

## تمرین های درس ریاضی فیزیک پیشرفته - سری دوم

وحیدکریمی پور- دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف

نیمسال اول ۹۸-۹۹ (نیمسال کرونایی)

۶ فروردین ۱۳۹۹

---

■ موعده تحویل: ۱۰ فروردین ماه ۱۳۹۹.

---

سوال اول:  $(M, d)$  یک فضای متریک و  $A \subset M$  یک زیرمجموعه آن است. نشان دهید که

الف:  $A^\circ$  بزرگترین زیرمجموعه باز از  $A$  است.

ب:  $\overline{A}$  کوچکترین مجموعه بسته ای است که  $A$  را شامل می شود.

---

سوال دوم:  $(M, d)$  یک فضای متریک است. نشان دهید که اگر  $A \subset M$  یک مجموعه فشرده باشد، آنگاه هر پوشش باز از  $A$  یک زیرپوشش متناهی از  $A$  را در خود دارد.

---

سوال سوم:  $(M, d)$  و  $(N, d')$  دو فضای متریک هستند و  $f : (M, d) \rightarrow (N, d')$  یک تابع پیوسته است. نشان دهید که در این صورت به ازای هر مجموعه باز  $U \subset N$ ،  $f^{-1}(U)$  یک زیر مجموعه باز در  $M$  است. با ذکر یک مثال نقض نشان دهید که برای تابع غیر پیوسته این خاصیت الزاما برقرار نیست.

---

سوال چهارم: همربختی های زیر را به صورت دقیق نشان دهید:

$$(a, b) \sim R, \quad (-1, 1) \times (-1, 1) \sim R^2, \quad (1)$$

---

سوال پنجم: با استفاده از آنچه که در باره مشخصه اویلر می دانید ثابت کنید که تنها پنج تا چندوجهی منتظم وجود دارد. مشخصات هر کدام از چندوجهی ها (تعداد راس ها، اضلاع، وجه ها و زوایه بین اضلاع مجاور را تعیین کنید).

---

سوال ششم: دو مثال از سطوح دوبعدی ارائه دهید که بایکدیگر همربخت نیستند ولی مشخصه اویلر آنها یکسان است.

---

سوال هفتم: فرض کنید که  $X = \{1, 1/2, 1/3, \dots, 1/n, \dots\} \subset \mathbb{R}$ . مجموعه های زیر را حساب کنید:

$$\overline{X}, \quad X^\circ, \quad \partial X, \quad \partial X^\circ, \quad \partial(X \times X), \quad \overline{X \times X}. \quad (۲)$$