
Università di Modena e Reggio Emilia, I-41125 Modena, Italy

- Singh S, Chandrashekar CM, Paris MGA (2019) Quantum walker as a probe for its coin parameter. Phys Rev A 99:052117.

PHYSICAL REVIEW A **99**, 052117 (2019)

Quantum walker as a probe for its coin parameter

Shivani Singh[*] and C. M. Chandrashekar[†]
The Institute of Mathematical Sciences, CIT campus, Taramani, Chennai 600113, India
and Homi Bhabha National Institute, Training School Complex, Anushakti Nagar, Mumbai 400094, India

با سپاس از توجه شما