رایانش و اطلاعات کوانتومی

وحید کریمی پور، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

۲۰ مهر ۱۳۹۳

ا

۱ مقدمه

در پنجاه سال گذشته فیزیک اتمی – مولکولی – اپتیکی [۱] دچار یک جهش بی سابقه شده است. در این مدت در بسیاری از شاخص های تجربی مثل پایین ترین دمای قابل دسترسی، دقت اندازه گیری خطوط طیفی و هم چنین شدت پالس های لیزری و کوتاهی زمان این پالس ها ۱۰ مرتبه بزرگی پیشرفت حاصل شده است. اکنون می توانیم به دماهای نانو کلوین دست پیدا کنیم . این بدین معناست که می توانیم سرعت متوسط اتم ها را در یک گاز از حدود ۱۰۰ متر بر ثانیه به حدود یک میلی متر در ثانیه کاهش دهیم که در واقع مثل این است که اتم ها را به حالت سکون درآوریم. می توانیم سقوط اتم ها را در میدان گرانش مشاهده کنیم. می توانیم فرکانس حاصل از جابجایی های اتمی را با دقت 1 در 10^{17} اندازه بگیریم که به این معناست که می توانیم خطوط طیفی اتم ها را با این دقت مشخص کنیم. هم چنین می توانیم فرکانس نور تابیده به اتم ها را با این دقت تنظیم کنیم که به این معناست که می توانیم عملا تمام ترازهای دیگر اتمی را به جز آنهایی را که می خواهیم غیرفعال کنیم. به این ترتیب می توانیم یک اتم دو یا چند ترازی درست کنیم. هم چنین می توانیم پالس های لیزری را با شدت 10^{12} ولت بر متر و در زمان کوتاهی به اندازه 10^{-18} ثانیه تولید کنیم. ساعت های اتمی جدید دقت هایی در حدود یک ثانیه در سیصد میلون سال دارند. چنین ساعت هایی آنقدر دقیق اند که حتی اگر فقط سی سانتی متر از سطح زمان جابجا شوند میزان کندشدگی آنها در اثر میدان گرانش نسبتی قابل اندازه گیری است. امروزه فناوری نانو مقیاس این امکان را به ما می دهد که اتم های منفرد را مثل توپ های پینگ پنگ جابجا کنیم و از ان ها عکس برداری کنیم و لایه هایی

[۱] Atomic-Molecular-Optical (AMO) Physics

با ضخامت های دلخواه از این اتم ها تهیه کنیم. حتی می توانیم در آزمایشگاه لایه هایی به ضخامت یک اتم تهیه کنیم و انواع خواص اپتیکی، حرارتی، مکانیکی و الکتریکی این لایه ها را اندازه گیری کنیم. اما این تازه ابتدای راه است . آنچه که مهندسی کوانتومی [۲] نامیده می شود به معنای این است که اتم ها به عنوان موجودات کوانتومی منفرد دستکاری و کنترل می شوند به این معنا که حالت کوانتومی آنها به صورت کنترل شده و برای مقاصد معین دستکاری می شود. می توان اتمی را که در حالت پایه است به یک حالت معین و مشخص و یا حتی به یک برهم نهی از حالت های مشخص برد این امر اصطلاحا به این معناست که می توان یک گیت کوانتومی یک کیوبیتی [۳] را بر یک اتم اعمال کرد. . می توان حتی حالت یک اتم معین را بسته به حالت اتم دیگری که در نزدیکی آن است تغییر داد. به عبارت دیگر می توان گیت های دو کیوبیتی [۴] را روی اتم ها اثر داد. همه این ها به این معنی است که قرن بیست و یکم قرنی است که در آن خواهیم توانست حالت های کوانتومی اتم های منفرد را کنترل کنیم و از این توانایی نه تنها برای مقاصد فناوری که گستره آن هنوز روشن نیست بلکه برای فهم مرزها و محدودیت های مکانیک کوانتومی استفاده کنیم. مکانیک کوانتومی به عنوان یکی از دو نظریه بنیادی و انقلابی قرن بیستم به مدت بیش از یک قرن از تمامی آزمایش های گوناگون پیروز بیرون آمده است ولی اغلب این آزمایش ها ناظر به رفتار انبوهه ای از اتم ها و فوتون ها و الکترون ها بوده اند. ملاک پذیرش عمومی این نظریه که همه اذعان دارند یک نظریه ناکامل است تا کنون کارآمد بودن آن در توصیف پدیده های میکروسکوپی بوده است. با انجام آزمایش بر روی اتم های منفرد دیر نخواهد بود که محدودیت های مکانیک کوانتومی آشکار شوند. مثل هر انقلاب علمی دیگری این محدودیت ها نه با بحث و تعمق تنها در بنیادهای یک نظریه بلکه در مواجهه با آزمایش و مشاهده آشکار خواهند شد. در آن هنگام خواهد بود که راه برای تدوین نظریه های کامل تر و جامع تر از مکانیک کوانتومی فراهم خواهد شد. شناخت عمیق تر ما از فیزیک کوانتومی هم چنین باعث یک تحول بنیادی در تمامی نظریه های میدان و ذرات بنیادی که همگی بر مکانیک کوانتومی مبتنی هستند خواهد شد. این تحول نگاه ما را نیز به نظریه های گرانش کوانتومی به کلی تغییر خواهد داد.

در این درس ما با محدوده کوچکی از تحولات بیست سال اخیر در مکانیک کوانتومی آشنا خواهیم شد. این تحولات عموما ناظر به رایانش کوانتومی، اطلاعات کوانتومی و شبیه سازی کوانتومی خواهند بود. ولی مفاهیم و روش هایی که در این درس با آنها آشنا خواهیم شد برای درک تحولات آتی مکانیک کوانتومی در همه زمینه های فوق مفید و موثر خواهند بود.

---

[۲] Quantum Engineering

[۳] One-Qubit Quantum Gate

[۴] Two-Qubit Quantum Gate

۲ رایانش کوانتومی

۱.۲ محدودیت های رایانش کلاسیک

در کنگره ریاضیدانان در سال ۱۹۰۰ دیوید هیلبرت ۲۳ مسئله مهم را بیان کرد که در واقع نقشه راهی بود برای ریاضیدانان در قرن بیستم. در این میان مسئله دهم هیلبرت جایگاه ویژه ای دارد چرا که تلاش برای حل آن توسط آلن تورینگ [۵] ریاضیدان انگلیسی منجر به ابداع نظریه رایانش کلاسیک شد. نظریه ای که یک دهه قبل از ظهور اولین رایانه ها و ماشین های محاسبه پدید آمد و اهمیت آن در این است که خیلی پیش از ساخت اولین کامپیوترها نشان داد که کامپیوترها چه نوع مسائلی را هرگز نخواهند توانست حل کنند. برای بیان مسئله دهم هیلبرت نخست می بایست به مفهوم آلگوریتم توجه کنیم . اگرچه این کلمه در متن مسئله دهم به کار نرفته ولی مفهوم آن در این مسئله وجود دارد. می دانیم که برای بسیاری از مسائل ریاضیات ما از یک سلسله مراحل مکانیکی ساده استفاده می کنیم بدون این که نیازی داشته باشیم در هر مرحله به روش حل مسئله و درستی آن فکر کنیم. به عنوان مثال ضرب کردن دو عدد چند رقمی را مطابق با یک آلگوریتم انجام می دهیم و تکرار مراحل این آلگوریتم ما را قادر می سازد که اعداد چند صدرقمی را نیز براحتی در یکدیگر ضرب کنیم. این که این آلگوریتم را چه نوع ماشینی انجام می دهد اهمیت ندارد. ماشین محاسبه می تواند یک چرتکه قدیمی یا یک ماشین مکانیکی یا الکتریکی یا یک ماشین حساب مدرن امروزی باشد. آنچه که مسلم است این است که یک مسئله دشوار ریاضی به تکرار یک مجموعه دستورالعمل های مشخص فروکاسته شده است. برای تقسیم اعداد بر یکدیگر، برای یافتن بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ، برای یافتن معکوس یک ماتریس و نظایر آن و برای ده ها و صدها مسئله دیگر در حوزه های مختلف ریاضیات از آلگوریتم های خاص استفاده می کنیم. وجود این آلگوریتم ها در واقع به ما این امکان را می دهد که این نوع مسائل را که به کمک یک ماشین که این مراحل مکانیکی را تندتر از ما انجام می دهد، حل کنیم. حال سوال می کنیم که آیا می توان برای یافتن حل های صحیح از یک معادله مثل $x^2 + y^2 = z^2$ نیز از یک آلگوریتم استفاده کرد؟ برای معادله $x^3 + y^3 = z^3$ چطور؟ آیا اصلا می توان مسئله وجود یا عدم وجود حل های صحیح از این معادلات را به یک آلگوریتم سپرد؟ این نوع معادلات یعنی معادلات چندجمله ای با ضرایب صحیح مثل $x^3 + y^4 + z^2 + w = 0$ معادلات دیوفانتی [۶] خوانده می شوند و مسئله دهم هیلبرت دقیقا طرح این سوال بود که آیا آلگوریتمی برای یافتن پاسخ به این سوالها وجود دارد یا خیر؟ بیان خود هیلبرت که در آن کلمه آلگوریتم به کار نرفته چنین است:

> To devise a process according to which it can be determined in a finite number of operations whether the equation is solvable in rational integers.

