

آشنایی با نظریه لاندائو-گینزبورگ

وحید کریمی پور- دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف

۱۳ دی ۱۴۰۳

۱ مقدمه

برای توصیف ترمودینامیک هر سیستمی نیازمند دانستن معادله اصلی آن یا در نمایش انرژی و یا در نمایش انتروپی هستیم. چنین معادله ای یا از مجموعه ای از آزمایش ها و یا از یک نظریه میکروسکوپی مثل مکانیک آماری حاصل می شود. این نوع استخراج معادله اصلی یعنی آنتروپی بر حسب حجم و انرژی یا به طور کلی استخراج هرکدام از پتانسیل های ترمودینامیکی برای یک ماده واقعی مثل آب یا یک گاز یا یک آلیاژ بسیار دشوار است. فقط تصور کنید که در نظر گرفتن برهم کنش بین دو مولکول آب با توجه با ساختار داخلی آنها و سپس استفاده از ملاحظات آمار و احتمال برای استخراج یک پتانسیل ترمودینامیکی برای انبوهی از مولکولهای آب تا چه اندازه می تواند دشوار باشد. با این وجود می توان با تکیه بر ملاحظاتی کلی شکل کلی تابع گیبس را به دست آورد. این شکل از تابع گیبس یا تابع انرژی آزاد طبیعتاً نتایج کیفی و نیمه کمی خوبی به دست می دهد. این که از کدام یک از پتانسیل های ترمودینامیکی استفاده کنیم بستگی به شرایط خارجی دارد و این که سیستم در تماس با چه نوع منبعی است. اگر گذار فاز مورد نظر ما در دما و فشار معین رخ دهد، آنگاه از پتانسیل گیبس استفاده می کنیم. می دانیم که در این شرایط نقطه تعادل نقطه ای است که تابع گیبس به کمترین مقدار خود برسد. تابع گیبس عبارت است از:

$$G = G(T, P, N_l, N_v) \quad (1)$$

که در آن N_l و N_v به ترتیب تعداد مولهای ماده در فاز مایع و فاز بخار است. با داشتن این معادله اصلی می توانیم بنویسیم:

$$dG = -SdT + VdP + \mu_l dN_l + \mu_v dN_v \quad (2)$$

در فشار و دمای ثابت داریم:

$$dG = \mu_l dN_l + \mu_v dN_v \quad (3)$$

از آنجا که $N_l + N_v$ مقدارش ثابت است، داریم:

$$dG = (\mu_l - \mu_v) dN_l. \quad (4)$$

شرط می نیم بودن تابع گیبس این است که داشته باشیم

$$\mu_l = \mu_v. \quad (5)$$

از آنجا که تعداد مولهای کل ماده ثابت است می توانیم به جای N_l و N_v از درصد مول های ماده در دو فاز مایع و بخار یعنی $x_l = \frac{N_l}{N}$ و

$$x_v = \frac{N_v}{N} = 1 - x_l \quad \text{استفاده کنیم و بنویسیم:}$$

$$G = Ng(T, P, x_l). \quad (6)$$

در نقطه تعادل داریم

$$\mu_l(T, P, x_l) = \mu_v(T, P, x_l). \quad (7)$$

علی الاصول با داشتن فشار و دما می توانیم این معادله را حل کنیم و آنتروپی مولی، حجم مولی و هم چنین درصد مول های آب و بخار را بدست آوریم. البته برای سادگی فرض کردیم که ماده در همین دو فاز مایع و بخار قرار دارد. در واقع می توانیم فاز جامد را نیز در نظر بگیریم که در این صورت یک متغیر x_s به مجموعه متغیرها اضافه خواهد شد ولی در عین حال یک معادله نیز به معادلات تعادل اضافه می شود که مربوط به مساوی بودن پتانسیل های شیمیایی جامد و مایع است و هم چنان علی الاصول می توان معادلات را حل کرد. در ادامه این درس هم چنان به مسئله گذار فاز مایع و بخار باز می گردیم.

