

## تمرین های درس ریاضی فیزیک پیشرفته - سری چهارم

وحیدکریمی پور- دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف

نیمسال اول ۹۸-۹۹ (نیمسال کرونایی)- موعده تحویل: ۲۰ اردیبهشت ماه ۱۳۹۹

۶ اردیبهشت ۱۳۹۹

---

سوال اول: فضای برداری  $R^3$  را در نظر بگیرید. یک زیر فضای یک بعدی از این فضا را در نظر بگیرید. این زیر فضا را با  $R^1$  نمایش می دهیم. یک رابطه هم ارزی به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$\mathbf{x} \sim \mathbf{y} \in R^3 \quad \text{if} \quad \mathbf{x} - \mathbf{y} \in R^1. \quad (1)$$

نشان دهید که  $R^3/R^1$  یک فضای دوبعدی است. هم چنین یک زیر فضای دوبعدی از این فضا را در نظر بگیرید که آن را با  $R^2$  نشان می دهیم. با تعریف مشابه نشان دهید که  $R^3/R^2$  یک فضای برداری یک بعدی است. این تناظرها را به شکل خیلی ملموس در فضای سه بعدی دکارتی نشان دهید.

---

سوال دوم: با در نظر گرفتن ساده ترین مثلث بندی برای نوار موبیوس، گروه های همولوژی آن را بدست بیاورید یعنی گروه های زیر را:

$$H_0(\text{Mobius}), \quad H_1(\text{Mobius}), \quad H_2(\text{Mobius}). \quad (2)$$

---

سوال سوم : با انجام ساده ترین مثلث بندی گروه های همولوژی یک کره توپر (یعنی دیسک سه بعدی یا  $D_3$ ) را بدست آورید یعنی گروه های زیر را :

$$H_0(D_3), \quad H_1(D_3), \quad H_2(D_3), \quad H_3(D_3). \quad (3)$$

---

سوال چهارم : کلی ترین سطح دوبعدی جهت پذیر که دارای مرز باشد، یک کره است که دارای  $g$  دسته و  $q$  سوراخ است. منظور این است که کلی ترین سطح دوبعدی جهت پذیر یک چنبره با جنس  $g$  است که در  $q$  نقطه آن دایره هایی از چنبره بریده شده اند. گروه های همولوژی این سطح را بدست آورید. مشخصه اوایلر آن را نیز محاسبه کنید.

---

سوال پنجم: گروه های همولوژی فضای  $RP^2$  را حساب کنید.

---

سوال ششم: گروه های همولوژی بطری کلاین را محاسبه کنید.