آونگ‌های جفت‌شده

مطالعه پدیدهٔ جفت‌شدگی در نوسان، اولین بار با کنجکاوی دانشمند آلمانی کریستیان هویگنس [1] ، مخترع ساعت پاندولی (شکل ۱) شروع شد که منجر به شناخت جدیدی در نوسان و حرکت نوسانی گردید. او در سال ۱۶۶۵ میلادی مشاهده کرد که دو ساعت آونگی که از یک میلهٔ مشترک آویزان شده بودند، همیشه با یکدیگر حرکت می‌کنند (هم‌فاز هستند). وی فهمید که این به دلیل میلهٔ مشترک دو آونگ است که آن دو را با یکدیگر جفت می‌کند. بعدها جفت شدگی به صورت کلی‌تر مورد مطالعه قرار گرفت.

شکل ۱: تصویر کریستیان هویگنس. برای اطلاعات بیشتر در مورد این ریاضی‌دان و فیلسوف می‌توانید به آدرس http://en.wikipedia.org/wiki/Christiaan_Huygens مراجعه نمایید.

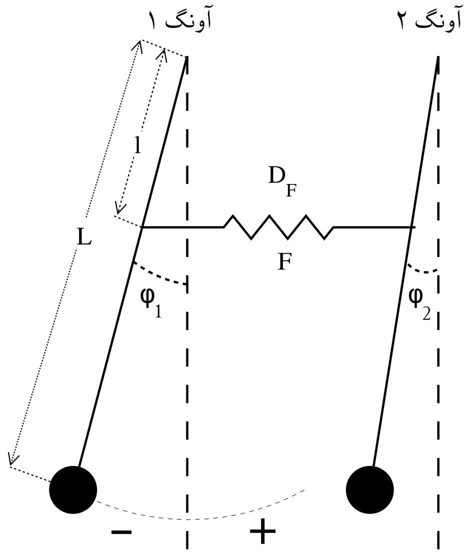
مدل و نظریه

معادلهٔ حرکت

فرض کنیم دو آونگ یکسان را با یک فنر به یک‌دیگر جفت کرده‌ایم (شکل ۲). برای توصیف حرکت این سیستم نیاز داریم تا معادلهٔ حرکت را بنویسیم. برای این کار گشتاور وارد به هر آونگ حول تکیه‌گاه آن (محلی که آویزان شده‌است) را به دست می‌آوریم. نیروهای وارد به هر آونگ شامل نیروی جاذبه، نیروی نقطهٔ تکیه‌گاه و نیروی فنر است. از آن‌جایی که گشتاور حول نقطهٔ تکیه‌گاه محاسبه می‌شود، نیازی به دانستن نیروی تکیه‌گاه نداریم.

اگر فرض کنیم وزنهٔ پایین آونگ عمدهٔ جرم آونگ را تشکیل می‌دهد، می‌توان گفت نیروی وزن در همان نقطه (گرانیگاه) وارد می‌شود. بنابراین طول بازوی نیروی جاذبه بر اساس پارامترهای شکل ۲ برابر با L است. زاویهٔ بین

[1] Christiaan Huygens



شکل ۲: دو آونگ جفت‌شدهٔ همسان و پارامترهای آن

بازوی نیرو و نیرو برای آونگ اول برابر با ϕ_1 (در شکل ۲ ، $\phi_1 < 0$) است، در نتیجه گشتاور جاذبه حول تکیه‌گاه برابر با $\tau_g = -mgLsin(\phi_1)$ است. فرض کنیم دامنه‌های نوسان کوچک بوده یعنی زاویهٔ انحراف آونگ ۱ $\phi_1 << 1$ است، با این تقریب می‌توان به جای $sin(\phi_1)$ خود ϕ_1 را قرار داد. در نتیجه داریم $\tau_g = -mgL\phi_1$ برای آونگ ۲ هم همین رابطه را خواهیم داشت.

برای تعیین گشتاور نیروی حاصل از فنر، باید ابتدا نیروی فنر را محاسبه کرد. فرض می‌کنیم وقتی آونگ‌ها عمود هستند فنر در طول طبیعی خودش قرار دارد، [2] بنابراین تغییر طول فنر به اندازهٔ $\Delta x = lsin(\phi_2) - lsin(\phi_1)$ است (شکل ۲). با فرض کوچک بودن زاویه‌ها و بسط تیلور، جابجایی به شکل $\Delta x = l(\phi_2 - \phi_1)$ است، پس اندازهٔ نیرو از قانون هوک با استفاده از رابطه $F = D_F l(\phi_2 - \phi_1)$ (D_F ثابت نیروی فنر) به دست می‌آید. با توجه به اینکه فنر یا فشرده می‌شود و یا باز می‌شود، نیرویی که به آونگ‌ها وارد می‌شود در خلاف جهت هم خواهد بود. زاویهٔ بین بازوی نیرو و نیرو $\frac{\pi}{2} \pm \phi_1$ است و چون بسط تیلور $sin(\frac{\pi}{2} \pm \phi_1)$ تا مرتبهٔ اول ۱ می‌شود، بنابراین گشتاور وارد بر آونگ اول برابر $\tau_1 = D_F l^2(\phi_2 - \phi_1)$ و گشتاور وارد بر آونگ دوم عکس این مقدار یعنی برابر با $\tau_2 = -D_F l^2(\phi_2 - \phi_1)$ خواهد بود. اکنون معادله‌های حرکت را برای این دو آونگ می‌نویسیم. اگر فرض کنیم لختی دورانی هر آونگ برابر با I است خواهیم داشت:

$$I\ddot{\phi_1} = -mgL\phi_1 + D_F l^2(\phi_2 - \phi_1) \quad (1)$$

$$I\ddot{\phi_2} = -mgL\phi_2 - D_F l^2(\phi_2 - \phi_1) \quad (2)$$

[2] در غیر این صورت هم نتیجه مشابهی به دست می‌آید، تنها کافی است کمیت‌ها مقداری انتقال پیدا کنند.

