

آزمایش شماره ۴

سرعت، شتاب خطی و قانون دوم نیوتن

مقدمه

حرکت امری نسبی است. برای توصیف موقعیت و وضعیت حرکت یک جسم در فضا، تعریف یک دستگاه مختصات مرجع ضروری است. موقعیت یک نقطه در هر دستگاه مختصات با تعدادی مختصه معین می شود. مثلاً در دستگاه مختصات قائم، سه عدد یا به عبارتی دیگر سه مختصه x و y و z موقعیت یک نقطه را نسبت به مبدأ اختیار شده برای سه محور متعامد دستگاه مختصات مذکور معین می کند. واضح است مختصات یک نقطه که در حال حرکت است با زمان تغییر خواهد کرد. به عبارت دیگر مختصات آن نقطه تابعی از زمان می باشد. دو کمیت برداری مهم یعنی سرعت و شتاب می توانند تا حدودی چگونگی حرکت هر نقطه از فضا را تشریح کنند.

از دیدگاه عامه ممکن است استنباط‌های مختلفی از نیرو شود. ولی در فیزیک تعریف دقیق تری مورد نیاز است. نیرو تأثیری است که محیط بر جسم وارد می کند و آن را بر حسب شتابی که جسم در آن محیط می گیرد، اندازه می گیرند.

هدف آزمایش: اندازه گیری سرعت و شتاب در حرکت بر روی خط مستقیم و مطالعه رابطه بین نیرو، شتاب و جرم (قانون دوم نیوتن).

نظریه

اگر جسمی که بر روی یک خط مستقیم حرکت می کند در لحظه t_0 در موقعیت x_0 (نسبت به مبدأ اختیار شده) باشد و در لحظه t در موقعیت x قرار گیرد، جابجایی آن $x - x_0$ خواهد بود. حال سرعت متوسط (\bar{V}) و سرعت لحظه‌ای (V) جسم به ترتیب به صورت:

$$\bar{V} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \quad (1)$$

$$V = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

تعریف می شوند. اگر آهنگ جابجایی جسم در یک بازه زمانی (\bar{V}) در هر لحظه (V) ثابت باشد در حالت $t_0 = 0$ داریم:

$$x(t) = x_0 + Vt$$

لذا در این حرکت که سرعت ثابت یا یکنواخت نامیده می شود، مکان (موقعیت) جسم به صورت خطی با زمان تغییر می کند. شتاب نیز آهنگ تغییر سرعت با زمان تعریف می شود. اگر سرعت جسم در لحظه t_0 برابر V_0 و در لحظه t برابر V باشد، شتاب متوسط (\bar{a}) و شتاب لحظه‌ای (a) جسم به ترتیب به صورت:

$$\bar{a} = \frac{V - V_0}{t - t_0} \quad (4)$$

$$a = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{V - V_0}{t - t_0} = \frac{dV}{dt} \quad (5)$$

تعریف می‌شوند.

اگر شتاب جسم ثابت باشد در حالت $t_0 = 0$ برای سرعت لحظه‌ای جسم می‌توان نوشت:

$$V(t) = at + V_0 \quad (6)$$

یعنی سرعت لحظه‌ای در حرکت شتاب ثابت تابعی خطی از زمان است از این رابطه با توجه به تعریف سرعت می‌توان تابعیت مکان (موقعیت) جسم را با زمان به صورت زیر بدست آورد:

$$x(t) = x_0 + V_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (7)$$

همچنین می‌توان معادله مستقل از زمان را برای دو لحظه متفاوت که سرعت‌های مختلفی دارند، به صورت زیر به دست آورد؛

$$2a(x_2 - x_1) = V_2^2 - V_1^2 \quad (8)$$

طبق قانون اول نیوتن، اگر به جسمی نیرو وارد نشود و یا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد، در صورتی که جسم در یک دستگاه مختصات (لخت) در حال سکون باشد، در همان دستگاه مختصات مرجع همواره به حالت سکون باقی خواهد ماند و اگر در حال حرکت باشد به حرکت خود بر روی خطی راست با سرعت ثابت ادامه خواهد داد.

قانون دوم نیوتن نیز در مورد حرکت بیان می‌کند که اگر برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر نباشد چه اتفاقی برای آن می‌افتد. طبق این قانون اگر یک نیروی خالص غیر صفر بر جسمی وارد شود، به جسم شتابی در جهت نیرو می‌دهد که اندازه آن با اندازه نیرو متناسب و با جرم جسم نسبت عکس دارد. شتاب می‌تواند ثابت و یا متغیر باشد. تابعیت شتاب یک جسم به مختصات، همان تابعیت نیرو به آن مختصه‌هاست. نیرو حداکثر می‌تواند تابعی از مختصه‌های مکان، زمان و سرعت باشد.

