۳۰ تیر ۱۳۹۹ دانشگاه صنعتی شریف ساعت ۱۲:۰۰ ظهر تا ۴:۱۵ عصر

دانشکده فیزیک

مساله‌های امتیازی درس ترمودینامیک و مکانیک آماری ۱

توجه:

۱. نام و نام خانوادگی و شماره‌ی دانشجویی‌تان را در برگه‌ی اول پاسخ‌نامه بنویسید.

۲. پاسخ‌ها را با خطی خوانا و نگارشی ساده بنویسید. طبیعی است که اگر پاسخی خوانا نباشد تصحیح نمی‌شود، و اعتراضی از این بابت پذیرفته نمی‌شود.

۳. فرض‌ها و نتیجه‌های فرعی را که در حل هر مساله به‌کار می‌برید به‌روشنی بیان کنید. به‌جز نتیجه‌هایی که در متنِ درسیِ کتابِ اصلی یا درس‌نامه‌های این کلاس آمده‌است، هر نتیجه یا رابطه‌ای را که به‌کار می‌برید اثبات کنید.

۴. این مساله‌ها امتیازی‌اند. یعنی پاسخ‌دادن به آن‌ها برای دانشجویان ضروری نیست، مگر این‌که علاقه‌مند باشید حداکثر ۲ نمره‌ی اضافی بگیرید.

۵. همه‌ی مساله‌ها هم‌نمره‌اند. تنها به ۴ مساله به‌انتخابِ خود پاسخ دهید.

۶. استفاده از کتاب‌های درسی و درس‌نامه‌ها برای یادآوری مطالب یا روابطِ اصلی آزاد است، اما نباید پاسخ مساله‌ای را از آن‌ها رونویسی یا برداشت کرد. اگر از برخی از نتایجِ منابعی جز کتاب درسیِ اصلی استفاده می‌کنید، به آن‌ها ارجاعِ مناسب بدهید. فرض بر این است که در پاسخ‌نامه‌تان نتیجه‌ی تلاش فکری، نوآوری، و محاسباتِ خودتان را می‌نویسید، نه رونوشتی از نتایجِ دیگران یا حاصلِ مشورت با آن‌ها را. تاکید می‌شود که دانشجویان ملزم به رعایت اصول حرفه‌ای و آداب شرکت در آزمون‌های غیرحضوری (که دانشگاه آن‌ها را اعلام کرده) هستند.

۷. نسخه‌ای الکترونیکی و (تا حد ممکن) کم‌حجم از پاسخ‌نامه‌تان را به‌صورتِ تایپ‌شده یا دست‌نویسِ دیجیتالی یا اِسکن‌شده در قالب یک فایلِ pdf از آدرس ای‌میلِ رسمیِ دانشگاهی‌تان به آدرس ای‌میلِ من (rezakhani_AT_sharif.edu) بفرستید.

۸. تنها یک فایل از هر دانشجو پذیرفته می‌شود. لطفاً پاسخ‌نامه‌تان را چند بار یا از آدرسِ ای‌میلِ دیگران نفرستید.

۹. در برنامه‌ریزیِ زمانی برای آماده کردن فایلِ پاسخ‌نامه‌ها پیش‌بینی‌های لازم را بکنید تا مشکلاتِ تکنیکیِ احتمالی منجر به دیرکرد در فرستادنِ پاسخ‌نامه نشود. در ۱۰ دقیقه‌ی اولِ دیرکرد ۵ درصد و در ۱۰ دقیقه‌ی بعدی ۱۵ درصد از نمره‌ی کلِ این آزمون به‌عنوان جریمه کم می‌شود. دیرکردِ بیش از ۲۰ دقیقه نیز برابر با تحویل ندادنِ برگه‌ی پاسخ‌نامه در نظر گرفته‌می‌شود.

۱۰. موفق باشید.

1.

