

سومین بخش (صفت‌های II)

* مورد کنترل : ۱۴، ۲، ۸۷

« دست‌های تک‌ذره‌ای »

(۱) نشان دهید که برای سیستم N ذره میان، هر جویده می‌تواند در n حالت‌های مختلف باقی بماند.

تعداد حالت‌های ممکن در پادمقارون دست $n(n+1)/2$ و $n(n-1)/2$ به ترتیب برابری است.

(ب) نشان دهید اگر ذرات دارای اسپین s باشند نسبت حالت‌های اسپین مقارون n پادمقارون n برابر با $(s+1)/s$ است.

(۲) برای سیستم N ذره میان، اپراتورهای مقارون فته و پادمقارون فته عبارتند از:

$$S = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_P P \quad , \quad A = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_P \delta_P P$$

در جمع روی $N!$ جایگشت ممکن از ذرات است (مثلاً):

$$\sum_P \delta_P P = 1 - \sum_{ij} P_{ij} + \sum_{ijk} P_{ijk} - \dots$$

P_{ij} و P_{ijk} اپراتورهای جایگشت ۲-ذره‌ای و ۳-ذره‌ای هستند.

و $\delta_P = 1$ برای جایگشت زوج (P even) ، $\delta_P = -1$ برای جایگشت فرد (P odd)

الف) نشان دهید ابرآورهاها جابجایی هستند؛ $P = P^{-1}$ ، $P^T = P^{-1}$
 ابرآورهاها A و S یکایق هستند؛ $A = A^T$ ، $S = S^T$

ب) مقادیر ویژه ابرآورهاها A ، S و P بیابید.

ج) نشان دهید ابرآورهاها متعامد، یا به عبارتی سازی A ، S با نرمالیزاسیون مناسب زیر

$$A = \frac{1}{N!} \sum_P (-1)^P P, \quad S = \frac{1}{N!} \sum_P P$$

ابراورهاها تقویر و متعامد هستند یعنی؛ $S^2 = S$ ، $A^2 = A$ ،

$$SA = AS = 0$$

۳- دوز در بیرون بر \mathbb{R}^n همگن، با جرم m در یک فضای n بعدی زیر قرار دارند:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & -a \leq x \leq a \\ \infty & \text{غیر قابل مشاهده} \end{cases}$$

الف) چهار مقدار اول انرژی E_n دستاورد کنید.

ب) ابرآورهاها A و S بیابید.

- (I) $E_1 = \frac{1}{2}$
- (II) $E_2 = \frac{1}{2}$
- (III) $E_3 = \frac{1}{2}$

باشند، دالنی انرژی‌ها آنها تعدد است؟

ج. در هر مورد تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته را بنویسید.

۱۴) دو ذره یکسان بدون برهمکنش را در یک پتانسیل جهش هم‌انرژی ۳ جهش در نظر بگیرید.

حرکت مرکز جرم را تقلید کنید و صیف انرژی این دستگاه را بدست آورید. نشان دهید که با چوبی که

در حل معادله $H \psi(r_1, r_2) = E \psi(r_1, r_2)$ بدست می‌آید دقیقاً منطبق است که در آن

$$\psi(r_1, r_2) = u_1(r_1) u_2(r_2)$$

دالنی ~~برای~~ مرکز اول انرژی که در دو حالت زیر بدست آورید:

الف) اگر اسپین ذرات $\frac{1}{2}$ باشد،

ب) اگر اسپین ذرات ۱ باشد.

۱۵) مزون ρ^0 دارای اسپین ۱ و مزون π^0 دارای اسپین ۰ است. نشان دهید ρ^0 و π^0

زیرناقلین است:

$$\rho^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$$

۱۶) مثله ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳ کا سیوریج.

۱۷) مثله ۱۲، ۱۳، ۱۴ کا سیوریج.

۱۸) مثله ۱۴، ۱۳، ۱۲ کا سیوریج.