

تمرین سری دوم مکانیک کوانتومی ۱

مهلت تحویل : شنبه ۶ مهر - ساعت ۱۲:۳۰ کلاس ف ۲ - و پس از آن تحویل گرفته نمی شود.
نام دستیار مربوطه را در پاسخ برگ خود حتما قید کنید .

۱ - یک اتم با ممان مغناطیسی $\vec{\mu}$ در نظر بگیرید که در میدان مغناطیسی \mathbf{B} قرار گرفته است . هامیلتونی توصیف کننده ی سیستم را بنویسید .
هرگاه این ممان مغناطیسی ناشی از چرخش اتم حول محوری باشد ، می توان نوشت: $\vec{\mu} = g\vec{S}$ که در آن \vec{S} تکانه زاویه ای ذاتی اتم است . همان طور که واضح است درجات آزادی سیستم عبارت است از مختصات مرکز جرم اتم و مولفه های تکانه ی زاویه ای . با استفاده از گروه های زیر معادله ی حرکت را بدست آورید و نشان دهید بردار ممان حرکت تقدیمی دارد .

$$\{S_m, S_n\} = \epsilon_{mnk} S_k \quad , \quad \{S_i, x_j\} = \{S_i, p_j\} = 0$$

۲ - برای متحرکی که در صفحه حرکت می کند همیلتونی به صورت زیر است :

$$H = |\mathbf{p}|^n - ar^{-n}$$

که در آن p بردار تکانه مزدوج در مختصات کارتزین است . نشان دهید که کمیت زیر از ثابت های حرکت است :

$$\frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{n} - Ht$$

۳ - (Laplace - Runge - Lenz Vector) : هامیلتونی ذره ای که در پتانسیل $\frac{k}{r}$ حرکت می کند (مثل سیستم اتم هیدروژن) را بنویسید . نشان دهید که بردار زیر یک ثابت حرکت است .

$$\mathbf{A} = \mathbf{p} \times \mathbf{L} - \frac{mkr}{r}$$

در حرکت دو ذره با نیروی مرکزی در فضای سه بعدی سه کمیت انرژی ، تکانه و تکانه ی زاویه ای پایسته اند . برای مساله ی بالا ثابت حرکت چهارم هم وجود دارد و آن بردار Laplace - Runge - Lenz هست . بنابراین مساله ی اتم هیدروژن حل شده است!

۴ - (Poisson Theorem) . : ثابت کنید گروه پواسون دو ثابت حرکت ، خود ثابت حرکت است

موفق باشید .