

تمرینات سری سوم - درس ریاضی فیزیک پیشرفته

گروه های همولوژی

موعد تحویل پاسخ ها: ۳۰ فروردین ماه ۱۳۹۳

دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف

درصد نمره از نمره نهایی: ۴ نمره از ۲۰ نمره

۱۶ فروردین ۱۳۹۳

سوال اول: فضای برداری R^3 را در نظر بگیرید. یک زیر فضای یک بعدی از این فضا را در نظر بگیرید. این زیر فضا را با R^1 نمایش می دهیم. یک رابطه هم ارزی به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$x \sim y \in R^3 \quad \text{if} \quad x - y \in R^1. \quad (1)$$

نشان دهید که R^3/R^1 یک فضای دوبعدی است.

هم چنین یک زیر فضای دوبعدی از این فضا را در نظر بگیرید که آن را با R^2 نشان می دهیم. با تعریف مشابه نشان دهید که R^3/R^2 یک فضای برداری یک بعدی است. این تناظر ها را به شکل خیلی ملموس در فضای سه بعدی دکارتی نشان دهید.

سوال دوم : با در نظر گرفتن ساده ترین مثلث بندی برای نوار موبیوس ، گروه های همولوژی آن را بدست بیاورید یعنی گروه های زیر را:

$$H_0(Mobius), \quad H_1(Mobius), \quad H_2(Mobius). \quad (2)$$

سوال سوم : با انجام ساده ترین مثلث بندی گروه های همولوژی یک کره توپر (یعنی دیسک سه بعدی یا D_3) را بدست آورید یعنی گروه های زیر را :

$$H_0(D_3), \quad H_1(D_3), \quad H_2(D_3), \quad H_3(D_3). \quad (3)$$

سوال چهارم :

کلی ترین سطح دوبعدی جهت پذیریک کره است که دارای g دسته و q سوراخ است. منظور این است که کلی ترین سطح دوبعدی جهت پذیریک چنبره با جینس g است که در q نقطه آن دایره هایی از چنبره بریده شده اند. گروه های همولوژی این سطح را بدست آورید. مشخصه اوپلر آن را نیز محاسبه کنید.