[۵] Alan Turing

[۶] Diophantine Equations

برای پاسخ به این سوال بود که آلن تورینگ [۷] مفهوم ماشین تورینگ را به عنوان ماشینی انتزاعی برای محاسبه آلگوریتمی ابداع کرد. در درس های آینده با ماشین تورینگ آشنایی دقیق تری پیدا خواهیم کرد، برای ادامه بحث دراینجا کافی است که بدانیم ماشین عمومی تورینگ [۸] در واقع مدل نظری ماشین قابل برنامه نویسی است . به این ترتیب وی نه تنها مبانی نظری علم رایانش را بنا نهاد بلکه نشان داد که این ماشین می تواند هر نوع ماشین محاسبه دیگری را نیز شبیه سازی کند. به بیان دیگر هر نوع مسئله ای که بر روی هر نوع ماشین محاسبه ای قابل حل باشد، توسط ماشین تورینگ نیز قابل حل است. ماحصل کار تورینگ این بود که وی ثابت کرد پاسخ سوال هیلبرت منفی است و مسئله معادلات دیوفانتی را نمی توان به صورت آلگوریتمی حل کرد. البته نظریه تورینگ و قضیه مشهور او به نام قضیه اتمام [۹] نتایج وسیع تری در بر دارد. برای فهم این قضیه می توانیم سوال زیر را به زبان امروزی طرح کنیم.

سوال: آیا می توانیم کامپیوتری طراحی کنیم که ورودی اش یک برنامه کامپیوتری دلخواه باشد و خروجی اش این باشد که آن برنامه اشکال دارد یا بدون اشکال است؟

به بیان دیگر این کامپیوتر می تواند نقص منطقی یا سازگاری منطقی همه برنامه های دیگر را بیازماید. اگر چنین کامپیوتری وجود داشته باشد به این معناست که تفکر منطقی و استدلال منطقی را نیز می توان به صورت آلگوریتمی انجام داد. تورینگ نشان داد که چنین کامپیوتری نمی تواند وجود داشته باشد زیرا وجود آن مستلزم یک تناقض منطقی است. این تناقض را وی نه به صورت کلامی بلکه به صورت ریاضی نشان داد. این قضیه معادل یک قضیه مهم دیگر در مبانی ریاضیات و منطق است که به قضیه گودل [۱۰] مشهور است. بنابراین قضیه در هر دستگاه اصل موضوعی در باره اعداد صحیح در ریاضیات، همواره قضایایی وجود خواهند داشت که اگر چه می دانیم درست هستند ولی با استفاده از آن اصول موضوع قابل رد یا اثبات نیستند.

در طول بیش از ۸۰ سال که از ابداع نظریه محاسبه می گذرد این اعتقاد عمومی تقویت شده است که هیچ ماشین محاسبه ای قوی تر از ماشین تورینگ نیست. به عبارت دیگر هر ماشین محاسبه ای که ساخته شود، مستقل از این که از چه نوع سازوکاری فیزیکی پیروی کند، توسط ماشین تورینگ قابل شبیه سازی است. این نظر یا تز که به نام تز چرچ –تورینگ [۱۱] شناخته می شود در واقع محدوده قوانین فیزیک را به نظریه محاسبه

[۷] Alan Turing

[۸] Universal Turing Machine

[۹] Halting Problem

[۱۰] Godel Theorem

[۱۱] Church-Turing Thesis

پیوند می دهد به این معنا که قوانین فیزیک قادر نیستند ماشینی بسازند که توانایی محاسبه اش از ماشین نظری تورینگ بیشتر باشد.

مسئله مهمی که پیش می آید این است که آیا اگر محدوده قوانین فیزیکی را که تا کنون ماشین های محاسبه با آن ساخته شده اند و در نتیجه تز چرچ–تورینگ را معتبر ساخته اند به فیزیک کوانتومی گسترش دهیم آیا تز چرچ تورینگ بازهم معتبر باقی خواهد ماند یا خیر؟ آیا یک ماشین که بر اساس مکانیک کوانتومی کار می کند، یک ماشین تورینگ کوانتومی ، توانایی اش از یک ماشین تورینگ بیشتر است؟ آیا چنین ماشینی می تواند قضیه اتمام را نقض کند؟ آیا چنین ماشینی می تواند سازگاری منطقی برنامه های دیگر را بیازماید؟ آیا چنین ماشینی می تواند استدلال منطقی را نیز به صورت آلگوریتمی درآورد؟ خوشبختانه پاسخ این سوال منفی است. یعنی می توان نشان داد که تز چرچ – تورینگ هم چنان و با وجود مکانیک کوانتومی معتبر باقی خواهد ماند. خوشبختانه از این نظر، که هنوز فضای بازی برای نوع استدلال و تفکری که قابل پیاده شدن در یک کامپیوتر نباشد، وجود دارد، چرا که در غیر این صورت مثل این است که هیچ جایی برای تفکر و خلاقیت هوش انسانی وجود نخواهد داشت.

ماشین تورینگ البته یک مدل نظری محاسبه است . در عمل مدل های گوناگونی می توانند محاسبه و رایانش را انجام دهند. رایج ترین مدل محاسبه مدل مداری است که در آن داده ها در رشته ای از بیت های کلاسیک 0 و 1 ذخیره می شوند و مدارهای منطقی کلاسیکی که از گیت های کلاسیک ساخته شده اند این داده ها را پردازش می کنند. این مدارهای منطقی می توانند توابع قابل محاسبه را با ترکیبی از گیت های منطقی AND و OR و NOT محاسبه کنند. یک بیت کلاسیک می تواند تنها در یکی از دو حالت 0 و 1 قرار بگیرد و حال آنکه بیت کوانتومی یا کیوبیت [۱۲] می تواند در ترکیبی از این دو حالت نیز قرار گیرد. یک حافظه کوانتومی شامل n کیوبیت می تواند در ترکیبی خطی از 2^n حالت مختلف قرار بگیرد. به عنوان مثال فرض کنید که بتوانیم از اسپین یک هسته به عنوان یک کیوبیت استفاده کنیم و بتوانیم یک کامپیوتر کوانتومی بسازیم که تنها ۱۰۰۰ تا اسپین را به عنوان کیوبیت استفاده می کند. در این صورت یک حالت کلی از این ۱۰۰۰ اسپین حالتی است که در یک فضای بسیار بسیار بزرگ 2^{1000} قرار دارد. حالت این کامپیوتر در هر زمان ترکیبی خطی از این تعداد حالت محاسباتی است. این ویژگی که از آن به خاصیت توازی کوانتومی [۱۳] یاد می شود کامپیوتر کوانتومی را قادر می کند که همزمان یک تابع را برای تعداد نمایی از متغیرها محاسبه کند. این قابلیت کامپیوترهای کوانتومی آنها را قادر می کند که مسائلی را بتوانند حل کنند که حل آنها برای کامپیوترهای کلاسیک زمان بسیار زیادی خواهد برد. مشهورترین این مسائل، مسئله تجزیه یک عدد به عامل های اول آن است. امروزه می دانیم که با بهترین آلگوریتم های کلاسیک اگر بخواهیم اعداد ۵۰۰ رقمی را با قوی ترین کامپیوترهای موجود حل کنیم، به زمانی از مرتبه میلیون ها سال نیاز داریم. اما نشان داده شده که آلگوریتم های

[۱۲] Qubit

[۱۳] Quantum Parallelism

کوانتومی که روی کامپیوترهای کوانتومی پیاده سازی می شوند، می توانند این مسئله را در زمان خیلی خیلی کوتاه تری حل کنند. یکی از اهداف این درس این است که به طور دقیق بفهمیم این کار به چه صورت انجام می شود.

۳ مبادله کوانتومی اطلاعات

برهم نهی حالت ها اگرچه یکی از ویژگی های سیستم های کوانتومی است ولی ویژگی ای نیست که تنها مختص سیستم های کوانتومی باشد. مثلا نور و امواج الکترومغناطیسی نیز از این ویژگی برخوردارند. یک باریکه نور می تواند دارای قطبش خطی در راستای افقی یا عمودی و یا ترکیبی از هر دو راستا باشد. بنابراین باریکه نور کلاسیک از خود خاصیت برهم نهی نشان می دهد. اما آنچه که واقعا ویژگی منحصر بفرد و یکتای مکانیک کوانتومی است خصلت ناموضعی [۱۴] آن است. این خصلت ارتباط نزدیکی با درهم تنیدگی [۱۵] دارد و نشان می دهد که اندازه گیری یک ذره در یک نقطه می تواند خصلت های بالقوه ای که در یک ذره دوردست وجود دارد را به طور آنی تغییر دهد و آن ها را به فعلیت درآورد بدون این که هیچ گونه ارتباط علی با آن ذره داشته باشد. شما می توانید اسپین یک ذره را در یک نقطه اندازه گیری کنید و بلافاصله به صورت آنی اسپین یک ذره دیگر در کیلومترها آنطرف تر که تا قبل از اندازه گیری می توانست هر مقدار دلخواهی را اختیار کند، حالت مشخص و متعینی به خود می گیرد. اندازه گیری شما از میان تمام حالت های احتمالی ای که یک ذره در کیلومترها آن طرف تر می توانست اختیار کند یکی را به صورت قطعی انتخاب می کند بدون اینکه نور و یا هیچ علامت دیگری فرصت کرده باشد که در بین این دو اندازه گیری این فاصله را طی کرده باشد. امروزه با آزمایش های دقیق اپتیکی می توانیم فوتون هایی را تولید کنیم که در فاصله های بیش از ۱۵۰ کیلومتر از یکدیگر درهم تنیده باشند. این ویژگی که البته چنانکه بعدها خواهیم دید ناقص نسبیت خاص نیست یک ویژگی بسیار عمیق، و رازآمیز دنیای کوانتومی است. ما نمی دانیم چرا جهان این گونه است و هیچ گونه درکی از چرایی آن نیز نداریم فقط می دانیم که چارچوب نظریه مکانیک کوانتومی و آزمایش های متعدد وجود این خصلت را تایید می کنند.

