۲۳ آبان ۱۳۹۹ دانشگاه صنعتی شریف ساعت ۱۱ صبح تا ۲:۱۵ عصر
دانشکده‌ی فیزیک

آزمون میان‌ترم درس ترمودینامیک و مکانیک آماری ۲ (آزمونِ در خانه)

توجه:

۱. نام و نام خانوادگی و شماره‌ی دانشجویی‌تان را در صفحه‌ی اول پاسخ‌نامه بنویسید.

۲. لطفاً تلاش کنید پاسخ‌ها را با خطی خوانا و نگارشی ساده بنویسید. طبیعی است که اگر پاسخی خوانا نباشد تصحیح نمی‌شود، و اعتراضی از این بابت پذیرفته‌نمی‌شود.

۳. فرض‌ها و نتیجه‌های فرعی را که در حل هر مساله به کار می‌برید به‌روشنی بیان کنید. دقت کنید که اگر لازم باشد بایستی اثبات یا دست‌کم طرح اثبات برخی از آن نتیجه‌ها را نیز بیاورید.

۴. همه‌ی مساله‌ها هم‌نمره‌اند. تنها به ۴ مساله از ۶ مساله به انتخاب خود پاسخ دهید.

۵. استفاده از کتاب‌های درسی و درس‌نامه‌ها برای یادآوری مطالب یا روابطِ اصلی آزاد است، اما نباید پاسخ مساله‌ای را از آن‌ها رونویسی یا اقتباس کرد. اگر از برخی از نتایج منابعی جز کتاب درسیِ اصلی استفاده می‌کنید، به آن‌ها ارجاعِ مناسب بدهید (مثلاً نام مرجع و شماره‌ی صفحه). فرض بر این است که در پاسخ‌نامه‌تان نتیجه‌ی تفکر، تلاش، و محاسبات خودتان را می‌نویسید، نه رونوشتی از نتایج دیگران یا حاصلِ مشورت با آن‌ها را. همه‌ی دانشجویان ملزم به رعایت کاملِ اصول حرفه‌ای و آداب شرکت در آزمون‌های غیرحضوری هستند.

۶. لطفاً نسخه‌ای الکترونیکی و تا حد ممکن کم‌حجم از پاسخ‌نامه‌تان را (به‌صورتِ تایپ‌شده یا دست‌نویسِ اِسکن‌شده‌ای در قالب یک فایلِ pdf) تا پیش از ساعت ۲:۱۵ عصر از آدرس ای‌میلِ رسمیِ دانشگاهی‌تان به آدرس ای‌میلِ من (rezakhani@sharif.edu) بفرستید.

۷. تنها یک فایل از هر دانشجو پذیرفته می‌شود. لطفاً پاسخ‌نامه‌تان را چند بار نفرستید.

۸. در برنامه‌ریزیِ زمانی برای آماده کردن و فرستادن فایل پاسخ‌نامه‌ها پیش‌بینی‌های لازم را بکنید تا مشکلاتِ تکنیکیِ احتمالی منجر به تاخیر نشود. در پنج دقیقه‌ی اولِ تاخیر پنج درصد و در ده دقیقه‌ی بعدی پانزده درصد از نمره‌ی کلِ این آزمون به‌عنوان جریمه کسر می‌شود. تاخیرِ بیش از پانزده دقیقه نیز به معنیِ تحویل ندادنِ برگه‌ی پاسخ‌نامه در نظر گرفته‌می‌شود.

۹. موفق باشید.

---

1. Consider a system with the 2-dimensional phase space (q, p), position and momentum, with the dynamical equation $\dot{p} = \alpha$ and $\dot{q} = 1$, with the boundary conditions $0 \leqslant q, p \leqslant 1$. Is this system ergodic? Here dot denotes time derivative and α is a constant.

---

2. Consider a system of volume V and N particles at thermal equilibrium with a very large reservoir of temperature T. This composite system is isolated from the rest of the universe.

(i) Obtain an expression for the probability distribution $P(E)$ for the system to have energy E in term of $\Omega(E)$, the number of microstates of the system compatible with energy E.

(ii) Write the system partition function $Z(E, N, V)$ in terms of $\Omega(E)$.

(iii) Let $\Omega(E) = aE^f$, where a is a constant and $f = O(N)$ is the number of the degrees of freedom of the system. Approximate $P(E)$ with a Gaussian function around its maximum point. Find the *relative* width of this distribution and thence argue that the canonical probability distribution $P(E)$ is sharply peaked around its maximum.

---

3. An atom in a solid has two energy levels: a ground state of energy e_1 with degeneracy g_1 and an excited state of $e_2 = e_1 + \Delta$ with degeneracy g_2. (Reminder: Degeneracy means the number of repetitions of an energy level.)

(i) Compute the partition function of a single atom Z_{atom}.

(ii) Compute the heat capacity associated to an atom.

(iii) Now consider an N-particle (monoatomic) gas of such atoms. Compute the partition function and the heat capacity.

---

4. Consider a box of volume V containing N identical non-interacting classical harmonic oscillators at equilibrium with a thermal bath of temperature T. In both microcanonical and canonical ensembles calculate entropy of the system.

---

5. State the Poincaré recurrence theorem clearly and prove it. In addition, give an intuitive argument that why in typical thermodynamical systems such a recurrence is almost never observed. (Or yet better, through a simple example give an estimate for the recurrence time.)

---

6. Assume that we have N diatomic molecules attached to the flat surface of a horizontal metallic layer of temperature T. Each molecule can be in a vertical state (in the z direction) or a horizontal state (in either of x or y directions). Let the energy of each horizontal and vertical molecule be $e_0 > 0$ and 0, respectively.

Obtain $\Omega(E, N)$, the number of microstates corresponding to a macrostate of energy E, $S(E, N)$, entropy of the system, and $C(T, N)$, heat capacity of the system.