حال مسئله اصلی که با آن مواجه هستیم این است که پتانسیل گیبس چه شکلی دارد؟ در واقع اگر پتانسیل گیبس را بدانیم یعنی شکل تابع

$G(T, P, N_l, N_v)$ را بلد باشیم می توانیم پتانسیل های شیمیایی μ_l و μ_v را به صورت زیر بدست آوریم

$$\mu_l = \left(\frac{\partial G}{\partial N_l} \right)_{T, P, N_v}, \quad \mu_v = \left(\frac{\partial G}{\partial N_v} \right)_{T, P, N_l}, \quad (8)$$

و با مساوی قرار دادن آنها به همان معادله (۷) برسیم که درصد مولی بخار و آب را بدست خواهد داد. به دست آوردن چنین معادله ای از یک نظریه میکروسکوپی علی القاعده کار خیلی سختی است. بنابراین می بایست تنها با استفاده از ملاحظات کلی و پدیدارشناسانه شکل این معادله را حدس زد. در چنین روشی طبیعی است که حاصل کار ما حداکثر نتایج کیفی به بار خواهد آورد و پارامترهای آزادی را هم که در شکل رابطه انرژی فرض می کنیم نخواهیم توانست تعیین کنیم بلکه تعیین آنها را می بایست به آزمایش واگذار کنیم. نخستین بار لاندائو و گینزبورگ چنین نظریه پدیدارشناسانه ای برای مطالعه گذار فاز ارائه کرده اند که تا کنون اعتبار خود را برای توصیف مجموعه بزرگی از گذار فازها حفظ کرده است. ایده اساسی در این نظریه مبتنی بر پیشنهاد یک تابع کلی برای پتانسیل گیبس (وقتی که دما و فشار خارجی ثابت هستند) یا پتانسیل هلمهولتز (برای وقتی که دما و حجم سیستم ثابت هستند) است. برای مشخص بودن بیابید فرض کنیم که دما و فشار خارجی ثابت هستند و بنابراین سیستم حالتی را به عنوان حالت تعادل اختیار می کند که تابع گیبس در آن به می نیم مقدار خود برسد. تابع گیبس را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$G = Ng(T, P, x_l). \quad (9)$$

فشار و دمای خارجی ثابت هستند. پارامتر x_l که نوع فاز را مشخص می کند، در نظریه لاندائو-گینزبورگ پارامتر نظم^۱ خوانده می شود. در هر دما و فشار مشخص نقطه می نیم تابع گیبس تعیین می کند که در چه فازی هستیم. بنابراین در فاز بخار این تابع تنها می بایست یک می نیم داشته باشد آن هم در نقطه $x_l = 0$ و در فاز مایع، بازهم تابع می بایست تنها یک می نیم داشته باشد، این بار در نقطه $x_l = 1$. در ناحیه همزیستی، تابع گیبس باید دو می نیم داشته باشد یکی در $x_l = 1$ و دیگری در $x_l = 0$.

■ **یک سوال مهم:** در این جا یک سوال مهم پیش می آید. ممکن است خواننده سوال کند چرا در ناحیه همزیستی بازهم یک می نیم در نقطه ای بین $x_l = 0$ و $x_l = 1$ نداریم. آیا بهتر نیست که وقتی در شکل (۱) در امتداد یک خط دمای ثابت وارد ناحیه همزیستی بخار و مایع می شویم، این نقطه می نیم هم چنان یک نقطه باقی بماند ولی به تدریج از $x_l = 0$ به سوی $x_l = 1$ میل کند؟ پاسخ اش این است که در ناحیه همزیستی واقعا حباب های کاملاً بخار درون زمینه مایع یا قطره های مایع در زمینه بخار وجود دارند یعنی ماده دایما در حال افت و خیز است بین این دو فاز کامل است. بنابراین شکل درست برای تابع گیبس شکلی است که دارای دو می نیم جداگانه است که با یک سد پتانسیل از هم جدا شده اند. ارتفاع این سد تعیین می کند که افت و خیزها بیشتر به سود کدام فاز هستند. در طول یک خط همزیستی که پیش می رویم آنچه که تغییر می کند ارتفاع این سد است. شکل (۱) به صورت کیفی نشان می دهند که تابع گیبس در نواحی مختلف به چه صورتی است.

■ **a:** تابع گیبس دارای یک می نیم در نقطه $x_l = 0$ است و تماماً در فاز بخار است. ارتفاع سد پتانسیل به حدی است که افت و

^۱Order Parameter

خیزها آنقدر نیستند که قسمتی از ماده را از فاز بخار خارج کنند و به فاز مایع در آورند. بنابراین همه ماده به صورت بخار است.