بر اساس انتظارمان به دو معادلهٔ دیفرانسیل جفت‌شده می‌رسیم. اگر این گونه نبود باید در راه حل خود شک می‌کردیم، چون فیزیک مسأله جفت‌شده است. معادله‌های حرکت به صورت ساده شده به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} I\ddot{\phi}_1 &= -(mgL + D_F l^2)\phi_1 + D_F l^2 \phi_2 \qquad (3) \\ I\ddot{\phi}_2 &= -(mgL + D_F l^2)\phi_2 + D_F l^2 \phi_1 \qquad (4) \end{aligned}$$

ثابت جفت شدگی را با رابطه زیر تعریف می‌کنیم:

$$K = \frac{D_F l^2}{mgL + D_F l^2} \tag{5}$$

با توجه به این که ما جرم وزنه آونگ‌ها را نسبت به بقیه اجزای آن خیلی بزرگ گرفتیم، می‌توانیم لختی دورانی را به صورت $I = mL^2$ تقریب بزنیم. برای ساده‌سازی معادله‌های بالا کمیت‌های جدیدی معرفی می‌کنیم:

$$\omega_0^2 = \frac{mgL}{I} = \frac{g}{L} \tag{6}$$

و

$$\Omega^2 = \frac{D_F l^2}{I} = \frac{D_F l^2}{mL^2} \tag{7}$$

معادله‌های بالا را به شکل زیر می‌توان نوشت :

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_1 &= -(\omega_0^2 + \Omega^2)\phi_1 + \Omega^2 \phi_2 \qquad (8) \\ \ddot{\phi}_2 &= -(\omega_0^2 + \Omega^2)\phi_2 + \Omega^2 \phi_1 \qquad (9) \end{aligned}$$

حل معادلهٔ حرکت

معادله‌های بالا را به شکل ماتریسی می‌نویسیم، یعنی:

$$\frac{d^۲}{dt^۲}\begin{pmatrix}\phi_۱\\ \phi_۲\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\omega_۰^۲-\Omega^۲ & \Omega^۲\\ \Omega^۲ & -\omega_۰^۲-\Omega^۲\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\phi_۱\\ \phi_۲\end{pmatrix} \tag{۱۰}$$

با تعیین مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس، رابطه‌های زیر را می‌توان نوشت:

$$\begin{pmatrix}-\omega_۰^۲-\Omega^۲ & \Omega^۲\\ \Omega^۲ & -\omega_۰^۲-\Omega^۲\end{pmatrix}\begin{pmatrix}۱\\ ۱\end{pmatrix}=-\omega_۰^۲\begin{pmatrix}۱\\ ۱\end{pmatrix} \tag{۱۱}$$

$$\begin{pmatrix}-\omega_۰^۲-\Omega^۲ & \Omega^۲\\ \Omega^۲ & -\omega_۰^۲-\Omega^۲\end{pmatrix}\begin{pmatrix}۱\\ -۱\end{pmatrix}=-(\omega_۰^۲+۲\Omega^۲)\begin{pmatrix}۱\\ -۱\end{pmatrix} \tag{۱۲}$$

همیشه می‌توان هر بردار را بر حسب این دو بردار ویژه بسط داد، یعنی:

$$\begin{pmatrix}\phi_۱\\ \phi_۲\end{pmatrix}=a(t)\begin{pmatrix}۱\\ ۱\end{pmatrix}+b(t)\begin{pmatrix}۱\\ -۱\end{pmatrix} \tag{۱۳}$$

با استفاده از معادله‌های ۱۰ تا ۱۳ معادلهٔ ۱۰ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\ddot{a}(t)\begin{pmatrix}۱\\ ۱\end{pmatrix}+\ddot{b}(t)\begin{pmatrix}۱\\ -۱\end{pmatrix}=-\omega_۰^۲a(t)\begin{pmatrix}۱\\ ۱\end{pmatrix}-(\omega_۰^۲+۲\Omega^۲)b(t)\begin{pmatrix}۱\\ -۱\end{pmatrix} \tag{۱۴}$$

چون هر بردار ویژه مستقل است، می‌توان ضریب هر بردار در دو طرف معادلهٔ بالا را به صورت جداگانه برابر گذاشت.

$$\ddot{a}(t) = -\omega_0^2 a(t) \quad (15)$$

$$\ddot{b}(t) = -(\omega_0^2 + 2\Omega^2) b(t) \quad (16)$$

حالا باید دید که معنای این معادلات چیست. اگر در لحظه $t = 0$، $\phi_1 = \phi_2$ باشد، ضریب بردار ویژهٔ دوم، یعنی $b(t)$ صفر خواهد بود و جابجایی آونگ‌ها دقیقا مثل یکدیگر است. بر اساس معادلات می‌توان گفت این تساوی همیشه باقی مانده و هر کدام از آونگ‌ها با بسامد ω_0 به نوسان خود ادامه می‌دهند. انگار فنر بی‌فنر! واضح است وقتی که جابجایی آونگ‌ها یکسان باشد، فنر تغییر شکل نداده و نیرویی به آونگ‌ها وارد نمی‌کند.

اگر در لحظه $t = 0$، $\phi_1 = -\phi_2$ یعنی جابجایی آونگ‌ها مخالف باشد، ضریب بردار ویژهٔ اول، یعنی $a(t)$ صفر است. بر اساس معادلات مجموعه با بسامد $\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 + 2\Omega^2}$ نوسان می‌کند. در این جا فنر نقش خود را ایفا می‌کند و بسامد بیش‌تر می‌شود.

