

بنام خدا
الکترومغناطیس ۲ - نیمسال اول ۹۹ -
تمرین سری ۶
* هر سوال دارای ۱۰ نمره است.

(۱) سوال ۱۰.۲ فصل ۱۰ از مرجع اصلی درس.

(۲) سوال ۱۰.۷ فصل ۱۰ از مرجع اصلی درس.

(۳) سوال ۱۰.۱۰ فصل ۱۰ از مرجع اصلی درس.

(۴) سوال ۱۰.۱۸ فصل ۱۰ از مرجع اصلی درس.

(۵) سوال ۱۰.۲۹ فصل ۱۰ از مرجع اصلی درس.

(۶) سوال ۱۰.۳۲ فصل ۱۰ از مرجع اصلی درس.

(۷) سوال ۱۰.۳۴ فصل ۱۰ از مرجع اصلی درس.

(۸) یک ذره که دارای جرم m و بار q می باشد با سرعت غیر نسبیته $\dot{\mathbf{r}}$ در یک میدان الکترومغناطیسی در حال حرکت است؛

الف) با استفاده از رابطه نیروی لورنتس، نشان دهید معادله حرکت ذره به شکل زیر است:

$$\frac{d}{dt}(m\dot{r}_i + qA_i) = \frac{\partial}{\partial r_i}[q(\dot{r}_j A_j - \Phi)]$$

که در این رابطه Φ و \mathbf{A} به ترتیب پتانسیل نرده ای و برداری است.

ب) نشان دهید لاگرانژی این ذره را می توان به صورت زیر نوشت:

$$L = \frac{1}{2}m\dot{\mathbf{r}}^2 - q(\Phi - \dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A})$$

راهنمایی: به خاطر بیاورید که معادلات لاگرانژ برای $i = x, y, z$ این گونه است: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}_i}\right) = \left(\frac{\partial L}{\partial r_i}\right)$

ج) آیا لاگرانژی بالا تحت تبدیلات پیمانه ای در الکترومغناطیس ناورد است؟ (منظور تبدیلات رابطه ۱۰.۷ فصل ۱۰)

د) در مکانیک کلاسیک تکانه کانونیک از رابطه $p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{r}_i}$ بدست می آید. نشان دهید تکانه کانونیک به صورت زیر است:

$$\mathbf{p} = m\dot{\mathbf{r}} + q\mathbf{A}$$

و) نشان دهید همیلتونی ذره به صورت زیر داده می شود:

$$H = \frac{1}{2m}(\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\Phi$$

راهنمایی: با تعریف همیلتونی شروع کنید: $H = \mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{r}} - L$