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{x}, t, \vec{v}) \quad \rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}(\vec{x}, t, \vec{v})}{m} = \vec{a}(\vec{x}, t, \vec{v}) \quad (8)$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

حال به یکی از آزمایش‌هایی که قانون دوم نیوتن را می‌توان از آن استنباط کرد، می‌پردازیم. جسمی را اختیار می‌کنیم و نیروی خالص و ثابت F را به آن وارد می‌کنیم، اندازه‌گیری شتاب مقدراری برابر a_1 خواهد داد. اگر همان نیرو را بر جسم دیگری وارد کنیم، شتاب آن a_2 خواهد شد. حال اگر آزمایش را با نیروی دیگری تکرار کنیم، می‌بینیم که $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a'_2}{a'_1}$ که در آن a'_1 و a'_2 شتاب دو جسم در مرحله فرضی

قبل به همان ترتیب است. برای اجسام دیگر نیز می‌توان به این نتیجه رسید.

بنابراین برای یک جسم مشخص می‌توان نوشت:

$$\vec{F} \propto \vec{a} \quad (9)$$

و لذا،

$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{F} = m_1 \vec{a}_1 = m_2 \vec{a}_2 \rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = \text{const.} \quad (10)$$

رابطه $\vec{F} = m\vec{a}$ بیان ریاضی قانون دوم نیوتن می باشد که در آن \vec{F} (بردار) برآیند نیروهای وارد بر جسمی به جرم m می باشد و \vec{a} (بردار) شتابی است که جسم در اثر نیرو پیدا می کند. اگر به جسم معیار استاندارد (واحد کیلوگرم) نیرویی وارد کنیم، بطوری که شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ پیدا کند، بزرگی این نیرو را بر حسب تعریف یک نیوتن ($1N$ در سیستم SI) انتخاب می کنیم.

مراحل انجام آزمایش

ابزار مورد نیاز:

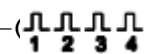
۱- ریل هوا با پایه ۲- شیر اتصال به پمپ هوا ۳- آغازگر حرکت ۴- زمان سنج الکترونیکی ۵- سنسور نوری ۶- خرطومی اتصال به پمپ هوا ۷- سره ۸- خط کش با دقت نیم میلی متر ۹- تیغه پایه دار 10 cm ، 7 cm ، 5 cm ، 2 cm (این اندازه ها تقریبی هستند و عرض قطعات را باید با خط کشی که در اختیارتان گذاشته شده است اندازه بگیرید) ۱۰- تعدادی وزنه سورخدار (50 g) ۱۱- قرقره پایه دار ۱۱- نگهدارنده وزنه ۱۲- وزنه ۱۳- نخ .

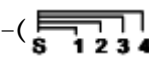
برای آشنایی اولیه با روش انجام آزمایش به سایت آزمایشگاه مراجعه نموده و مراحل انجام آزمایش را در گزارش تصویری مشاهده نمایید. <http://physics.sharif.edu/genphyslabs1/002.htm>

حرکت با سرعت ثابت

روش کار با زمان سنج:

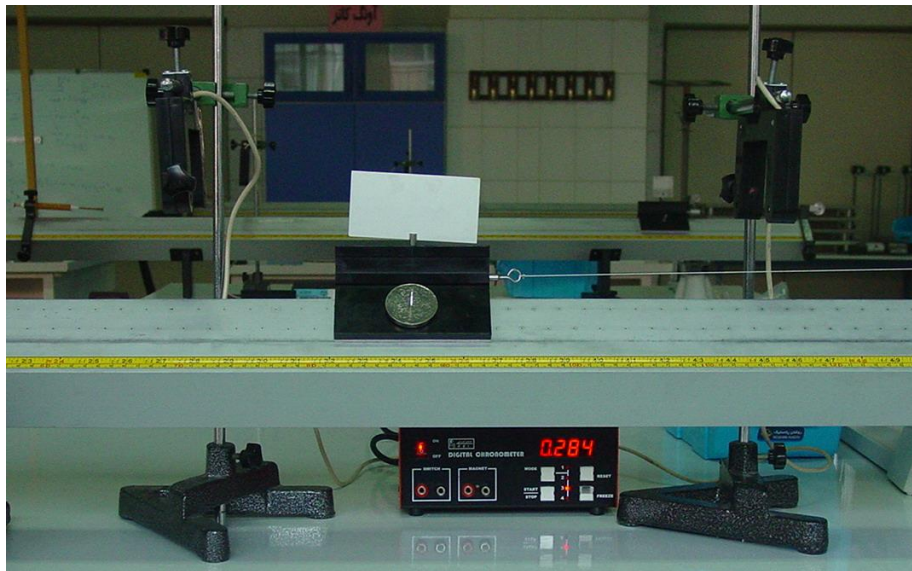
زمان سنج مورد استفاده در این آزمایش حالت های (مدهای) کاری مختلفی دارد و هر حالت وظایف مخصوصی را انجام می دهد، در این آزمایش فقط دو حالت مورد استفاده را توضیح می دهیم:

حالت ۱) - اندازه گیری زمان عبور طول تیغه از چهار سنسور نوری: در این حالت وقتی تیغه ارتباط نوری سنسور را قطع می کند زمان شروع می شود و با وصل شدن دوباره ارتباط نوری زمان متوقف می شود.

حالت ۲) - اندازه گیری زمان عبور یک جسم از تفنگ شروع کننده حرکت تا مکان چهار سنسور نوری: در این حالت با فشار دادن ضامن تفنگ فتری و ضربه به جسم و شروع حرکت زمان در هر چهار سنسور شروع می شود و با رسیدن تیغه به هر یک از سنسورها و قطع ارتباط نوری زمان آن سنسور متوقف می شود.

۱. سنسورها را به ترتیب نزدیکی به تفنگ فتری که شروع کننده حرکت می باشد، به زمان سنج متصل کنید. دستگاه زمان سنج را روشن کرده و آن را *Reset* کنید.

۲. یکی از تیغه‌های پایه‌دار را بر روی یکی از سره‌ها سوار کنید، سره را بر روی ریل قرار دهید.
۳. پمپ هوا را روشن کنید.
۴. ریل را با پیچاندن پیچ پایه‌ها، کاملاً تراز کنید. اگر ریل تراز باشد سره موجود بر روی ریل با وجود جریان هوا در ریل در هر مکانی ساکن می‌ماند.
۵. سنسور را با پایه و میله طوری آماده کنید که تیغه متصل به سره از میان دو شاخه سنسور عبور کند.
۶. دستگاه زمان‌سنج را روشن کنید و آن را *Reset* کنید.

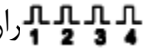


شکل ۱- شمای کلی آزمایش

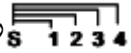


شکل ۲- نمای مقابل زمان‌سنج

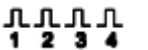
با پیچاندن پیچ‌های پایه‌های ریل هوا، آن را طوری تنظیم کنید که سره به حالت ساکن روی آن در هر نقطه دلخواه با وجود روشن بودن پمپ هوا، قرار گیرد.

تیغه ۲ سانتی‌متری را روی سره نصب کنید و زمان سنج را در **حالت ۱** () قرار دهید. سره را مقابل آغازگر حرکت (تفنگ فنی) قرار دهید و تفنگ فنی را تا انتها فشار داده و سره را در تماس با آن قرار دهید. آغازگر حرکت به سره نیرو (ضربه) وارد می‌کند و سره حرکت می‌کند. توجه کنید برآیند نیروهای وارد بر سره پس از آغاز حرکت صفر است. مدت زمان جابجایی تیغه (Δt) را یادداشت کنید، هر آزمایش را چند بار تکرار کنید.

در مراحل بعد آزمایش را برای تیغه‌های ۲، ۵ و ۱۰ سانتی‌متر تکرار و Δt را یادداشت کنید. نتایج آزمایش را در جدول ۱ ثبت کنید (این اندازه‌ها تقریبی هستند و عرض قطعات را باید با خط‌کشی که در اختیارتان گذاشته شده است اندازه بگیرید).

زمان سنج را در **حالت ۲** () قرار داده و فاصله‌های دو سنسور را به ترتیب ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ سانتی‌متر قرار دهید و برای این حالت آزمایش را تکرار کنید. در این حالت فقط تیغه ۲ سانتی‌متری را روی سره قرار دهید و اختلاف زمان‌های دو سنسور نوری ۱ و ۲ را در جدول ۲ وارد کنید.

