

## مسایل سری چهارم - درس اطلاعات کوانتومی

وحیدکریمی پور- دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف

۸ اردیبهشت ۱۴۰۰

---

تنها حل مسایلی را که با سه ستاره مشخص شده اند در موعد تعیین شده تحویل دهید.

---

■ احتمالات وقوع حرف ها به صورت زیر است:

$$P(A) = 0.49, \quad P(B) = 0.21, \quad P(C) = 0.21, \quad P(D) = 0.09, \quad (۱)$$

مقدار آنتروپی شانون برای این منبع چقدر است.

■ \*\*\* منبعی را در نظر بگیرید که دو حرف  $A$  و  $B$  را با احتمالات  $1 - p$  و  $p$  صادر می کند. آنتروپی شانون برای این منبع با تقریب

خوب برابر است با  $-p \log_2 p$ . یک نحوه کد گذاری پیشنهاد کنید که این مقدار آنتروپی را پدید آورد.

■ \*\*\* یک کانال سه حرف ورودی  $(a_1, a_2, a_3)$  و سه حرف خروجی  $(b_1, b_2, b_3)$  دارد. احتمالات غیر صفر در کانال عبارت اند از:

$$\begin{aligned} P(b_1|a_1) &= 1 \\ P(b_1|a_2) &= P(b_3|a_3) = 1 - q \\ P(b_2|a_3) &= P(b_3|a_2) = q. \end{aligned} \quad (۲)$$

الف: ظرفیت این کانال را حساب کنید.

ب: توضیح دهید چگونه می توان برای هر کدام از حالات  $q = 0$ ,  $q = \frac{1}{2}$ ,  $q = 1$  به این مقدار ظرفیت دست یافت.

\*\*\* برای یک کانال لازم نیست که تعداد حروف ورودی و خروجی یکسان باشد. کانالی در نظر بگیرید با احتمالات زیر:

$$\begin{aligned} P(b_1|a_1) &= P(b_2|a_1) = \frac{1}{3} \\ P(b_3|a_2) &= P(b_4|a_2) = \frac{1}{3} \\ P(b_3|a_1) &= P(b_4|a_1) = \frac{1}{6} \\ P(b_1|a_2) &= P(b_2|a_2) = \frac{1}{6}. \end{aligned} \quad (3)$$

ظرفیت این کانال را حساب کنید.

\*\*\* یک پیام از بلوک های هفت تایی 0 و 1 تشکیل شده است. یک کانال به ترتیب زیر در این پیام خطا ایجاد می کند. با احتمال  $\frac{1}{8}$  هیچ خطایی در بلوک ایجاد نمی شود و با احتمال  $\frac{7}{8}$  نیز تنها یک خطا در بلوک ایجاد می شود. این خطا به طور مساوی در بیت های یک

بلوک پخش می شود.

الف- ظرفیت این کانال را حساب کنید.

ب- یک شیوه کدگذاری پیشنهاد کنید که این ظرفیت کانال را تولید کند.

با استفاده از کد همینگ  $[7, 4, 3]$  رشته های زیر دریافت شده اند:

$$\begin{aligned} (a) & 1110000 \\ (b) & 1000101 \\ (c) & 0100110 \\ (d) & 0110010. \end{aligned} \quad (4)$$

کلمات چهارحرفی اولیه را که با این کد تولید شده اند تعیین کنید.

دو مهره تاس در نظر بگیرید که یکی کاملاً متوازن و دیگری نامتوازن و دارای احتمالات زیر است:

$$P(1) = P(2) = \dots = P(5) = \frac{3}{20}, \quad P(6) = \frac{1}{4}. \quad (5)$$

می خواهیم با ریختن این مهره ها بفهمیم که کدامیک متوازن است و کدام یک نیست. تعداد دفعاتی را که لازم است هر کدام از مهره ها را بریزیم حساب کنید تا:

الف- بتوانیم با احتمال بیشتر از 0.999999 مهره متوازن را به درستی تشخیص دهیم.

ب- بتوانیم با احتمال بیشتر از 0.999999 مهره نا متوازن را به درستی تشخیص دهیم.