حالا اگر آونگ‌ها طوری نوسان کنند که حالت آن‌ها به صورت ترکیب این دو بردار ویژه باشد چه می‌شود؟ بر اساس معادلهٔ ۱۳ می‌دانیم که $\phi_1 = a(t) + b(t)$ و $\phi_2 = a(t) - b(t)$ است. $a(t)$ و $b(t)$ هم دو عدد نوسانی با بسامدهای متفاوت هستند. در فیزیک وقتی وضعیت دو نوسانگر با بسامدهای متفاوت جمع می‌شود پدیده‌ای به نام زنش [3] (تپش) رخ می‌دهد. اگر دو منبع موج صوتی با بسامدهای نزدیک داشته باشیم، صدا با میانگین بسامدها شنیده می‌شود اما دامنهٔ صدا با بسامد مشخصی ضعیف و قوی می‌شود، به دلیل این ضعیف و قوی شدن به این پدیده تپش می‌گویند. اگر معادلهٔ حرکت $a(t) = u \times sin(\omega_0 t)$ و $b(t) = u \times sin(\omega_c t)$ را با یکدیگر جمع کنیم (یا تفریق). داریم:

$$\phi_1 = 2u \times sin(\frac{\omega_0 + \omega_c}{2}t)cos(\frac{\omega_0 - \omega_c}{2}t) \quad (17)$$

بنابراین مجموع این دو عدد نوسان کننده (برای مثال ϕ_1) با میانگین بسامدهای ω_0 و ω_c نوسان می‌کند و دامنهٔ آن در طول زمان با بسامد $(\frac{\omega_0 - \omega_c}{2})$ زیاد و کم می‌شود. در این جا دو کمیت جدید معرفی می‌کنیم.

$$\omega_1 = \frac{\omega_c - \omega_0}{2} \qquad \omega_2 = \frac{\omega_c + \omega_0}{2} \quad (18)$$

[3] Beat

اگر جفت‌شدگی خیلی ضعیف باشد، می‌توان گفت $\Omega << \omega_0$ است. برای بهتر فهمیدن آن، فرض کنید هیچ فنری دو آونگ را به هم جفت نمی‌کند، بر این اساس انتظار داریم $\Omega = 0$ باشد. حالا اگر فنر بسیار شل باشد، جفت‌شدگی نزدیک صفر بوده و این عدد از بسامد زاویه‌ای آونگ‌ها کوچک‌تر خواهد بود. با فرض $\Omega << \omega_0$ می‌توان بسامد ω_c را ساده‌تر نوشت، یعنی:

$$\omega_c \approx \omega_0 + \frac{\Omega^2}{\omega_0} \tag{19}$$

در نتیجه برای ω_1 و ω_2 خواهیم داشت:

$$\omega_1 \approx \frac{\Omega^2}{2\omega_0} \qquad \omega_2 \approx \omega_0 + \frac{\Omega^2}{2\omega_0} \tag{20}$$

با جایگذاری Ω بر حسب طول و جرم آونگ و ثابت فنر رابطه‌های زیر برای ω_c ، ω_1 و ω_2 به دست می‌آید.

$$\omega_c = \omega_0 \frac{D_F}{mgL} l^2 + \omega_0 \qquad \omega_1 = \omega_0 \frac{D_F}{2mgL} l^2 \qquad \omega_2 = \omega_0 \frac{D_F}{2mgL} l^2 + \omega_0 \tag{21}$$

بنابراین نمودار ω_c ، ω_1 و ω_2 بر حسب l^2 به شکل خط می‌شود از طرفی عرض از مبدأ نمودار ω_c و ω_2 بر حسب l^2 مقدار بسامد آونگ منزوی ω_0 یا بسامد نوسان هم‌فاز را می‌دهد.

وسایل آزمایش

دستگاه Cobra3 ، منبع تغذیه، آونگ همراه با قسمت اتصال به دستگاه Cobra3 (۲ عدد)، فنر، میله قلاب دار، وزنه‌های شیاردار همراه با نگهدارنده، گیره میز (۲ عدد)، میله به طول ۶۳ سانتی‌متر (۲ عدد)، گیره نود درجه (۲ عدد)، خازن $10\mu F/35V$ (۲ عدد)، سیم رابط (۸ عدد).

روش آزمایش

تعیین ثابت فنر

- مطابق شکل فنر را از میله کوتاه قلاب دار آویزان کنید.

جرم‌های آویزان شده (gr)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰
افزایش طول فنر (cm)						