تا قبل از سال های آغازین دهه آخر قرن بیستم، فیزیکدانان توجه خود را معطوف به تلاش برای درک این خصلت کرده بودند. شرودینگر در سال ۱۹۳۵ از این ویژگی به عنوان مهم ترین ویژگی کوانتومی نام برده بود. اینتشین، روزن و پودولسکی [۱۶] نیز در مقاله معروف خود در سال

[۱۴] Non-locality

[۱۵] Entanglement

[۱۶] Rosen and Podolsky، Einstein،

۱۹۳۵ نخستین بار از این حالت ها استفاده کردند تا نشان بدهند مکانیک کوانتومی یک نظریه فیزیکی کامل نیست. تنها پس از شصت سال که توجه عموم فیزیکدانان معطوف به بررسی جنبه های معنایی درهم تنیدگی شده بود نخستین کاربردهای مهم و تکان دهنده درهم تنیدگی پدیدار شدند. نخست در سال ۱۹۹۱ معلوم شد که از حالت های درهم تنیده می توان برای توزیع کوانتومی کلید [۱۷] برای رمزنگاری [۱۸] استفاده کرد و سپس در ۱۹۹۵ معلوم شد که می توان حالت کوانتومی ذرات را با سرعت نور از یک نقطه به نقطه دیگر انتقال داد. اگر قبول کنیم که یک شئ چیزی نیست جز حالت کوانتومی آن، این پدیده که به آن فرابرد کوانتومی [۱۹] می گوییم، در واقع نخستین نمونه از جابجایی اشیا با سرعت نور خواهد بود. اینکه یک شی ماکروسکوپی را نیز بتوان با استفاده از این پدیده با سرعت نور جابجا کرد در حال حاضر به طور کامل دور از دسترس علم و فناوری است . ما نمی دانیم که آیا یک شی بزرگتر مثل یک مولکول یا یک پروتئین یا یک موجود زنده مثل گربه یا انسان را نیز می توان با سرعت نور جابجا کرد یا خیر. اخیرا نشان داده شده است که با طراحی یک آزمایش دو شکاف می توان طرح های تداخلی را حتی برای مولکولهایی به بزرگی فولرین یا C^{60} مشاهده کرد. به عبارت دیگر مولکولهایی به این بزرگی می توانند در حالت برهم نهی قرار گیرند و از خود خاصیت دوگانه موج ذره نشان دهند. اما این برهم نهی و خصلت کوانتومی تا به کجا ادامه پیدا می کند؟ آیا یک پروتئین ، یا سلول، یک گربه یا یک انسان نیز می تواند در یک برهم نهی از حالت هایش قرار بگیرد؟ در حال حاضر می دانیم که یک انسان می تواند در مکان A یا در مکان B باشد و نه در یک برهم نهی از هر دو حالت. یک انسان نمی تواند در حالتی مثل

$$|Human\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|A\rangle + |B\rangle) \qquad (۱)$$

قرار بگیرد. حتی اگر در چنین حالتی قرار داده شود برهم کنش هایی که با محیط خود دارد بلافاصله حالت او را به یکی از دو حالت A یا B تقلیل می دهد. این پدیده که به آن وادوسی [۲۰] می گوییم برای اشیای ماکروسکوپی با سرعت سرسام آوری رخ می دهد به نحوی که این اشیا هرگز در چنین حالتهایی دیده نمی شوند و حال آنکه اشیای میکروسکوپی مثل الکترون و اتم می توانند درچنین حالتهایی قرار بگیرند. به اصطلاح زمان وادوسی برای الکترون و اتم طولانی و برای موجودات ماکروسکوپی بسیار بسیار کوتاه است. البته این وضعیت امروزین است. این که آیا می توان در آینده یک شی ماکروسکوپی مثل یک گربه را آنقدر از محیط اطرافش جدا کرد و آنقدر تاثیرات محیطی را روی آن کاهش داد که زمان وادوسی اش طولانی شود موضوعی است که هنوز چیزی در باره آن نمی دانیم. حتی ممکن است که این وادوسی تنها ناشی از برهم کنش با محیط نباشد بلکه ناشی از خصلت ماکروسکوپی خود شی و تعداد زیاد اتم های موجود در آن باشد که در این صورت انجام فرابرد کوانتومی برای این گونه

[۱۷] Quantum Key Distribution (QKD)

[۱۸] Cryptography

[۱۹] Quantum Teleportation

[۲۰] Decoherence

اشیا به‌کلی منتفی خواهد بود. به هرحال این موضوع که دقیقا مرز دنیای ماکروسکوپی و میکروسکوپی یا به اصطلاح مرز بین دنیای کلاسیک و کوانتومی کجاست سوالی است که پاسخ آن را هنوز نمی دانیم. ممکن است که هیچ مرز مشخصی بین این دو دنیا وجود نداشته باشد که در این صورت با پیشرفت تکنولوژی ممکن است صدها سال بعد بتوان یک گربه را نیز در برهم نهی از دو حالت یا چند حالت اش نگاه داشت و ممکن است که یک ثابت بنیادی جدید در طبیعت کشف شود که مرز بین این دو دنیا را مشخص کند.

۴ مبانی مکانیک کوانتومی

کنترل اتم های منفرد و به همراه آن گسترش رایانش و اطلاعات کوانتومی منجر به پیدایش سوالهای جدید در ساختمان نظری مکانیک کوانتومی شده است. تلاش برای پاسخ گویی به این سوال ها به نوبه خود منجر به غنی شدن نظریه مکانیک کوانتومی از جهات متعدد شده است. به عنوان مثال اکنون از خود می پرسیم که درهم تنیدگی چیست؟ چگونه می توان درهم تنیدگی دو حالت مثل

$$|\phi\rangle = \sqrt{0.9}|0,0\rangle + \sqrt{0.1}|1,1\rangle \tag{۲}$$

و

$$|\psi\rangle = \sqrt{0.8}|0,0\rangle + \sqrt{0.2}|1,1\rangle \tag{۳}$$

را با هم مقایسه کرد؟ مثل هر ویژگی دیگری در فیزیک باید بتوانیم به صورت کمی مقدار درهم تنیدگی این دو حالت را با هم مقایسه کنیم.

چگونه می توان بیش از دو ذره را با هم در تنیده کرد؟ چگونه می توان شبکه ای از ذرات (اتم ها یا فوتون ها) ی دور از هم را در هم تنیده کرد؟

اکنون می توانیم جفت فوتون هایی را که بیش از یکصد و پنجاه کیلومتر از یک دیگر دورهستند، در هم تنیده کنیم. سوال این است که چگونه می توانیم با انجام آزمایش در هرکدام از آزمایشگاه ها مقدار این درهم تنیدگی را کم و زیاد کنیم. چگونه می توانیم این کار را برای جفت فوتون هایی که بین زمین و ماهواره ها درهم تنیده هستند انجام دهیم؟ چگونه می توانیم اتم های ساکن دور از هم را درهم تنیده کنیم؟ آیا می توانیم شبکه ای از حالت های درهم تنیده بین نقاط مختلف و دور از هم درست کنیم و از آن برای مبادله اطلاعات کوانتومی و فرابرد کوانتومی استفاده

کنیم؟ می دانیم که حالت های درهم تنیده در مقابل تاثیرات محیطی بسیار بسیار شکننده هستند؟ چگونه می توان این شکنندگی را کاهش داد و آن ها در مقابل تاثیرات محیط مقاوم کرد؟

سوالاتِ در مورد درهم تنیدگی نه تنها از نظر عملی مهم هستند بلکه از نظر ریاضی نیز اهمیت دارند. ما شناخت نسبتا کاملی از فضای هیلبرت دو کیوبیت داریم. مثلا می دانیم که حالتی مثل

$$|\phi_+\rangle = \sqrt{0.5}|0,0\rangle + \sqrt{0.5}|1,1\rangle \tag{۴}$$

بیشترین میزان درهم تنیدگی را دارد و تمام حالت های دیگر را با اعمال موضعی می توان از این حالت درست کرد. در واقع می توانیم با سنجه درهم تنیدگی تمام بردارهای فضای هیلبرت دو ذره را مرتب کنیم. ولی به محض اینکه به فضای هیلبرت سه کیوبیت می رسیم با انواع سوالهای جدید و بی پاسخ مواجه می شویم و این وضعیت ساده از بین می رود. هیچ ملاک مقایسه ای نداریم که بر مبنای آن بگوییم کدامیک از دو حالت

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0,0,0\rangle + |1,1,1\rangle\right) \tag{۵}$$

یا

$$|W\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(|1,0,0\rangle + |0,1,0\rangle + |0,0,1\rangle\right) \tag{۶}$$

در هم تنیدگی بیشتری دارند. این گونه مطالعات به ما کمک می کنند که ملاک های معینی برای دسته بندی حالت های فضای هیلبرت دو و چند ذره ای ابداع کنیم و بتوانیم فضای بسیار بزرگ هیلبرت را برای یک سیستم چند ذره ای بر اساس این خاصیت ها شناسایی کنیم. سوالها و کشفیات جدید البته منحصر به در هم تنیدگی نیستند و حوزه های خیلی وسیعی را در بر می گیرند. در ادامه به یک نوع دیگر از این سوال ها می پردازیم.