■ **b:** تابع گیبس دو مینیم دارد که می نیمم اصلی بازهم در $x_l = 0$ است اما سد پتانسیل کم است به طوری که افت و خیزها می توانند قسمتی از ماده را از فاز بخار خارج کنند و به فاز مایع در آورند. در نتیجه در فضای بخار این جا و آنجا قطره های مایع تشکیل می شود. هر چه به در امتداد خط دمای ثابت پیش می رویم می نیمم ها با هم برابر می شوند اما سد پتانسیل هم چنان باقی می ماند و از ارتفاع آن کاسته نمی شود. در نقطه **c** می نیمم اصلی در نقطه $x_l = 1$ قرار دارد و در زمینه مایع اینجا و آنجا حباب های گاز پیدا می شود.

■ **d:** تابع گیبس یک مینیم دارد که در نقطه $x_l = 1$ قرار دارد و ماده کاملاً در فاز مایع قرار دارد. بازهم ارتفاع سد پتانسیل به حدی زیاد است که هیچ حباب بخاری تشکیل نمی شود.

■ **e → f:** هر چه که دما زیاد تر می شود ارتفاع سد پتانسیل کم تر و کم تر می شود و افت و خیزها موجب پیدایش تعداد هر چه بیشتری از حباب های کوچک و بزرگ در کنار قطرات مایعی از اندازه های کوچک و بزرگ می شوند. هر چه دما را بالاتر می بریم گستره اندازه این حباب ها و هم چنین اندازه قطره های مایع بزرگ تر می شود. در واقع در درون یک قطره بزرگ مایع بازهم حباب های بخار و درون آن حباب ها قطرات مایع دیده می شود و همین طور تا آخر طوری که ساختار ماده یک نوع تقارن مقیاس پیدا می کند یعنی هر تکه کوچک آن شبیه به تمام آن است. این تقارن مقیاس وقتی به دمای T_c که آن را دمای بحرانی می نامیم می رسیم، کامل می شود. در این نقطه اگر به مایع نگاه کنیم آن را شفاف نمی بینیم بلکه یک ساختار شیری رنگ پیدا می کند، دلیل این حالت نیز این است که قطرات و حباب ها از هر اندازه ای در ماده وجود دارند و نور تابیده شده از هر طول موجی را پراکنده می کنند. به این حالت کدر شدن بحرانی^۲ می گویند.

■ **g, h:** بالاتر از این دمای بحرانی تابع گیبس فقط یک می نیمم دارد ولی می نیمم آن دیگر در دو نقطه یک یا صفر نیست بلکه بین این دو است. به عبارت دیگر تنها با یک فاز سروکار داریم که نه بخار است و نه آب بلکه آن را فاز گازی می نامیم. این نقطه البته به صورت پیوسته می تواند با تغییر حجم یا دما تغییر کند. بنابراین می توان با تغییر پارامترهای خارجی مثل دما و فشار یا حجم کاری کرد که بخار بدون اینکه از ناحیه همزیستی بخار و مایع تغییر کند، این ناحیه را دور بزند و به مایع تبدیل شود.

آیا می توان یک شکل تحلیلی ساده برای تابع گیبس نوشته طوری که با تغییر پارامترهای آن به صورت هر کدام از توابع نشان داده شده در شکل (۱) درآید؟ بیایید این سوال را بررسی کنیم. به شکل (۱) نگاه می کنیم. مسلم است که تابعی از نوع g یک سهمی است. اگر روی خط وسط این شکل و فقط به توابع متقارن فکر کنیم می توانیم تابعی به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$g(x) = ax^2 + bx^4, \quad b > 0, \quad (10)$$

که در آن a و b به دما و احیانا به فشار بستگی دارند ولی در اینجا بستگی آنها به دما برای ما اهمیت خیلی بیشتری دارند. ما بستگی دقیق این پارامترها را به دما و فشار نمی دانیم اما می دانیم که هرچه که هست بستگی آنها باید به گونه ای باشد که وقتی $T > T_c$ است این تابع فقط یک می نیم و وقتی که $T < T_c$ است این تابع دو می نیم مجزا داشته باشد. بنابراین می توانیم بنویسیم

$$a(T) = a_0(T - T_c) \quad (11)$$

که در آن a_0 یک مقدار ثابت مثبت است. در واقع می توان حتی فرض کرد که این رابطه بسط تابع $a(T)$ حول $T = T_c$ است، یعنی فرض کرده ایم که تابع $a(T)$ در نقطه $T = T_c$ صفر است. بدون محاسبه و با مطالعه رفتار تابع های درجه دو و درجه چهاری که در این عبارت وجود دارد هم می توان فهمید که وقتی a مثبت است یعنی وقتی که $T > T_c$ است تابع $g(x)$ یک می نیم دارد و وقتی $a < 0$ است این تابع دو می نیم متقارن دارد. به صورت کمی می توانیم می نیم را پیدا کنیم: مکان این می نیم عبارت است از:

$$x_m = 0, \quad x'_m = \pm \sqrt{\frac{-a}{2b}} = \pm \sqrt{\frac{-a_0(T - T_c)}{2b}} \quad (12)$$