A mass m of ice at temperature T_1 is added to an equal mass of water at T_2 and the mixture is allowed to reach equilibrium. Prove that the change in entropy of the universe is

$$m\left[c_p^{\mathrm{I}} \ln \frac{T_{\mathrm{i}}}{T_1} + \frac{L}{T_{\mathrm{i}}} + c_p^{\mathrm{W}} \ln \left(\frac{T_3^2}{T_{\mathrm{i}} T_2}\right)\right]$$

where c_p^{I} and c_p^{W} are the heat capacities of ice and water respectively (assumed constant), L is the latent heat of fusion of ice at 273 K, T_{i} is the melting point of ice and T_3 is defined by

$$2c_p^{\mathrm{W}} T_3 = T_{\mathrm{i}}(c_p^{\mathrm{W}} - c_p^{\mathrm{I}}) + T_2 c_p^{\mathrm{W}} + T_1 c_p^{\mathrm{I}} - L.$$

What is the significance of T_3 in this result?

2.

Two streams of incompressible fluids have initial temperatures T_i, mass flow rates m_i and constant specific heat capacities c_i. Show that the maximum power that could be obtained by operating a heat engine between the streams is

$$\alpha_1 T_1 + \alpha_2 T_2 - (\alpha_1 + \alpha_2) T_1^{\alpha_1/(\alpha_1+\alpha_2)} T_2^{\alpha_2/(\alpha_1+\alpha_2)}$$

where

$$\alpha_i = m_i c_i.$$

3.

In a four-stroke internal combustion engine, the fuel and air mixture is drawn into the cylinder at a temperature T_1 and compressed adiabatically to its burning temperature T_2. It then burns and expands at such a rate that the temperature is steady during the working stroke. At the end of the working stroke, the exhaust valve opens and the burnt gas is swept out. Assuming that throughout the cycle the mixture behaves like a constant mass of perfect gas, show that the efficiency cannot be greater than that of the corresponding three-sided reversible cycle, and prove that the latter is given by

$$\eta = 1 - \frac{1 - T_1/T_2}{\ln(T_2/T_1)}.$$

4.

Show that the efficiencies of the three Carnot engines, operating between the three reservoirs as illustrated in Fig. D.2 are

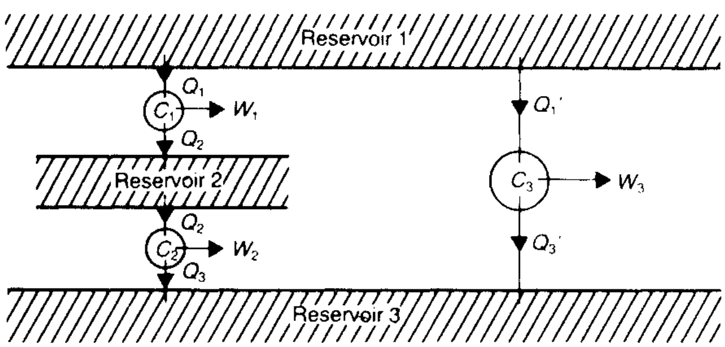

Figure D.2

related as

$$\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2$$

5.

A gas cools from a temperature T to the temperature T_0 of the surroundings. There is no change between the initial and final volumes, $\Delta V = 0$, but the volume may *vary* during the process and so the gas may perform work. This is indicated in Fig. D.7. Show that the maximum amount of work obtainable from the gas is

$$W_{\max} = C_V(T - T_0) + C_V T_0 \ln T_0/T$$

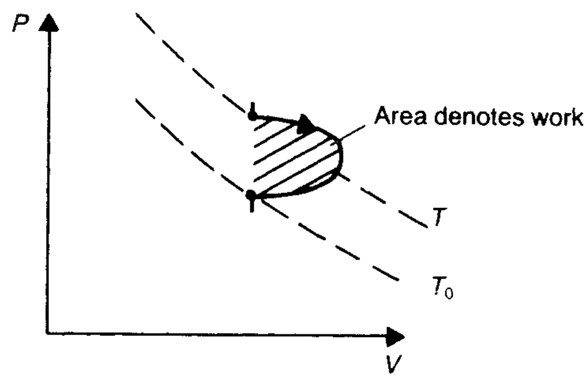

Figure D.7

6.

Thermal radiation is enclosed in a cavity of volume V. Show that the entropy associated with this radiation is

$$S = \frac{16\sigma T^3 V}{3c} + \text{a constant}$$

Hence, or otherwise, show that if the radiation field is expanded isentropically,

$$PV^{4/3} = \text{a constant}$$

where P is the radiation pressure and the other symbols have their usual meanings. This result is important in astrophysics. (Hint: Use $\mathrm{d}S = (\mathrm{d}U + P\,\mathrm{d}V)/T$.)