۱.۴ قضایای عدم امکان در مکانیک کوانتومی

در سالهای اخیر و بعد از توجه دوباره به مبانی مکانیک کوانتومی معلوم شده است که بعضی اعمال را در دنیای میکروسکوپی هرگز نمی توان انجام داد. این قضایای عدم امکان [۲۱] اهمیت نظری و عملی بسیار زیادی دارند. به عنوان مثال قضیه عدم تکثیر [۲۲] که یک قضیه بسیار ساده ولی مهم و بنیادی در مکانیک کوانتومی است ، تنها در سال ۱۹۸۲ یعنی هشتاد سال بعد از پیدایش مکانیک کوانتومی کشف شد . در زیر دو تا از این قضایای عدم امکان را که همگی به تازگی کشف شده اند بیان می کنیم.

[۲۱] theorems go No

[۲۲] No Cloning Theorem

۱.۱.۴ تکثیر حالت های کوانتومی

نخست ساده ترین حالت رادرنظرمی گیریم. حالتی که می خواهیم آن راتکثیرکنیم با $|\phi\rangle$ نشان می دهیم. حالتی راکه می خواهیم یک نسخه از$|\phi\rangle$ روی آن نوشته شود با $|b\rangle$ نشان می دهیم. این حالت حکم کاغذ سفید را دارد و به همین دلیل آن را حالت سفید یا حالت خالی می نامیم. حالت دستگاه را نیز با $|m\rangle$ نشان می دهیم. فرض کنید که یک عمل یکانی وجود دارد که برای هرحالت ورودی کارزیررا انجام می دهد:

$$U(|\phi\rangle \otimes |b\rangle \otimes |m\rangle) = |\phi\rangle \otimes |\phi\rangle \otimes |m_{\phi|}\rangle. \tag{۷}$$

دراین صورت این دستگاه حالت یک نسخه از حالت ورودی را روی حالت سفید می نویسد و حالت خود دستگاه نیز بسته به حالت ورودی تغییرمی کند. درخروجی دو نسخه از حالت ِ$|\phi\rangle$ داریم. حال دو حالت متعامد که آنهارا برای سادگی با $|0\rangle$ و $|1\rangle$ نشان می دهیم درنظرمی گیریم. حالت های $|0\rangle$ ، $|1\rangle$ و $|+\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ را به درون ماشین تکثیرمی فرستیم. دقت کنید که این دوحالت لزوماً دو حالت ازیک سیستم دوبعدی نیستند وتنهابرای سادگی آنهارا با این نمادها نشان داده ایم. دراین صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} U(|0\rangle|b\rangle|m\rangle) &= |0\rangle|0\rangle|m_0\rangle \\ U(|1\rangle|b\rangle|m\rangle) &= |1\rangle|1\rangle|m_1\rangle \\ U(|+\rangle|b\rangle|m\rangle) &= |+\rangle|+\rangle|m_+\rangle. \end{aligned} \tag{۸}$$

اماهرگاه تساوی سوم را بسط دهیم و ازدورابطه اول و خطی بودن مکانیک کوانتومی استفاده کنیم به رابطه زیرمی رسیم:

$$|0\rangle|0\rangle|m_0\rangle + |1\rangle|1\rangle|m_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle)|m_+\rangle. \tag{۹}$$

هرگاه طرفین این رابطه را یک بار در $\langle 0|\langle 0|$ و باردیگر در $\langle 1|\langle 1|$ ضرب کنیم و از متعامد و بهنجار بودن حالت های $|0\rangle$ و $|1\rangle$ نیزاستفاده کنیم به نتیجه زیرمی رسیم

$$|m_+\rangle = \sqrt{2}|m_0\rangle = \sqrt{2}|m_1\rangle. \tag{۱۰}$$

باجایگذاری این رابطه در رابطه قبلی و مقایسه دوطرف می رسیم به

$$|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle = 0. \tag{۱۱}$$

هرگاه طرفین این رابطه را در $\langle 0|\langle 1|$ ضرب کنیم به رابطه $1 = 0$ می رسیم که بوضوح یک تناقض است.

این قضیه نتایج خیلی مهمی نیز در بر دارد. در واقع اگر چنین امکانی وجود داشت می توانستیم از یک حالت نمونه های متعدد یکسان درست کنیم و سپس با اندازه‌گیری روی نیمی از آنها مقدار مکان و با اندازه‌گیری روی نیمی دیگر مقدار تکانه را با دقت های دلخواه اندازه‌گیری کرده و اصل عدم قطعیت را نقض کنیم. بنابراین می بینیم که سازگاری اصل عدم قطعیت از همان ابتدا نیازمند وجود چنین قضیه ای بوده است.

۲.۱.۴ متعامدکردن حالت های کوانتومی

آیا می توان ماشینی داشت که هرحالتی را به حالتی عمود برآن تبدیل کند؟ پاسخ این سوال نیزمنفی است. مثل ماشین تکثیرکننده حالت اولیه را با $|\phi\rangle$، وحالتِ ماشین را با $|m\rangle$ نشان می دهیم. حال سوال می کنیم که آیا عملگری خطی وجود دارد که کارزیررا انجام دهد:

$$U(|\phi\rangle \otimes |m\rangle) = |\phi_\perp\rangle|m_\phi\rangle. \tag{۱۲}$$

کافی است که طرفین این رابطه را ازچپ در $\langle\phi| \otimes \langle m|$ ضرب کنیم. دراین صورت خواهیم داشت

$$\langle\phi| \otimes \langle m|U|\phi\rangle \otimes |m\rangle = 0. \tag{۱۳}$$

امااین رابطه می بایست برای هر بردارِ $|\phi\rangle$ برقرارباشد که نتیجه اش آن است که عملگر U می بایست متحد باصفرباشد.

۲.۴ دستگاه های کوانتومی باز

در درسهای مقدماتی همه ما مکانیک کوانتومی را چه در اصول موضوع و چه درکاربردهای آن به عنوان نظریه ای برای مطالعه سیستم های بسته آموخته ایم. ما آموخته ایم که حالت یک دستگاه میکروسکوپی توسط یک بردار در یک فضای هیلبرت داده می شود. آموخته ایم که هرگاه روی این دستگاه اندازه‌گیری انجام دهیم، یکی از مقادیر ویژه عملگر هرمیتی متناظر با مشاهده پذیری که می خواهیم اندازه‌گیری کنیم حاصل می شود و بردار حالت به ویژه حالت متناظر با آن ویژه مقدار فرو می کاهد و سرانجام هم اموخته ایم که در طول زمان بردار حالت در فضای هیلبرت توسط یک عملگر یکانی که توسط هامیلتونی سیستم مشخص می شود، تحول می یابد. با استفاده از این اصول موضوع علی الاصول می توانیم به سوالات گوناگونی در مورد یک سیستم کوانتومی بسته پاسخ بگوییم.

اما سیستم های کوانتومی واقعا هیچگاه بسته نیستند. ما هیچگاه با یک اتم منفرد سروکار نداریم. هیچگاه اندازه‌گیری های ما کامل نیستند. هیچگاه تحول یک دستگاه فقط توسط هامیلتونی آن دستگاه تعیین نمی شود بلکه محیط بزرگی که در برهم‌کنش با آن دستگاه است و ما اطلاعات بسیاری کمی در مورد آن داریم در تحول آن نقش مهمی بازی می کند. بنابراین آنچه که درکتاب های درسی اولیه مان یادگرفته ایم برای مطالعه

سیستم های واقعی کارآمد نیستند. آنها را تنها می توان به عنوان ابزاری ایده آل نگاه کرد. سیستم های کوانتومی اغلب جزئی از یک سیستم بزرگ تر هستند . به اصطلاح ما همواره با سیستم های کوانتومی باز [۲۳] سروکار داریم. برای این نوع سیستم ها نه اینکه اصول موضوع جدیدی وضع کنیم بلکه می بایست آنها را به عنوان بخشی از یک سیستم بزرگ و منزوی در نظر بگیریم و سپس از اصول موضوع ناظر بر آن سیستم بزرگ و منزوی استفاده کرده و اصولی را برای توصیف حالت، توصیف اندازه گیری و سرانجام توصیف تحول در زیرمجموعه آن که یک سیستم باز است تدوین کنیم. این کاری است که در درس های آینده انجام خواهیم داد.