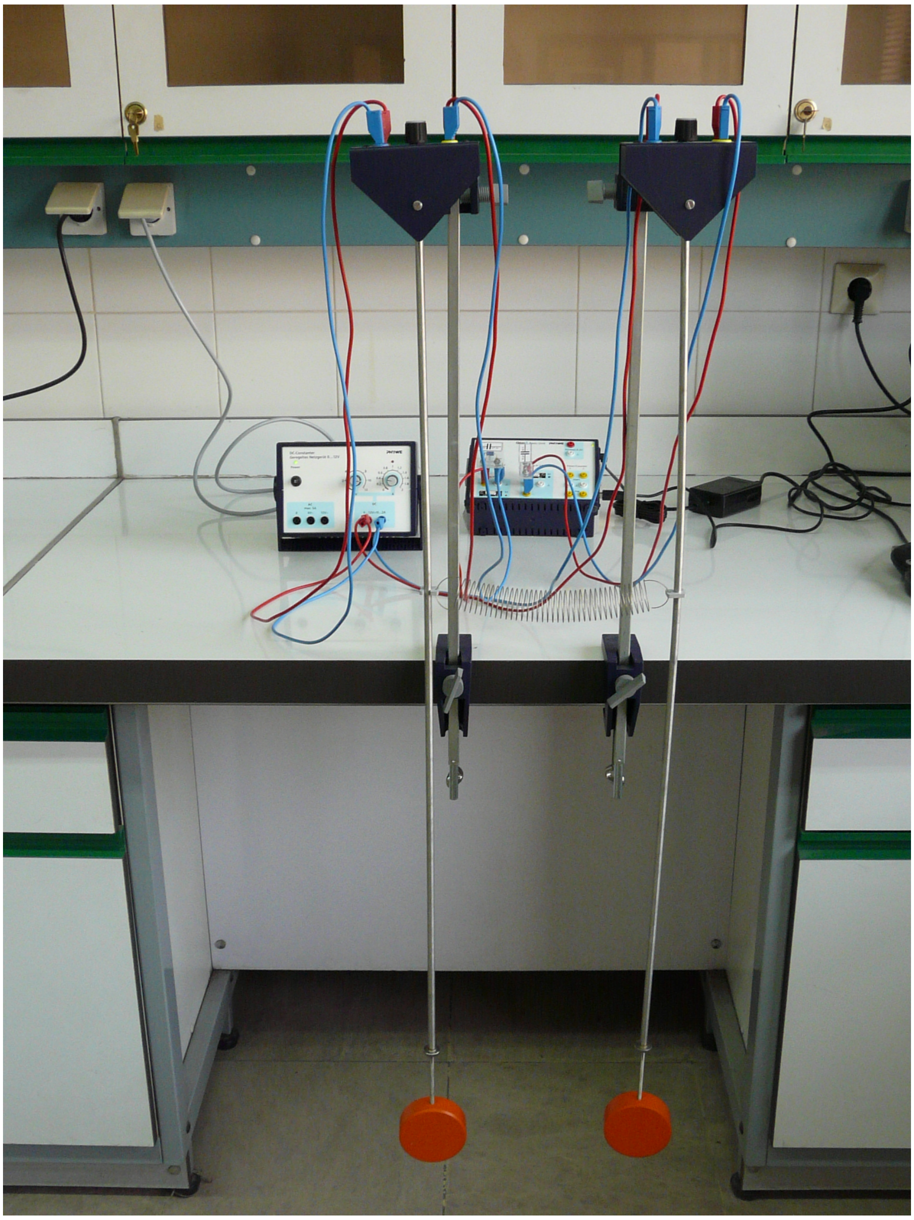
جدول ۱: تغییرات افزایش طول فنر با تغییر وزنه آویزان شده

- طول طبیعی فنر را اندازه‌گیری کنید. وزنه‌های مختلف را از آن آویزان کرده و افزایش طول فنر را در جدول ۱ یادداشت کنید. مراقب باشید تا فنر بیش از حد کشیده نشود.
- با استفاده از جدول ۱ نمودار نیرو (نیروی وزن وزنه آویزان شده) بر حسب افزایش طول فنر را با استفاده از روش کمترین مربعات رسم کنید ($g = ۹/۸\frac{m}{s^۲}$) .
- با استفاده از شیب نمودار ثابت فنر D_F را به دست آورید.

اندازه‌گیری زمان تناوب آونگ‌ها

اندازه‌گیری زمان تناوب آونگ‌ها با شمارش تعداد نوسانهای هر آونگ

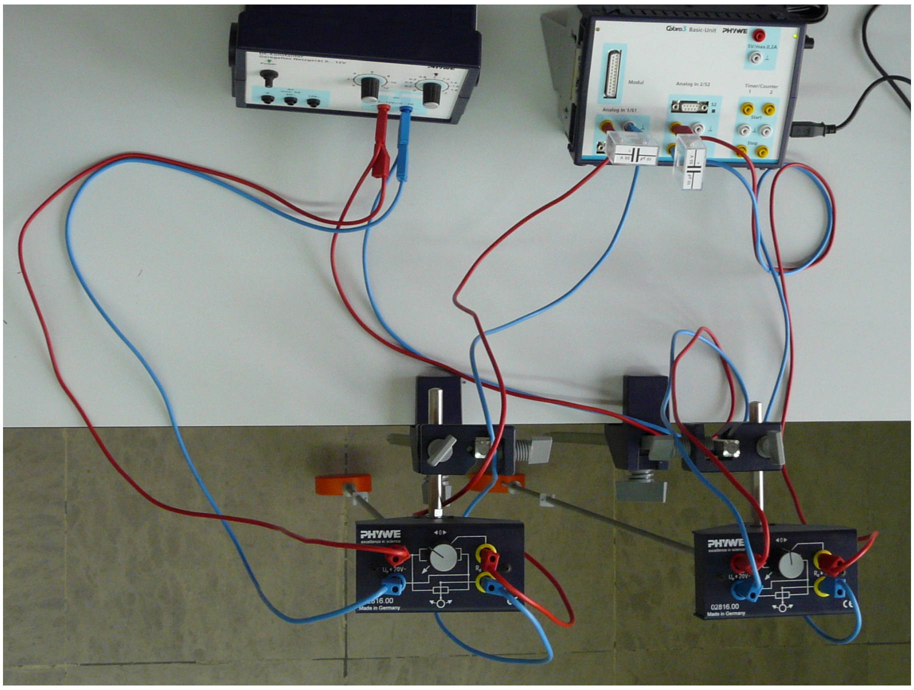
- مطابق شکل ۳ آونگ‌ها را از تکیه‌گاه آنها آویزان کنید.
- دقت کنید که طول آونگ‌ها (فاصله از تکیه‌گاه تا پایین وزنه‌ها) یکسان باشد. علاوه بر آن فاصله تکیه‌گاه تا سطح میز برابر باشد.
- گیره‌های پلاستیکی فنر را روی میله‌های آونگ متصل کنید (فاصله گیره‌های پلاستیکی از تکیه‌گاه برای هر دو آونگ یکسان باشد).
- برای به نوسان در آوردن آونگ‌ها، با نوک انگشت خود میلهٔ آونگ را به صورت تناوبی هل دهید تا دامنهٔ آونگ به اندازهٔ دلخواه برسد. با این کار آونگ روی خط مستقیم نوسان می‌کند و حرکات اعجاب انگیز انجام نخواهد داد! علاوه بر این مراقب باشید دامنهٔ آونگ زیاد نباشد تا وزنهٔ آونگ‌ها به یکدیگر اصابت کنند. سرمایهٔ ملی از بین می‌رود!
- یکی از آونگ‌ها را به نوسان در آورده و زمان برای ۲۰ نوسان را اندازه‌گیری کنید و با استفاده از آن زمان تناوب آونگ را بدست آورید. آزمایش را برای آونگ دیگر تکرار کرده و جدول ۲ را کامل کنید.



