

تمرین سری پنجم مکانیک کوانتومی 1

تحویل : 18 آبان ماه - کلاس ف 2 - ساعت 12:30

1- همیلتونی سیستمی با فضای هیلبرت دو بعدی، در پایه ای مشخص، با ماتریس $H = E_0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ داده می شود.

الف) در اندازه گیری انرژی سیستم، چه مقادیری ممکن است به دست آید؟ پس از اندازه گیری، در صورت به دست آمدن هر یک از مقادیر، حالت سیستم چه خواهد بود؟

ب) اگر سیستم در لحظه ی صفر، در حالت $|\psi(t=0)\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ قرار داشته باشد، $|\psi(t)\rangle$ ، حالت سیستم در زمان t را بیابید.

پ) مشاهده پذیر A ، در همان پایه ای که در ابتدای مسئله برای نمایش H به کار رفت، با ماتریس $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ داده می شود. $P_{A=2}(t)$ ، احتمال آن که نتیجه ی اندازه گیری A در لحظه ی t ، مقدار 2 باشد، چه قدر است؟

ت) $\langle A \rangle_{(t)}$ ، مقدار انتظاری عملگر A در لحظه ی t را پیدا کنید.

ث) $\Delta A(t)$ ، عدم قطعیت در اندازه گیری A در لحظه ی t ، چه قدر است؟

2- در لحظه ی $t = 0$ ، تابع موج ذره ای آزاد به جرم m با رابطه ی زیر داده می شود:

$$\psi(x, 0) = (\pi d^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{2d^2}}$$

الف) $\phi(p, 0)$ ، تابع موج در فضای تکانه در لحظه ی $t = 0$ را بیابید.

ب) $\phi(p, t)$ ، تابع موج در فضای تکانه در لحظه ی t را به دست آورید.

پ) $\psi(x, t)$ ، تابع موج در فضای مکان در لحظه ی t را به دست آورید.

ت) $\Delta P(t)$ ، عدم قطعیت تکانه ی ذره در لحظه ی t و $\Delta X(t)$ ، عدم قطعیت مکان ذره در لحظه ی t را

محاسبه کنید. نتیجه ی به دست آمده را از نظر فیزیکی تعبیر کنید.

ث) $\Delta P(t)\Delta X(t)$ را به دست آورید و با رابطه ی اصل عدم قطعیت مقایسه کنید.

۳ - تابع موج ذره ای در زمان $t = 0$ به صورت زیر داده شده است :

$$\psi(x, 0) = N \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{-|k|/k_0} e^{ikx}$$

که در آن N و k_0 ثابت اند .

الف : احتمال $P(p_1, 0)$ یعنی احتمال اینکه یک اندازه گیری تکانه که در زمان $t = 0$ انجام شود ، نتیجه ای بین $-p_1$

و p_1 بدهد چقدر است .

ب : اگر اندازه گیری در زمان t انجام شود این احتمال یعنی $P(p_1, t)$ چقدر است .