۵ شبیه سازی کوانتومی

یک دستگاه ساده کلاسیکی مثل منظومه شمسی را در نظر بگیرید. این دستگاه دارای N ذره (اعم از خورشید، سیارات، قمرها و سیارک ها و ستارگان دنباله دار) است که همگی تحت نیروی گرانش حرکت می کنند. هرکدام از این ذرات با سه مختصه برای مکان و سه مختصه برای سرعت یا تکانه مشخص می شوند. هم چنین از انجا که سیارات را نمی توان به صورت نقاط بدون بعد در نظر گرفت می توان برای هر کدام سه مختصه که نشان دهنده وضعیت دورانی آن ها باشد نیز در نظر گرفت. بنابراین تعداد کل متغیرهایی که برای توصیف این سیستم به کار می رود برابر است با $9N$. می توان مقدار هرکدام از این متغیرها را در یک آرایه از کامپیوتر ذخیره کرد و سپس مطابق با قوانین نیوتن مقدارهر کدام از این متغیرها را لحظه به لحظه پیدا کرد. به این ترتیب می توان رفتار این دستگاه کلاسیکی را در یک کامپیوتر شبیه سازی کرد و توسط این برنامه شبیه سازی می توان کسوف ها و خسوف ها و برخوردهای احتمالی و ده ها پدیده دیگر را در منظومه شمسی پیش بینی کرد. نکته مهم در اینجا این است که تعداد متغیرهایی که می بایست در حافظه کامپیوتر ذخیره کرد نسبت به تعداد اشیای موجود در منظومه شمسی به صورت خطی رشد می کند. هرگاه که تعداد ذرات را به عنوان مثال دو برابر کنیم کافی است که مقدار حافظه کامپیوتر را دو برابر کنیم. این خصلت بسیاری از سیستم های کلاسیک است که با افزایش تعداد ذرات ، تعداد متغیرهای توصیف کننده وضعیت این سیستم ها به صورت چندجمله ای رشد می کند. به همین ترتیب است که می توان نه تنها منظومه شمسی بلکه رفتار خوشه های ستاره ای ،کهکشان ها و خوشه های کهکشانی و یا رفتار دستگاه های فناوری را درکامپیوترها شبیه سازی کرد.

حال به یک سیستم کوانتومی ساده توجه می کنیم. ماده بس ذره ای که از همه درجات آزادی اتم های آن صرف نظر کرده و فقط اسپین اتم های آن را در نظر گرفته ایم. اگر N تا اتم داشته باشیم و هر اتم یک ذره اسپین $1/2$ باشد تعداد حالت های اسپینی این اتم ها برابر است با 2^N . بنابراین هر بردار حالت این سیستم یک بردار 2^N مولفه ای است و اگر بخواهیم دینامیک چنین سیستم ساده ای را با کامپیوترهای کلاسیک

[۲۳] Open Quantum Systems

شبیه سازی کنیم می بایست 2^N عدد را که نشان دهنده این بردار حالت در هر لحظه است در حافظه کامپیوتر ذخیره کنیم. بدلیل نمایی بودن این بعد احتیاج به یک حافظه خیلی خیلی بزرگ داریم . کافی است که برای سادگی یک سیستم ۱۰۰۰ اتمی را تصور کنید. حالت کوانتومی چنین سیستمی یک بردار با $2^{1000} \sim 10^{300}$ مولفه است . واضح است که ذخیره کردن چنین اعدادی در توان هیچ کامپیوتر کلاسیکی نیست. با این مثال ساده می بینیم که برخلاف سیستم های کلاسیک ، سیستم های کوانتومی را هرگز نمی توان در کامپیوترهای کلاسیک شبیه سازی کرد . این در حالی است که در ابعاد میکروسکوپی و در سطح بنیادین ماده تمامی سیستمها رفتار کوانتومی دارند و ما برای درک رفتار ماده در مقیاس میکروسکوپی احتیاج به شبیه سازی رفتار ذرات و میدان های کوانتومی داریم . چگونه می توانیم از این بن بست راهی به بیرون بیابیم؟ نخستین بار ریچارد فاینمن راه برون رفت را نشان داد. برای شبیه سازی سیستم های کوانتومی می بایست از خود سیستم های کوانتومی استفاده کرد. به زبان امروزی این راه چنین است. گروهی از اتم ها را تصور کنید که در شرایط خاص و تحت کنترل شما قرار گرفته اند. تعداد این اتم ها از مرتبه ۱۰۰۰ تا یا بیشتر است. این اتم ها می توانند در یک شبکه نوری [۲۴] قرار گرفته باشند. یک شبکه نوری شبکه ای متشکل از امواج ایستاده است که اتم ها مثل تخم مرغ های درون یک شانه تخم مرغ در درون فرورفتگی های آن قرار می گیرند. می توان روی این اتم ها انواع گیت های کوانتومی را اعمال کرد که مثل این است که بتوانیم دینامیک متناظر با هر نوع هامیلتونی را در مورد این اتم ها اعمال کنیم. می توانیم کاری کنیم که درجات آزادی این سیستم و نوع هامیلتونی آن خیلی نزدیک به درجات آزادی و نوع هامیلتونی یک سیستم دیگر باشد که می خواهیم شبیه سازی اش کنیم. حتی می توانیم کاری کنیم ، یعنی برهم کنش ها را طوری تنظیم کنیم که این سیستم دوبعدی یک سیستم سه بعدی را شبیه سازی کند. در این صورت کاری که می کنیم این است که حالت اولیه این مجموعه اتم ها را مطابق با حالت اولیه سیستم مورد نظر خود به صورت فیزیکی تهیه می کنیم و اجازه می دهیم که این سیستم با هامیلتونی خاصی که برایش تدارک دیده ایم تحول پیدا کند. بعد از گذشت زمان دلخواه می توانیم هر نوع مشاهده پذیری از این سیستم را اندازه گیری کنیم. این اندازه گیری را می توانیم بارها و بارها تکرار کنیم تا متوسط مشاهده پذیر را محاسبه کنیم. به این ترتیب می توانیم کمیت های مورد نظر خود را از سیستم واقعی بدست بیاوریم. شبیه ساز ما به این ترتیب و به صورت واقعی یک سیستم کوانتومی دیگر را شبیه سازی می کند. این شبیه ساز حتی قادر است که میدان های کوانتومی را نیز با تقریب خوبی شبیه سازی کند. از نظر فناوری دیر نخواهد بود که ما بتوانیم در شبیه ساز کوانتومی خود میدان ها ی کوانتومی ای نظیر میدان الکترو ضعیف [۲۵] و یا میدان کرومودینامیک [۲۶] را شبیه سازی کنیم و بتوانیم به سوال های بنیادی در مورد ساختار ماده پاسخ گوییم.

---

[۲۴] Optical Lattice

[۲۵] Electroweak

[۲۶] Quantum Electrodynamics

۶ فهم دیگر حوزه های فیزیک

مطالعات مربوط به اطلاعات و رایانش کوانتومی در دو دهه گذشته هم تحت تاثیر رشته های دیگر نظیر اپتیک کوانتومی، فیزیک اتمی و مولکولی، و نظریه رایانش کلاسیک بوده و هم بر حوزه های متعدد دیگر تاثیر گذاشته است. در درس های آینده ما به تفصیل بیشتری به تاثیر آن در نظریه رایانش خواهیم پرداخت، اما در این مقدمه به دو حوزه متفاوت از فیزیک اشاره می کنیم، یعنی فیزیک بس ذره ای که تاثیرات بیشتری از این حوزه پذیرفته و فیزیک بنیادی که به اعتقاد من درآینده تاثیر خواهد پذیرفت.

۱.۶ فیزیک بس ذره ای

یکی از مهمترین ویژگی های ماده ماکروسکوپی این است که می تواند در فازهای گوناگون قرار بگیرد. بسته به میزان دما، آب هم می تواند به شکل بخار درآید و هم به شکل مایع و هم به شکل جامد یعنی یخ. در همه این فازها مولکولهای مایع کاملا یکسان هستند. درگذار فاز از بخار به مایع یا از مایع به یخ شکل مولکولهای آب تغییر نمی کند بلکه نحوه قرارگرفتن آنها درکنار هم است که تغییر می کند. در فاز بخار مولکولهای آب تقریبا از هم مستقل هستند و آزادانه حرکت می کنند، اما در فاز مایع مولکولها ی نزدیکِ هم ، قدری همبستگی دارند و روی هم می لغزند و سرانجام در فاز جامد مولکولها در یک آرایه منظم بلورمانند قرارگرفته و تقریبا حرکت نمی کنند. این نوع فازها را می توان با مشاهده موضعی آنها از هم تشخیص داد. به عبارت بهتر یک پارامتر نظم موضعی [۲۷] وجود دارد که در همسایگی هر نقطه قابل اندازه گیری است و مقدار این پارامتر نظم تعیین می کند که سیستم در چه فازی است. برای آب این پارامتر نظم چگالی و برای سیستم فرومغناطیس این پارامتر نظم مغناطش است. یک موجود خیالی کوچک را تصور کنید که در آب زندگی می کند. این موجود برای این که بداند ماده درکدام فاز است تنها کافی است که به یک همسایگی کوچک از اطراف خود نگاه کند تا بفهمد که در بخار یا آب یا یخ زندگی می کند.