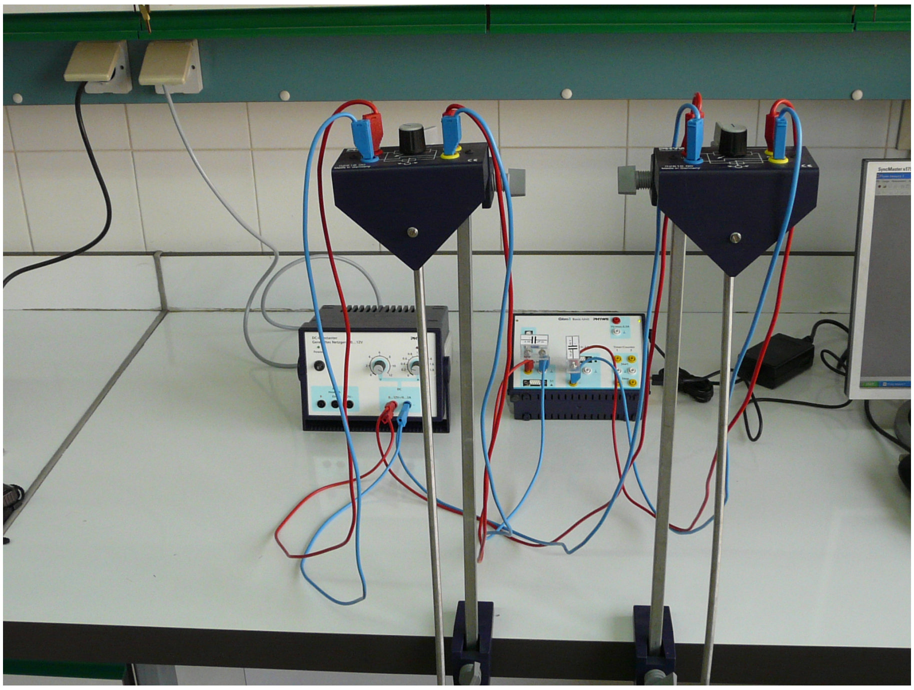
شکل ۳: آزمایش آونگ جفت‌شده

زمان تناوب آونگ ۱	زمان تناوب آونگ ۲	میانگین زمان تناوب دو آونگ T_0	میانگین بسامد دو آونگ ν_0

جدول ۲: زمان تناوب آونگ ۱ و ۲



شکل ۴: نحوهٔ اتصال سیم‌ها (از بالا)



شکل ۵: نحوهٔ اتصال سیم‌ها (از روبرو)

اندازه‌گیری زمان تناوب آونگ‌ها با به دست آوردن تبدیل فوریه

- مطابق شکل ۴ و ۵ از خروجی DC متغیر منبع تغذیه به هر آونگ دو سیم مثبت و منفی را وصل کنید. با دو سیم دیگر هر آونگ (سوکت‌های زردرنگ) را به دستگاه Cobra3 متصل کنید.

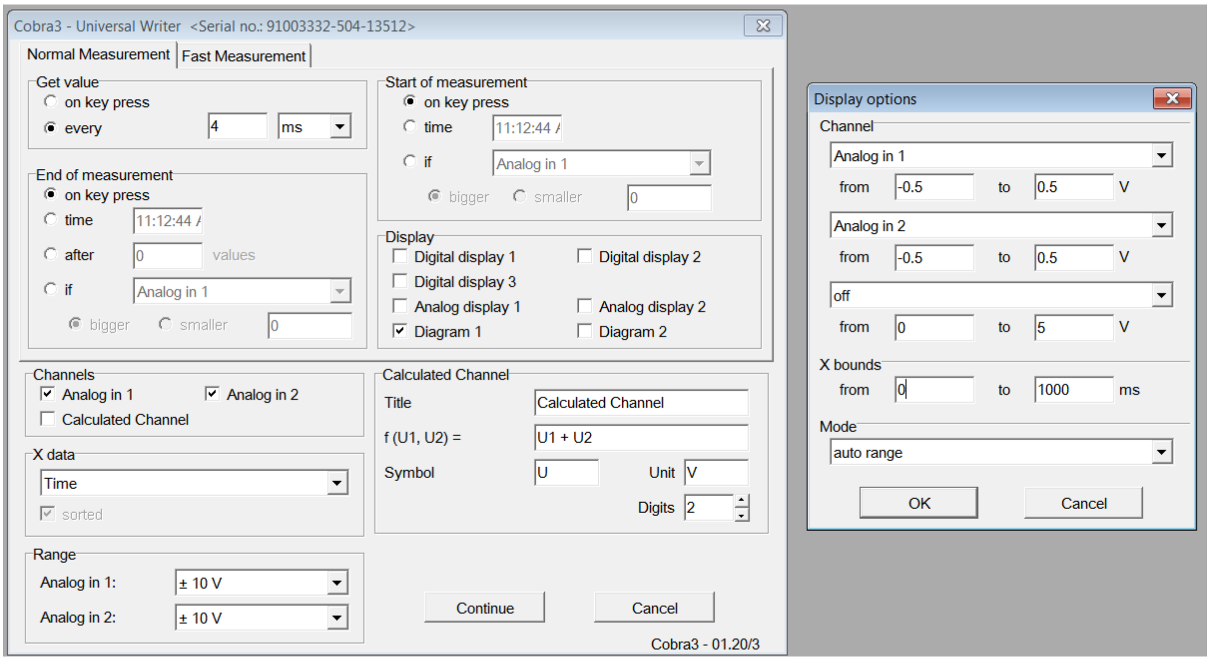
- می‌توان از خازن‌ها برای کاهش نویز استفاده کرد، برای این کار خازن را بین هر ورودی دستگاه Cobra3 وصل کنید. دقت کنید تا مثبت و منفی مدار (خصوصا خازن‌ها در شکل ۶) را به صورت صحیح وصل کرده باشید.

