

## تمرین سوم دوم مکانیک کوانتوم II

مجموعه تحویل: شنبه ۲۵، ۱۳، ۸۲

① دینامیک اسپین:

(1-1) مسئله 8 از فصل 10 کاپیتول 5

(2-1) در  $t=0$ ، اسپین در حالت اسپین بالا  $S_z = \frac{\hbar}{2}$  است. میدان ثابت

$B = B_0 \hat{z}$  را در این کچه روشن کنیم، چند ثانیه طول می‌کشد تا اسپین برگردد  $(\phi = \pi)$ ؟

(3-1) آنچه در درک تصویر با زمانها طریاً آموزشیم، میتوان فریب بر برد معنای هر و را

توسط این آزمایش تعیین کرد.

درک آزمایش MRI (Magnetic Resonance Imaging) با میدان  $B_H = B_0 = 5000$  گوس

فریب از راه تصویر توسط نمونه‌های از آب آستار سازی می‌شود که فرکانس مؤلفه طایفه

عرض میدان مغناطیسی  $B_1$  برابر  $\omega = 21.2$  MHz است.  $(B = B_0 \cos \omega t)$

این داده‌ها چه مشکلی را حل و برطرف می‌کند.

② جمع اندازده و تکمیل زاویه ای:

1-2 ضرب تکمیل خوردن را برای ترکیب در اندازده حرکت  $\frac{1}{2}$  یا  $\frac{3}{2}$  بنویسد.

2-2 حالات اینرسی را برای یک سیستم ۳-الکترونی در نظر بگیرید.

الف) نشان دهید حالت  $|1\rangle|2\rangle|3\rangle$  ویژه حالت تکمیل‌های  $S_2^2$  و  $S_z$  می باشد. ویژه سایر مختلط را بنویسد.

ب) با استفاده از ابرانور  $S_- = S_{1-} + S_{2-} + S_{3-}$  تکمیل  $2S+1$  حالت تکمیل برای  $S = \frac{3}{2}$  بدست آورید.

3-2 مثل ۱۳ از فصل ۱۰ کا سید درج

4-2 ساختار فون بریز ترکیبهای انرژی میدان مغناطیسی:

ویژه حالتی  $S_z^e$  برای الکترون را با  $|e\rangle \frac{1}{2}$  و  $|e\rangle -\frac{1}{2}$  نشان دهید و برای پروتون همه مختلطاً  $|p\rangle \frac{1}{2}$  و  $|p\rangle -\frac{1}{2}$  را در نظر بگیرید. در حضور میدان مغناطیسی متفاوت  $\vec{B}$ ، در راستای z می توان جدت مغناطیسی همگنی را به صورت زیر نوشت:

$$H = B (\mu_e \sigma_{ez} + \mu_p \sigma_{pz}) + \lambda \bar{\sigma}_e \cdot \bar{\sigma}_p$$

در آن مولدهای بردار  $\sigma$ ، تکمیل‌های اسپین پارتیکی و  $\lambda$  مقدار ثابت است. جمله اول برهمکنش‌های دو تکمیل مغناطیسی  $\mu_e$  و  $\mu_p$  الکترون و پروتون را با میدان مغناطیسی نشان می دهد، جمله دوم برهمکنش مغناطیسی بین دو تکمیل است. مقدار عددی  $\lambda$  در تکمیل

مغناطیسی برابر است با  $\mu_e = \mu_B$  و  $\mu_p = 27.9 \mu_N$  که  $\mu_B$ ، ملتون بور و  $\mu_N$

چون  $\mu_p \gg \mu_e$  در این مدل  $\mu_p$  را حاصل‌گونی می‌توان چشم‌پوشی کرد.

نشان دهید:

الف) برای  $B=0$  در سه حالت  $H$  با انرژی  $\lambda$  عبارت‌ها:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_e |\uparrow\rangle_p + |\downarrow\rangle_e |\downarrow\rangle_p), \quad |\uparrow\rangle_e |\uparrow\rangle_p, \quad |\downarrow\rangle_e |\downarrow\rangle_p$$

با انرژی  $\lambda - 3\mu_B$  عبارت‌ها:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_e |\downarrow\rangle_p - |\downarrow\rangle_e |\uparrow\rangle_p)$$

ب) برای مقادیر محدود  $B$ ، مقادیر انرژی عبارت‌ها:

$$\lambda \pm \epsilon, \quad -\lambda \pm \sqrt{4\lambda^2 + \epsilon^2}$$

که در آن  $\epsilon = \mu_B B$ .

ج) مقادیر انرژی را بر حسب  $B$  ترسیم کنید. مشخصات با اطمینان

در مورد تقارن‌ها و حالات خاصه مشخص کنید.

د) مقدار تطبیق زوفا برای  $4\lambda$  (یعنی تطبیق دو مقدار انرژی  $B=0$ ) را

با توجه به شکل تطبیق زوفا مشخص کنید. مورد  $L$  و  $M$  را مشخص کنید.

شماره‌های دو خط موازی با خط واصل آنها است در نظر بگیرید. سعی کنید

آنها را با مقدار تجربی  $4\lambda = 5.9 \mu_e V$  مقایسه کنید.