به صورت کلی تر می دانیم که یک ماده بس ذره ای که از N اسپین تشکیل شده است فضای هیلبرتی دارد که از 2^N حالت متعامد تشکیل شده است. این فضا به شکل نجومی بزرگ است و ابعاد آن برای حتی یک ماده کوچک که تنها از ۱۰۰ تا اتم تشکیل شده باشد بسیار بسیار بزرگ است. در دمای صفر این ماده در یکی از این حالت های بیشمار که حالت پایه آن است قرار می گیرد. با توجه به آنچه در بخش های پیشین در باره درهم تنیدگی دو کیوبیت و سه کیوبیت گفتیم ، باید قانع شده باشیم که شناخت ما از فضای بسیار بزرگ مربوط به ۱۰۰ تا اتم بی اندازه محدود است و ما تقریبا هیچ چیز د رباره ویژگی های حالت های متنوع این فضا نمی دانیم. بسته به نوع برهم کنش های بین این ۱۰۰ تا اتم،

[۲۷] Local Order Parameter

حالت پایه آن یا حالت مخلوطی که در یک دمای خاص اختیار می‌کند، می تواند یکی از میلیون ها میلیون حالت درون این فضای هیلبرت باشد که هرکدام با دیگری فرق دارند.

در واقع در سالهای اخیر فازهای بسیار متنوعی از ماده ماکروسکوپی مشاهده شده اند بخصوص فازهایی در دماهای بسیار پایین و نزدیک صفرکه اگر چه می دانیم این فازها با هم متفاوتند اما نمی توانیم آنها را به صورت موضعی از هم تشخیص دهیم. موجود خیالی ما هرگز نمی تواند با مشاهده اطراف خود بفهمدکه درکدام فاز زندگی می‌کند اگرچه می داندکه این فازها با هم متفاوت هستند وی برای تمیزدادن این فازها می بایست به تمام جاها سفرکند و اطلاعات بدست آمده را ضبط کند تا متوجه تفاوت این فازها شود. آنچه‌که این فازها را از هم متفاوت می‌کند رفتار سرتاسری یا توپولوژیک ماده است. به همین دلیل به این فازها فازهای توپولوژیک می‌گوییم.

برای درک بهتر این موضوع به یک مثال توجه می‌کنیم: دو حالت

$$|\Psi_0\rangle = |0,0,0\rangle, \qquad |\Psi_1\rangle = |1,1,1\rangle, \tag{۱۴}$$

را در نظر بگیرید. در این جا حالت $|0\rangle$ می تواند نشان دهنده یک ذره با اسپین در جهت مثبت محور z باشد و حالت $|1\rangle$ نشان دهنده یک ذره با اسپین در جهت منفی محور z باشد. یعنی

$$|0\rangle = |\uparrow\rangle, \qquad |1\rangle = |\downarrow\rangle. \tag{۱۵}$$

با اندازه‌گیری فقط یکی ازکیوبیت ها موجود خیالی ما می تواند بهفمدکه آیا در حالت $|\Psi_0\rangle$ قرار دارد یا در حالت $|\Psi_1\rangle$. این دو حالت با یک پارامتر نظم موضعی از هم تمیز داده می شوند. حال به دو حالت زیر توجه‌کنید:

$$\begin{aligned} |\Phi_0\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(|0,0,0\rangle + |1,0,0\rangle + |0,1,0\rangle + |0,0,1\rangle + |1,1,0,\rangle + |1,0,1\rangle + |0,1,1\rangle + |1,1,1\rangle\right) \\ |\Phi_1\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(|0,0,0\rangle - |1,0,0\rangle - |0,1,0\rangle - |0,0,1\rangle + |1,1,0,\rangle + |1,0,1\rangle + |0,1,1\rangle|1,1,1\rangle\right). \end{aligned} \tag{۱۶}$$

این دو حالت را نمی توان با اندازه‌گیری اسپین ها در جهت z از هم تشخیص داد. بنابراین در نظر اول به نظر می رسدکه برای موجود خیالی ما که فقط به یک منطقه‌کوچک دسترسی دارد، این دو حالت از هم تمیز ناپذیر هستند. ممکن است تصورکنیم‌که این دو حالت دو فاز توپولوژیک متفاوت را نشان می دهند. اما در یک نگاه دقیق تر چنین نیست زیرا این دو حالت با یک اندازه‌گیری موضعی ولی متفاوت از هم تمیز پذیرند.

برای درک این موضوع دقت می‌کنیم که ویژه حالت های اسپین در راستای x را می توان چنین نوشت:

$$|\rightarrow\rangle \equiv |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \qquad |\leftarrow\rangle \equiv |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle). \tag{۱۷}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$|\Phi_0\rangle = |+,+,+\rangle = |\rightarrow,\rightarrow,\rightarrow\rangle, \qquad |\Phi_1\rangle = |-,-,-\rangle = |\leftarrow,\leftarrow,\leftarrow\rangle. \tag{۱۸}$$

به این ترتیب می بینیم که موجود خیالی ما می تواند با اندازه‌گیری های مناسب و موضعی بازهم دو حالت و دو فاز ماده را از هم تشخیص دهد. با این مقدمه به تعریف فازهای توپولوژیک می رسیم که فازها و حالت هایی هستند که با هیچ نوع اندازه‌گیری موضعی از یکدیگر قابل تمیز نیستند. مثال بالا نشان می دهد که در فازهای توپولوژیک حالت پایه می بایست خصلت های خیلی پیچیده ای داشته باشد. وقتی که حالت پایه یک ماده ماکروسکوپی در چنین حالت هایی قرار می‌گیرد می‌گوییم که ماده در فاز توپولوژیک قرارگرفته و نظم توپولوژیک دارد . نظم توپولوژیک برخلاف نظم موضعی با اندازه‌گیری های موضعی قابل تشخیص نیست. این نظم ناشی از نحوه درهم تنیدگی اتم های در همه مقیاس های ماده است. دراین جا فرصت کافی برای بحث بیشتر در مورد نظم توپولوژیک و نوشتن مشخص تر حالت هایی که چنین خاصیت های داشته باشند نیست [۲۸] ولی می خواهیم تاکید کنیم که توجه به این که ماده می تواند در چنین فازهای بیشماری قرار بگیرد ناشی از تعمیق شناخت ما از مکانیک کوانتومی است. با توجه به پیچیدگی های ماده بس ذره ای و ابعاد بسیار بزرگ فضای هیلبرت ماده بس ذره ای تا دهه های متوالی ما شاهد ظهور فازهای جدید از ماده بس ذره ای خواهیم بود که خواص شگفت انگیز خواهند داشت.

۲.۶ فیزیک بنیادی

انقلاب های فیزیک نظیر نظریه خورشید مرکزی، مکانیک کوانتومی و نسبیت خاص وقتی بوجود آمده اند که یک نظریه در توصیف محدوده دقیق تر یا وسیع تری از مشاهدات ناکام مانده است. تنها وقتی که کپلر نظریه زمین مرکزی بطلمیوس را برای توصیف مدار مریخ به کار برد معلوم شد که این نظریه برای توصیف دقایق مشاهدات رصدی کافی نیست. فیزیک کلاسیک نیز وقتی که برای توصیف ظرفیت گرمای جامدات در دماهای خیلی پایین یا برای توصیف گردش الکترون ها به دور هسته اتم ها به کار رفت ناکارآمدی خود را نشان داد. هم چنین مکانیک کلاسیک نیز تنها وقتی که برای توصیف حرکت ذرات در سرعت های بالا به کار رفت معلوم شد که در این حوزه اعتبار ندارد. نظریه های قدیمی همگی برای توصیف مجموعه خیلی بزرگی از مشاهدات موفق بودند و تنها هنگامی که برای توصیف مجموعه بزرگتری از مشاهدات به کار می رفتند معلوم می

[۲۸] در واقع ثابت شده است که در یک بعد حالت ها نمی توانند نظم توپولوژیک داشته باشند و تنها در دو بعد و بالاتر است که این نوع نظم ممکن است.

شدکه می بایست با نظریات دقیق تر وکامل تری جایگزین شوند. در چنین مواقعی معلوم می شدکه آنچه‌که صدها سال بدیهی انگاشته می شده به هیچ وجه بدیهی نیست و می بایست مورد تجدید نظر قرارگیرد. ساکن بودن زمین، و همزمانی ساعت ها از نظر ناظرهای متفاوت از اصول بدیهی ای بودندکه با انقلاب های کپرنیکی و نسبیتی زیر سوال رفتند. هم چنین این امرکه می توانیم همان زبانی راکه برای توصیف دنیای روزمره به کار می بریم برای دنیای اتم ها و الکترون ها نیز به‌کار ببریم با انقلاب کوانتومی به‌کلی دگرگون شد.