- ولتاژ منبع تغذیه را روی ۱۰ ولت تنظیم کنید، کنترل کنید که محدودیت جریان باعث افت ولتاژ نشود.

- پیچ تنظیم هر آونگ را در وسط قرار دهید (در صورتی که پیچ تنظیم آونگ‌ها را در وسط قرار نداده باشید، مکان آونگ‌ها در حالت عادی صفر نیست. با استفاده از این پیچ مکان را برای آونگ ایستاده صفر کنید).

- کابل USB را به کامپیوتر متصل کرده و برنامهٔ Measure را اجرا کنید. دستگاه Cobra3 مکان هر دو آونگ U_1 و U_2 را هر ۴ میلی‌ثانیه ثبت می‌کند و با استفاده از برنامه Measure می‌توان نمودار مکان آونگ‌ها را بر حسب زمان رسم کرد.

شکل ۶: نحوهٔ اتصال خازن‌ها، لطفا به جهت خازن‌ها دقت کنید. در صورت اشتباه قرار دادن، ممکن است به خازن‌ها آسیب برسانید.



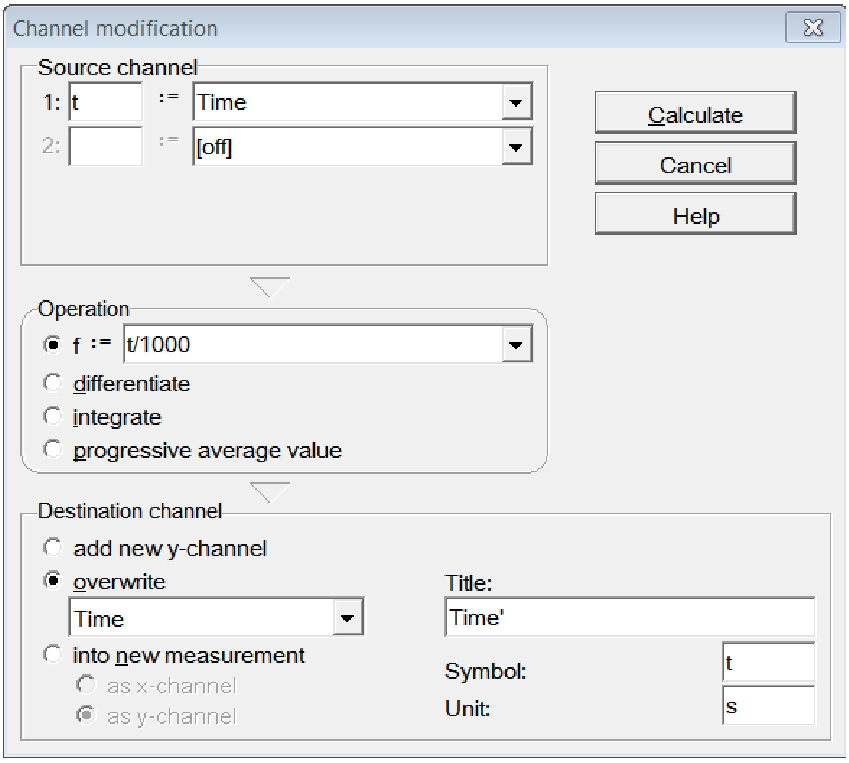
شکل ۷: تنظیمات نرم‌افزار برای اندازه‌گیری

- از نوار بالا روی Gauge کلیک کرده و گزینهٔ Cobra3 Universal Writer را انتخاب کنید. صفحه‌ای مانند شکل ۷ باز خواهد شد. پارامترهای این صفحه را درست مانند شکل ۷ تنظیم کنید. آونگ‌ها را به نوسان در آورید و روی Continue کلیک کنید تا پنجرهٔ اندازه‌گیری باز شود. در صورت حرکت هر کدام از آونگ‌ها نمودار مکان بر حسب زمان آن‌ها رسم خواهد شد. برای هر اندازه‌گیری، حداقل ۳ دقیقه داده بگیرید.

