

تمرین سری دهم درس مکانیک کوانتومی

دانشکده فیزیک – دانشگاه صنعتی شریف

موعد تحویل: ۳ آبان ماه ۱۳۸۶

۱ – با استفاده از ضرب توابع مولد $g(x, t)$ و $g(x, -t)$ نشان دهید که

$$1 = [J_0(x)]^2 + 2[J_1(x)]^2 + 2[J_2(x)]^2 + 2[J_3(x)]^2 + \dots \quad (1)$$

بنابراین نتیجه بگیرید که

$$|J_0(x)| \leq 1, \quad |J_n(x)| \leq 1/\sqrt{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

۲ – ب استفاده از تابع مولد اتحاد های زیر را در مورد توابع بسط نشان دهید:

$$\begin{aligned} J_n(x+y) &= \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_s(x)J_{n-s}(y), \\ J_0(x+y) &= J_0(x)J_0(y) + 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_n(x)J_{-n}(y). \end{aligned} \quad (3)$$

۳ – اتحاد زیر را نشان دهید:

$$e^{ix \cos \theta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(x) e^{im\theta}. \quad (4)$$

از این رابطه استفاده کنید و یک موج تخت را برحسب امواج دایره ای بسط دهید. (راهنمایی: تکانه موج تخت را در راستای x بگیرید. در این صورت این موج با تابع $\frac{1}{2\pi\hbar} e^{ikx}$ نشان داده می شود.)

۴ – با استفاده از تابع مولد و روابط تکراری که در درس برای توابع بسل پیدا کرده ایم نشان دهید که توابع $J_n(x)$ واقعاً در معادله دیفرانسیل بسل صدق می کنند.

۵ – از یک نرم افزار مثل *Maple* یا *Mathematica* استفاده کنید و 10° صفر اول از توابع بسل J_0 ، J_1 و J_2 را در یک جدول بنویسید.

۶ – یک الکترون که در یک لایه دوبعدی حرکت می کند، در چاه پتانسیل دایره ای بی نهایت عمیقی به شعاع 2 آنگستروم گیر افتاده است. شش تراز اول انرژی این الکترون را بر حسب الکترون ولت پیدا کنید.