از پیدایش مکانیک کوانتومی بیش از یکصدسال گذشته است. این نظریه در توصیف رفتار انبوهی از ماده در مقیاس میکروسکوپی کاملا موفق بوده است. اما تنها اکنون و در آینده است‌که مهمترین ویژگی های این نظریه در برخورد با مشاهدات وسیع تر، مثل مشاهده رفتار یک اتم منفرد، یک فوتون منفرد، یک الکترون تنها، اندازه‌گیری انها و تحول آنها به محک آزمایش خواهد خورد. هم چنین یکی از مهمترین ویژگی های این نظریه یعنی ناموضعیت در برخورد با آزمایشهای جدید محک خواهد خورد. آیا ناموضعیت در هر فاصله ای در فضا زمان برقرار است؟ یا یک ثابت بنیادی جدید وجود داردکه میزان ناموضعیت را مشخص می‌کند؟

مرز بین دنیای ماکروسکوپی و میکروسکوپی نیز در آزمایشهای دقیق تر بر روی مولکولهای بزرگ و بزرگتر معلوم خواهد شد. امروزه به‌کمک آزمایش های جدید می دانیم‌که حتی مولکولهایی به بزرگی فولرین یاC^{60} نیز می توانند در یک آزمایش دو شکاف از خود طرح تداخلی بجای بگذارندکه به این معناست‌که ذراتی به این بزرگی نیز خاصیت موج–ذره ای دارند. این دوگانگی موج–ذره تا به‌کجا ادامه خواهد داشت؟ چه چیز باعث می شودکه یک سلول یا یک نورون مغز در حالت برهم نهی قرار نگیرد؟

در دنیای بازهم‌کوچک تر یعنی دنیای ذرات بنیادی همه نظریات بنیادی حتی نظریاتی‌که برای تلفیق بین‌گرانش و مکانیک‌کوانتومی پدید آمده اند، مثل نظریه ریسمان، همه مبتنی بر چارچوب‌کنونی از مکانیک‌کوانتومی هستند، اگرچه همه می دانیم‌که مکانیک‌کوانتومی یک نظریه کامل نیست . این نظریه به این دلیل یک نظریه بنیادی نیست‌که برای توصیف اصول آن‌که قرار است جهان شمول باشند، نیاز به توصیف اندازه گیری به عنوان یک برهم‌کنش غیر یکانی بین یک دستگاه‌کلاسیک و شی‌کوانتومی داریم . این فرایند اندازه‌گیری یعنی برهم‌کنش دستگاه ماکروسکوپی و شی‌کوانتومی است‌که باعث فروکاهش تابع موج می شودکه یک عمل غیریکانی است. از طرف دیگر مکانیک‌کوانتومی می بایست بر رفتار همه اشیا، از جمله دستگاه اندازه‌گیری نیز حاکم باشد و تحول دستگاه اندازه‌گیری و شی‌کوانتومی نیز نهایتا یک تحول یکانی است‌که هیچ نوع فروکاهشی در آن نمی بایست رخ دهد.

دور از انتظار نیست که با پیشرفت آزمایش ها بخصوص آزمایش هایی که رفتار اشیای کوانتومی منفرد را مشاهده می کنند چارچوب مکانیک کوانتومی دستخوش تغییر اساسی شود. این تغییر به این معناست که حوزه فیزیک بنیادی که همه نظریه هایش از میدان های کوانتومی گرفته تا نظریه ریسمان مبتنی بر مکانیک کوانتومی هستند، در دهه های آینده آبستن یک انقلاب است. این انقلاب ناشی احتمالا ناشی از پیشرفت ها و پیچیدگی های ریاضیاتی و فنی نخواهد بود بلکه ناشی از این خواهد بود که ما بفهمیم امری را که کاملا بدیهی انگاشته ایم اصلا بدیهی نیست.

منظره کلی پیشرفت های اخیر در نظریه اطلاعات و رایانش کوانتومی مثل آن است که از یک کوه یخ تنها شاهد نوک آن در اقیانوس بیکران باشیم.

۷ نامزدهای مختلف برای ساخت کامپیوترهای کوانتومی

پیش از آنکه به معرفی مختصری از نامزدهای مختلف برای ساخت کامپیوترهای کوانتومی بپردازیم می بایست به چند نکته مهم اشاره کنیم. نخست اینکه ساخت یک کامپیوتر کوانتومی تنها هدف و انگیزه این رشته تحقیقاتی نیست. ممکن است که ساخت یک کامپیوتر کوانتومی که بتواند اعداد بزرگ چندصد رقمی را تجزیه کند چندین دهه به طول بینجامد و یا اینکه در بین راه معلوم شود که هزینه های ساخت و موانع تجربی پیش روی چنین پروژه ای در قبال فایده عملی ای که از آن حاصل می شود زیاد نیست. آنچه که مهم است این است که کامپیوترهای کوانتومی تنها یکی از جنبه ها و نتایج ناشی از کنترل اتم های منفرد است. به طور قطع چشم انداز این توانایی که آرایه ای از اتم ها داشته باشیم که بتوانیم حالت های کوانتومی آنها را کنترل کنیم بسیار وسیع خواهد بود و ممکن است که در حال حاضر ما نتوانیم وسعت این چشم انداز را بخوبی تصور کنیم. بنابراین در ادامه بحث وقتی که از نامزدهای مختلف برای ساخت کامپیوتر کوانتومی نام می بریم این معنای وسیع تر را در نظر داریم، یعنی آرایه ای از اتم ها که حالت کوانتومی آنها را به طور کامل می توانیم برای منظورهایی که در آینده روشن تر خواهند شد کنترل کنیم. منظور از کنترل نیز این است که بتوانیم این اتم ها را در هر حالت دلخواهی تهیه کنیم، بتوانیم هرگونه عمل یکانی را روی آنها اعمال کنیم و بالاخره بتوانیم حالت نهایی آنها را اندازه گیری کنیم. دوم اینکه در زیر تنها نمونه ای از نامزدهای مختلف را نام می بریم و محتمل است که نهایتا کامپیوتر کوانتومی از ترکیبی از این نامزدها ساخته شود.

۱.۷ ملاک های دی وینچنزو

برای آنکه یک کامپیوتر کوانتومی بسازیم می بایست شرایط خاصی فراهم باشد. این شرایط نخستین بار توسط دیوید دی وینچزو [۲۹] به صورت جامع صورتبندی شدند و از آن به بعد به ملاک های دی وینچزو مشهور شده اند. این ملاک ها عبارتند از:

یک – در اختیار داشتن یک مجموعه کیوبیت ها که خواص دقیق آنها را می شناسیم. به عنوان مثال اگر از تراز های یک اتم به عنوان یک کیوبیت استفاده می کنیم می بایست شناسایی کامل و دقیقی از طیف آن اتم داشته باشیم.

دو – امکان قراردادن این کیوبیت ها در یک حالت مرجع مثل حالت $|0000....00\rangle$. دلیل این ملاک این است که کامپیوتر کوانتومی می بایست بتواند پس از پایان هر محاسبه ای به یک حالت مرجع بازگردد تا برای انجام محاسبه جدید آماده شود.

سه – امکان انجام یک مجموعه گیت های کوانتومی یونیورسال یا عام [۳۰]. کامپیوتر کوانتومی به کمک این مجموعه گیت ها می تواند هر عمل یکانی را با تقریب دلخواه روی هر حالت داده شده اولیه اعمال کند. مجموعه گیت های یونیورسال یکتا نیستند ولی عموما از چند تا از گیت های تک کیوبیتی و الزاما از یک گیت دو کیوبیتی ساخته می شوند.

چهار– داشتن زمان وادوسی بالا برای کیوبیت ها در مقایسه با زمان عمل گیت ها. هر حالت کوانتومی به ناگزیر و در اثر برهم کنش با محیط همدوسی خود را از دست می دهد. معنای این حرف این است که یک کیوبیت که در حالت $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ قرار دارد بعد از گذشت یک زمان مشخصه ای که به آن زمان وادوسی می گویند به یک حالت مخلوط از نوع $\rho = |a|^2|0\rangle\langle 0| + |b|^2|1\rangle\langle 1|$ تبدیل می شود. به این ترتیب برهم نهی کوانتومی به یک اختلاط آماری کلاسیک تبدیل می شود که هیچ نوع ویژگی خاص کوانتومی ندارد. بسته به این که کیوبیت از چه چیزی ساخته شده باشد این زمان وادوسی می تواند تغییر کند. به عنوان مثال برای قطبش فوتون ها این زمان بسیار بسیار زیاد است و برای بعضی دیگر از انواع کیوبیت ها ممکن است بسیار کوتاه و در حد میکرو ثانیه باشد. البته آنچه که مهم است خود زمان وادوسی نیست بلکه نسبت این زمان به زمان عمل گیت های کوانتومی است که می بایست زیاد باشد. مثلا اگر یک کیوبیت زمان وادوسی 10^{-6} ثانیه دارد ولی زمان عمل گیت ها 10^{-11} ثانیه است، به این معناست که تا زمانی که کیوبیت هنوز همدوسی اش را حفظ کرده بیش از ۱۰۰ هزار گیت روی آن می تواند عمل کند.

[۲۹] David di Vincenzo

[۳۰] Universal set of quantum gates

معمولا این دو عامل یعنی زمان عمل‌گیت و زمان وادوسی به همراه هم بهینه نمی شوند زیرا به طور طبیعی وقتی‌که زمان وادوسی بالاست به این معناست‌که کیوبیت برهم‌کنش خیلی ضعیف با اطرافش دارد و همین نیز باعث می شودکه ایجادگیت بر روی آن بسیار دشوار باشد.

پنج – و بالاخره آخرین ملاک این است‌که کیوبیت را بتوان به خوبی اندازه‌گیری کرد.

البته دو ملاک دیگر نیز به مجموعه ملاک های بالا اضافه شده است و آن اینکه بتوان اطلاعات کیوبیت های ساکن را به‌کیوبیت های متحرک منتقل‌کرد و بالعکس و این‌که بتوان کیوبیت های متحرک را با حفظ همدوسی آن ها از یک نقطه به نقطه دیگر منتقل‌کرد.