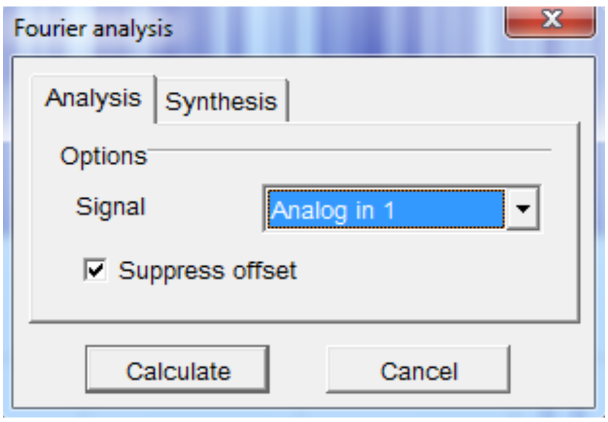
- گزینهٔ Analysis->Channel Modification را از نوار بالای برنامه انتخاب کنید. پنجره‌ای مانند شکل ۸ باز خواهد شد. در این پنجره واحدهای نمودار را از میلی‌ثانیه به ثانیه تبدیل می‌کنیم تا نمودارهای قابل فهم‌تری داشته باشیم. پارامترها را دقیقا مانند شکل ۸ تنظیم کرده و روی Calculate کلیک کنید. بعد از هر اندازه‌گیری واحدهای نمودار را از میلی‌ثانیه به ثانیه تبدیل کنید.

- گزینهٔ Analysis->Fourier Analysis را از نوار بالای برنامه انتخاب کنید. پنجره‌ای مانند شکل ۹ باز خواهد شد. در این پنجره تبدیل فوریه [۴] نمودار را به دست می‌آوریم. پارامترها را دقیقا مانند شکل ۹ تنظیم کرده و روی

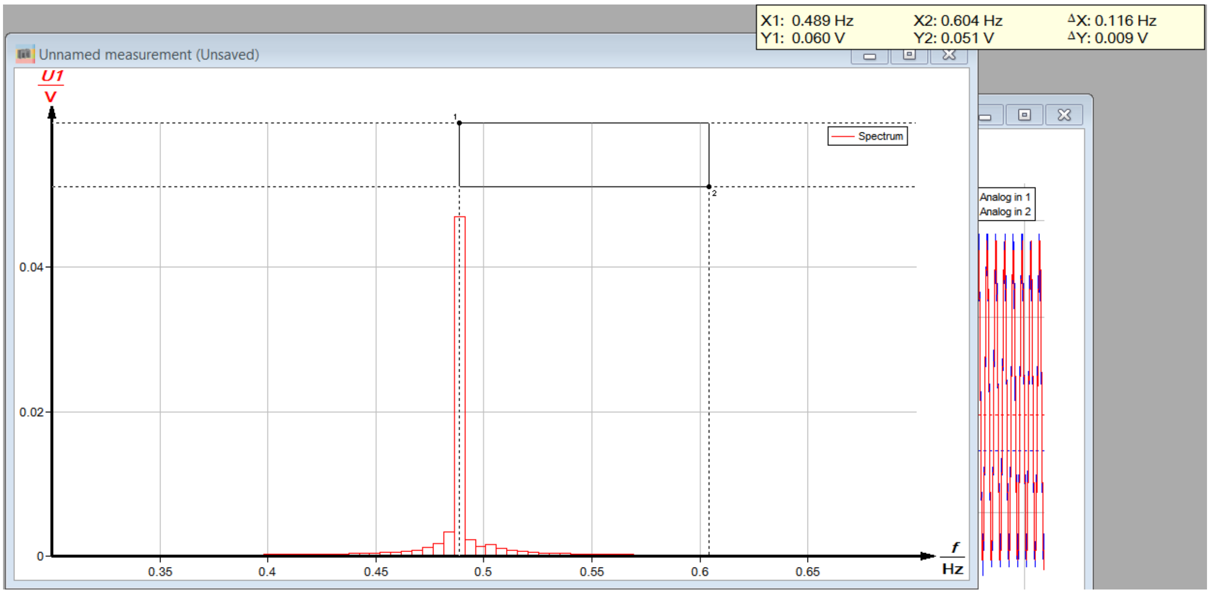
[۴] تبدیل فوریه تبدیلی است که میزان فراوانی هر بسامد را در یک نمودار (برای مثال نمودار مکان بر حسب زمان) نشان می‌دهد. مثلا اگر یک نوسان کاملا هماهنگ ایده‌آل داشته باشیم، تبدیل فوریهٔ آن در همه جا به غیر از یک نقطه صفر است. مقدار شدت بسامد غیر صفر هم بسیار زیاد است. این بسامدی که شدت زیادی دارد همان بسامد نوسانگر است. با استفاده از تبدیل فوریه گرفتن از نمودار مکان بر حسب زمان، بسامد یا بسامدهای آن را می‌توان به دست آورد.



شکل ۸: تنظیمات نرم‌افزار برای تغییر واحد زمان



شکل ۹: تنظیمات نرم‌افزار برای تبدیل فوریه



شکل ۱۰: تبدیل فوریهٔ نمودار مکان بر حسب زمان یک آونگ

OK کلیک کنید، بعد از کمی صبر و حوصله تبدیل فوریه گرفته خواهد شد. نتیجهٔ کار مانند شکل ۱۰ می‌گردد. اگر شکلتان به این تمیزی نیست، باید زمان بیش‌تری داده‌گیری کنید.

- برای تنظیم بازهٔ اعداد محور افقی یا عمودی، روی نمودار دکمهٔ سمت راست موس کلیک کنید و گزینهٔ Display options را انتخاب نمایید. سپس در زیرپنجرهٔ x_Data مقدار Displayed Area را تغییر دهید. برای مثال در شکل ۱۰ مقدار Displayed Area بین $۰/۳۰Hz$ و $۰/۶۵Hz$ تنظیم شده است.