حرکت با شتاب ثابت و قانون دوم نیوتن

دستگاه را مطابق آزمایش قبل آماده کنید و زمان‌سنج را در **حالت ۱** () قرار دهید. در این بخش از تفنگ فنی استفاده نمی‌شود. یک سر نخ را مطابق شکل ۱ به تیغه سوراخ‌دار و سر دیگر نخ را به نگهدارنده وزنه وصل کنید، طول نخ را طوری انتخاب کنید که نگهدارنده وزنه ضمن کشیدن سره از لبه میز تا کف آزمایشگاه جابه‌جا شود. وزنه شیاردار مناسب بر نگهدارنده وزنه و سره سوار کنید. تیغه ۲ سانتی‌متری را روی سره نصب کنید. سره را در نزدیکترین فاصله از سنسور نوری نگه دارید. به نحوی که بلافاصله پس از رها شدن سره، تیغه در جلوی سنسور قرار گیرد و شمارش زمان آغاز شود. پس از عبور از سنسور سره را با دست بگیرید که به مانع فرقه برخورد نکرده و نشکند. مدت زمان جابجایی تیغه (Δt) که از سنسور اول می‌خوانید را در جدول ۳ یادداشت کنید، هر آزمایش را چند بار تکرار کنید. در مراحل بعد آزمایش را برای تیغه‌های ۲، ۵ و ۱۰ سانتی‌متر تکرار و Δt را یادداشت کنید. حال به هر طرف سره یک وزنه 50 gr قرار دهید و نتایج آزمایش را در جدول ۴ وارد کنید.

جرم سره را همراه با تیغه‌های متصل به آن (M)، جرم وزنه‌های قرار داده شده روی سره (M_0)، جرم نگهدارنده وزنه (m_0) (جرمی که به سره شتاب می‌دهد) و جرم وزنه‌های قرار داده شده روی آن (m) را اندازه‌گیری و یادداشت کنید؛ بهتر است جرم شتاب دهنده کمتر از 40 gr باشد.

در مرحله بعد (جدول ۵)، تنها از تیغه با کوچکترین طول (ΔX_1) استفاده می‌کنیم و در محاسبه سرعت‌های V_1 و V_2 طول آن (ΔX_1) را در معادله محاسبه سرعت قرار می‌دهیم.

زمان سنج را در **حالت ۱)** $\frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$ ر داده و فاصله‌های دو سنسور را به ترتیب ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ سانتی‌متر قرار دهید و برای این حالت آزمایش را با شتاب ثابت و وزنه‌های مرحله‌ای اخیر (جدول ۴) تکرار کنید. زمان‌های نشان داده شده در دو سنسور ۱ و ۲ را در جدول ۵ وارد کنید.

خواسته‌ها

۱. با استفاده از جداول ۱ و ۲ نمودار، مکان - زمان متحرک را رسم کنید. و شیب نمودارها را بدست آورید، درباره مفهوم بزرگی شیب نمودار و خطای آن بحث کنید.
۲. با استفاده از جداول ۳، ۴ منحنی X بر حسب t^2 را رسم کنید. شیب نمودارها را بدست آورده، درباره شیب نمودار و خطای آن بحث کنید و با استفاده از شیب نمودار، شتاب حرکت را تعیین کنید.
۳. با استفاده از جدول ۵، منحنی X بر حسب اختلاف مجذور سرعت‌های V_1 و V_2 ($V_2^2 - V_1^2$) را رسم کنید. شیب نمودار را بدست آورده، درباره شیب نمودار و خطای آن بحث کنید و با استفاده از شیب نمودار، شتاب حرکت را تعیین کنید.
۴. می‌توان نشان داد که شتاب سیستم طبق قانون دوم نیوتن از رابطه زیر بدست می‌آید

$$a = \frac{mg}{M + M_0 + m}$$

حال با توجه به فرمول مقدار تئوری را بدست آورده و با مقدار تجربی مقایسه کنید؛ خطای نسبی چقدر است و علت خطاها را ذکر کنید.

جدول‌های آزمایش ۴
سرعت، شتاب و قانون دوم نیوتن

جدول ۱

$\Delta X (cm)$															
Δt															
$\Delta \bar{t}$															
\bar{v}															

جدول ۲

$\Delta X (cm)$	۱۵	۱۵	۱۵	۳۰	۳۰	۳۰	۴۵	۴۵	۴۵	۶۰	۶۰	۶۰	۷۵	۷۵	۷۵
Δt															
$\Delta \bar{t}$															
\bar{v}															

جدول ۳

$\Delta X (cm)$														
Δt														
$\Delta \bar{t}$														

$M_0 =$

$m =$

جدول ۴

$\Delta X (cm)$														
Δt														
$\Delta \bar{t}$														

$M + M_0 =$

$m =$

جدول ۵

$\Delta X (cm)$	۱۵	۱۵	۱۵	۳۰	۳۰	۳۰	۴۵	۴۵	۴۵	۶۰	۶۰	۶۰	۷۵	۷۵	۷۵
Δt_1															
Δt_2															
$\Delta \bar{t}_1$															
$\Delta \bar{t}_2$															
$V_1 =$ $\Delta X_1 (cm) /$ $\Delta \bar{t}_1$															
$V_2 =$ $\Delta X_1 (cm) /$ $\Delta \bar{t}_2$															

$M + M_0 =$

$m =$