نامزدهای مختلف برای کیوبیت ها هرکدام ممکن است در بعضی از این ملاک ها خوب عمل‌کنند و در بعضی دیگر عملکرد خیلی ضعیفی داشته باشند. در زیر فقط سه نمونه از نامزدها را به اختصار خیلی زیاد شرح می دهیم و تنها ذکر می‌کنیم‌که نامزدهای دیگری نیز مثل کیوبیت های ابررسانا، فوتون های درون‌کاواک های QED یا نقطه های کوانتومی و نظایر آن نیز وجود دارندکه همگی تحت مطالعه و بررسی نظری و تجربی هستند. خواننده برای آنکه اطلاعات تفصیلی و فنی در باره هرکدام از مباحث زیر پیداکند می تواند به مرجع خیلی خوب زیر مراجعه‌کند:

$Quantum\ Computing,\ From\ Linear\ Algebra\ to\ Physical\ Realizations\ ;\ Mikio\ Nakahara,\ and\ Tetsuo\ Ohmi.$

۲.۷ اسپین هسته ها در مولکولهای بزرگ

یکی از نخستین نامزدها برای کیوبیت ها اسپین هسته ها در مولکولهای بزرگ است. از آنجاکه اسپین هسته ها را در این مولکول ها با پالس های مغناطیسی‌کنترل می‌کنند این روش NMR Quantum Computing نیز نامیده می شود. هرگاه یک مولکول بزرگ چند اتمی راکه در آن هسته اتم ها دارای یک اسپین غیرصفر باشند، در یک میدان مغناطیسی بسیار بزرگ به اندازه حدود ۱۰ تسلا، مثلا در جهت z قرار دهیم اسپین هسته ها همه در راستای میدان مغناطیسی مرتب خواهند شد. باید تاکیدکنیم‌که در این روش‌که به آن Liquid NMR می‌گویند ما با یک مولکول سروکار نداریم بلکه یک لوله آزمایش از مولکولهای مورد نظر به صورت مایع پر می شود. این مایع در دمای اتاق نگاهداری می شود و حرکت تصادفی تمام مولکولها باعث می شودکه درجات آزادی انتقالی و دورانی همه مولکولها دارای متوسط صفر شده و تنها درجات آزادی اسپینی هسته ها باقی بماند. در عمل مثل این است‌که با یک مولکول منفرد سروکار داریم. اگر مولکولی با ده هسته داشته باشیم مثل این است‌که یک حافظه‌کوانتومی‌کوچک با ده‌کیوبیت داریم. طبیعی است‌که با حافظه ای به این‌کوچکی‌کار محاسباتی زیادی نمی توان انجام داد ولی این

نوع مطالعات نظری و تجربی راه را برای ساخت حافظه های بزرگ تر هموار می‌کنند. می توان با پالس های رادیویی یا RF[۳۱] که یک میدان مغناطیسی متناوب را در صفحه عمود بر محور z به مولکول می تاباند اسپین هسته را به طور کامل کنترل کرد. بسته به این که چه نوع مولکولی و با چه تعداد اتم که هسته آنها دارای اسپین باشند پیدا کنیم می توانیم از یک کیوبیت تا چند کیوبیت داشته باشیم. ساده ترین مولکول دو اتمی کلروفورم [۳۲] است که از یک اتم هیدروژن و یک اتم کربن ۱۳ ساخته شده است. و بزرگترین مولکولی که تاکنون مورد استفاده قرار گرفته یک مولکول بزرگ است که در آن ۵ هسته فلور ^{19}F و دو هسته کربن مجموعا هفت کیوبیت را می سازند. اگرچه ممکن است که نوع هسته ها در یک مولکول یکسان باشد ولی از انجا که هرکدام از هسته ها بسته به جایی که در مولکول دارند چگالی متفاوتی از الکترون ها را در اطراف خود دارند میدان مغناطیسی موثر بر هرکدام از هسته ها با دیگری فرق می‌کند. این اثر که انتقال شیمیایی [۳۳] نامیده می شود، باعث می شود که هرکدام از هسته ها یک فرکانس مشخصه معین موسوم به فرکانس لارمور [۳۴] به دور محور z داشته باشند. به همین دلیل معمولا از مولکول های کاملا نامتقارن استفاده می شود و با تنظیم فرکانس موج RF همواره می توان هرکدام از اسپین ها را به تنهایی تحت تاثیر قرار داد. در یک طیف سنج مغناطیسی هسته ای [۳۵] می توان فرکانس پالس، شکل آن (مربعی یا گاووسی) و زمان پالس و شدت و فاز آن را به دقت تعیین کرد. هم چنین می توان با استفاده از برهم کنشی که اسپین های مختلف در یک مولکول باهم دارند گیت های دوکیوبیتی مشخصی را روی این کیوبیت ها اعمال کرد. هم چنین سیم پیچ های اطراف این طیف سنج بخوبی می توانند جهت اسپین ها را اندازه گیری کنند. متاسفانه این روش مقیاس پذیر نیست به این معنا که نمی توان تعداد کیوبیت ها را به دلخواه افزایش داد و در حال حاضر تعداد کیوبیت ها حداکثر می تواند چیزی در حدود ۱۰ باشد.

۳.۷ تله های یونی

می دانیم که یک میدان الکترواستاتیک هیچ نقطه تعادل پایداری ندارد و هر نقطه از آن که در یک جهت دارای تعادل پایدار باشد در جهت های عمود بر آن دارای تعادل ناپایدار است. به اصطلاح شکل میدان در این نقاط مثل یک زین اسب است. بنابراین هیچ ذره ی بارداری را نمی توان در این نقاط زین مانند حبس کرد و به تله انداخت. این ذره بار دار در جهت یال اسب دارای تعادل پایدار و در جهت عمود بر آن دارای تعادل ناپایدار خواهد بود. برای حبس کردن ذره اما یک روش هوشمندانه وجود دارد. اگر سعی کنیم که زین اسب را با سرعت مناسبی بچرخانیم، آنگاه ذره همواره خود را با جهت یال زین مواجه خواهد دید و سقوط نخواهد کرد. این ایده ساده که در عمل به صورت ایجاد میدان های الکتریکی یا

[۳۱] Radio Frequency

[۳۲] ^{13}C-Chlorophorm

[۳۳] Chemical Shift

[۳۴] Larmor Frequency

[۳۵] NMR Spectrometer

الکترومغناطیسی متغیر با زمان درکنار یک میدان الکتریکی ثابت برای کنترل اتم ها و یون ها درآمده است، مبنای تله های یونی است. آرایش میدان های الکترو مغناطیسی را می توان طوری تنظیم کرد که یون ها درکنار یک دیگر و در یک آرایه یک بعدی قرار بگیرند. ترازهای پایه و برانگیخته یون ها نقش کیوبیت ها را ایفا می کنند. البته این کیوبیت ها از یکدیگر مستقل نیستند زیرا این ترازها با ترازهای انرژی حاصل از حرکت نوسانی یونها جفت شده اند. به عبارت دیگر فونون های شبکه با کیوبیت ها جفت شده اند. در دماهای خیلی پایین تعداد این فونون ها خیلی کم است ولی وقتی که دما بالا می رود یا تعداد یون ها بالا می رود تعداد این فونون ها نیز زیاد شده و به ناپایداری آرایه یون ها منجر خواهد شد.

۴.۷ اتم های سرد

یک شبکه نوری یا $OpticalLattice$ شبکه ای متشکل از امواج ایستاده است که اتم ها مثل تخم مرغ های درون یک شانه تخم مرغ در درون فرورفتگی های آن قرار می گیرند. برای آنکه در هر جایگاه تنها یک اتم قرارگیرد دمای چنین سیستمی می بایست خیلی خیلی پایین باشد. با تغییر آهسته ی طول موج این امواج ایستاده می توان فاصله اتم ها از یکدیگر راکم یا زیادکرد. ئر این جا نیز حالت پایه و حالت برانگیخته یک اتم نقش یک کیوبیت را بازی می کنند.

---

۸ تمرین ها:

یک – در درسنامه نشان دادیم که قضیه عدم تکثیر مکانیک کوانتومی با خطی بودن مکانیک کوانتومی سازگار نیست. هیچ فرضی در مورد یکانی بودن عملگر تکثیرکننده نکردیم. حال نشان دهید که این قضیه با یکانی بودن تحول در مکانیک کوانتومی نیز سازگار نیست.

دو – این قضیه را ثابت کنید که هیچ فرایندی وجود ندارد که بتواند یک حالت دو بخشی را به یک حالت متقارن تبدیل کند. یعنی اینکه هیچ عملگری وجود ندارد که کار زیر را انجام دهد:

$$U : |\phi\rangle_\psi\rangle|M\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{N}}\left(|\phi\rangle\|\psi\rangle + |\psi\rangle|\phi\rangle\right)|M_{\phi,\psi}\rangle \tag{۱۹}$$

سه – هرگاه یک گاز هیدروژن را به دمای نانوکلوین سرد کنیم سرعت متوسط اتم ها تا چه حد پایین می آید؟

چهار– فرکانس یک فوتون نور مرئی، هرگاه که تنها یک متر از سطح زمین به طرف بالا حرکت کند چقدر تغییر می کند؟ برای پاسخ به این سوال تنها می بایست از اصل هم ارزی نسبیت عمومی استفاده کنید و نیازی نیست که نظریه نسبیت عمومی بدانید. با این اوصاف حساب کنید که اگر از اندازه گیری فرکانس این فوتون ها برای اندازه گیری زمان استفاده کنیم ، در اثر بالا رفتن به اندازه یک متر چه مقدار در ساعت دقیق ما اختلاف پدید می آید؟