- با استفاده از گزینهٔ Survey می‌توانید دو نقطه بر روی نمودار بگذارید و مختصات این دو نقطه به همراه اختلافشان در گوشهٔ سمت راست (شکل ۱۰) نشان داده می‌شود. با توجه به شکل بسامد آونگ $۰/۴۸۹Hz$ است.

بسامد به دست آمده ν_0 را یادداشت کنید و نمودار تبدیل فوریه را ذخیره کنید. آیا این بسامد با بسامد به دست آمده در قسمت قبل برابر است برابر است؟

اندازه‌گیری زمان تناوب آونگ‌های جفت شده (هم فاز)

- فنر را بین دو آونگ متصل کنید. فنر باید به گیره‌های پلاستیکی روی میلهٔ آونگ متصل شود. مطمئن شوید این گیره‌ها در فاصلهٔ مساوی از تکیه‌گاه هستند. این فاصله را که l است یادداشت کنید.

- آونگ‌ها را به صورت هم‌فاز به نوسان در آورید. یعنی آونگ‌ها با یکدیگر به سمت راست و با یک‌دیگر به سمت

چپ بروند. نوسان باید به همین صورت باقی بماند و اختلاف فازی بین دو آونگ ایجاد نگردد.

- مانند قسمت قبل تبدیل فوریه نوسان را بدست آورید و نمودار را ذخیره کنید.
- با استفاده از نمودار بسامد حرکت را به دست آورید و با مقدار نظری (بسامد ν_0) مقایسه کنید.

اندازه‌گیری زمان تناوب آونگ‌های جفت شده (با فاز مخالف)

- بدون جابجایی فنر، آونگ‌ها را مخالف یکدیگر نوسان دهید. یعنی آونگ‌ها یا از هم دور می‌شوند یا به یکدیگر نزدیک می‌شوند.
- مانند قسمت قبل تبدیل فوریه نوسان را بدست آورید و نمودار را ذخیره کنید.
- با استفاده از نمودار بسامد حرکت را به دست آورید
- با اندازه‌گیری طولهای l، L و بازای $m = 1kg$، بسامد ν_c را به دست آورید و با مقدار به دست آمده از تبدیل فوریه مقایسه کنید.

  و با مقدار نظری مقایسه کنید.

اندازه‌گیری زمان تناوب آونگ‌های جفت شده (زنش آونگها)

- بدون جابجایی فنر، یک آونگ را ثابت نگه داشته و آونگ دیگر را به نوسان در بیاورید.
- مانند قسمت قبل تبدیل فوریه نوسان را بدست آورید و نمودار را ذخیره کنید.
- با استفاده از نمودار بسامد حرکت را به دست آورید در تبدیل فوریه دو بسامد ν_0 و ν_c دارای peak هستند. بسامد این دو نقطه را یادداشت کرده و با مقدار نظری مقایسه کنید.

بستگی بسامدها به فاصله محل اتصال فنر تا تکیه‌گاه

- محل اتصال فنر به آونگها را در فاصله‌های مختلف از تکیه‌گاه قرار دهید. آونگ‌ها را در حالت زنش گذاشته و بسامدهای ν_0 و ν_c را به دست آورید. نتایج را در جدول ۳ نوشته و جدول را کامل کنید.
- با استفاده از جدول ۳ ، با روش کمترین مربعات نمودارهای ν_c برحسب l^2 ، نمودار ν_1 بر حسب l^2 و ν_2 بر حسب l^2 را رسم کنید.

$l(m)$	$\nu_0(s^{-1})$	$\nu_c(s^{-1})$	$T_c = \frac{1}{\nu_c}(s)$	$\nu_1 = \frac{\nu_c-\nu_0}{2}(s^{-1})$	$T_1 = \frac{1}{\nu_1}(s)$	$\nu_2 = \frac{\nu_c+\nu_0}{2}(s^{-1})$	$T_2 = \frac{1}{\nu_2}(s)$
۰/۳							
۰/۴							
۰/۵							
۰/۶							
۰/۷							
۰/۸							
۰/۹							

جدول ۳: کمیت‌های اندازه‌گیری شده حاصل از تغییر فاصلهٔ اتصال فنر l

- با استفاده از عرض از مبدأ نمودارهای ν_c بر حسب l^2 و ν_2 بر حسب l^2 بسامد ν_0 را به دست آورید.
- به خاطر داشته باشید که رابطهٔ این بسامدهای زاویه‌ای با l^2 به شکل زیر است

$$\nu_c = \nu_0 \frac{D_F}{mgL} l^2 + \nu_0 \qquad \nu_1 = \nu_0 \frac{D_F}{2mgL} l^2 \qquad \nu_2 = \nu_0 \frac{D_F}{2mgL} l^2 + \nu_0 \tag{22}$$

بستگی ثابت جفت‌شدگی به بسامدها

- با استفاده از ثابت فنر D_F ، جرم وزنه آونگ ($m = 1kg$)، طول آونگ L و $l = 0/5m$ ثابت جفت‌شدگی (معادله ۵) را به دست آورید.
- ثابت جفت شدگی را به صورت تابعی از ω_0 و ω_c به دست آورید و با استفاده از سطر سوم جدول ۳ ($l = 0/5m$) مقدار عددی ثابت جفت‌شدگی را حساب کنید و با مقدار به دست آمده در قسمت قبل مقایسه کنید.
- برای جفت‌شدگی ضعیف $\Omega << \omega_0$ ، ثابت جفت‌شدگی را به صورت تابعی از ω_1 و ω_2 به دست آورید و با استفاده از سطر سوم جدول ۳ ($l = 0/5m$) مقدار عددی ثابت جفت‌شدگی را حساب کنید و با مقدار به دست آمده در قسمت‌های قبل مقایسه کنید.