

تمرین سری هشتم مکانیک کوانتومی ۱

مهلت تحویل: شنبه ۳۰ آذر - ساعت ۱۲:۳۰ کلاس ف ۲ - و پس از آن تحویل گرفته نمی شود.
نام دستیار مربوطه را در پاسخ برگ خود حتما قید کنید.

۱ - الکترونی در حضور یک میدان مغناطیسی یکنواخت در راستای محور z ، قرار دارد. $\mathbf{B} = B\hat{z}$.

الف: جابجاگر $[\Pi_x, \Pi_y]$ را محاسبه کنید که در آن:

$$\Pi_x = p_x - \frac{eA_x}{c}, \quad \Pi_y = p_y - \frac{eA_y}{c}$$

\mathbf{A} پتانسیل برداری مغناطیسی ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$) و p تکانه الکترون است.

ب: هامیلتونی این ذره که در میدان مغناطیسی حرکت می کند را بنویسید. برای این کار کافی است در هامیلتونی بدون

میدان مغناطیسی جابجایی $p \rightarrow p - \frac{e\mathbf{A}}{c}$ را انجام دهید.

ج: با مقایسه ی این هامیلتونی و رابطه ی جابجایی بخش الف با هامیلتونی نوسانگر هماهنگ، نشان دهید ویژه مقادیر

انرژی به صورت زیر هستند:

$$E_{n,k} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \left(\frac{|eB|\hbar}{mc} \right) \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

که در آن $\hbar k$ ویژه مقدار اپراتور p_z و n یک عدد صحیح نامنفی است.

۲ - الف: رد عملگر تحول زمانی را برای نوسانگر هماهنگ محاسبه کنید، یعنی:

$$\text{tr}(U) = \text{tr}\left(e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}}\right)$$

ب: متوسط عملگر $\exp(\alpha a + \beta a^\dagger)$ را در حالت پایه ی نوسانگر هماهنگ یک بعدی بدست آورید. عملگرهای a, a^\dagger

عملگرهای نردبانی در نوسانگر هماهنگ و α, β ثابت اند.

موفق باشید.