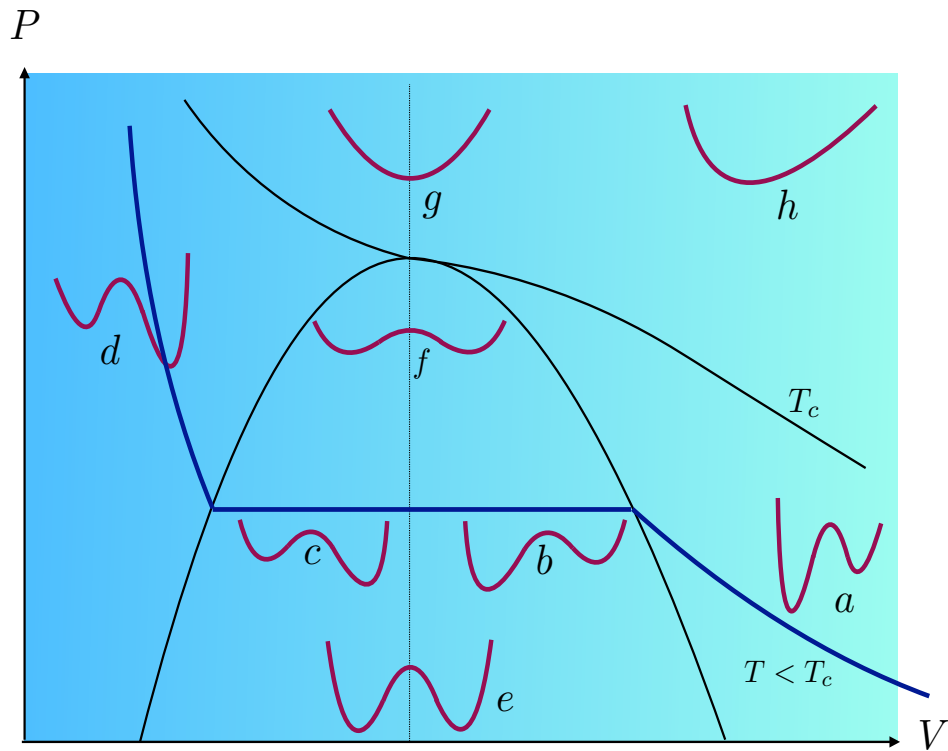
این رابطه نشان می دهد که هرگاه $T > T_c$ باشد تابع گیبس تنها در نقطه صفر دارای یک می نیم است و هرگاه دما از دمای نقطه بحرانی کمتر باشد، تابع گیبس دو می نیم مجزا دارد. می توانیم ارتفاع سد پتانسیل را نیز حساب کنیم. این سد برابر است با:

$$\Delta g = g(0) - g(x'_m) = \frac{a^2}{4b} = \frac{a_0^2(T - T_c)^2}{4b}. \quad (13)$$

این رابطه نشان می دهد که هرچقدر که به نقطه بحرانی نزدیک تر می شویم، ارتفاع سد پتانسیل کمتر شده و سرانجام در آن نقطه از بین می رود. بدیهی است که تابع گیبسی که بخواهد حالت های تعادل دیگر را روی دیاگرام فاز شکل (۱) نشان دهد، می بایست یک تابع نامتقارن باشد. با اضافه کردن یک جمله درجه یک می توان چنین تابعی را نشان داد. بنابراین می نویسیم:

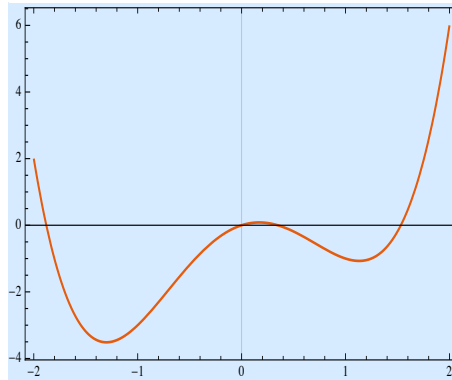
$$g(x) = cx + ax^2 + bx^4 \quad (14)$$

که بازهم ضرایب a , b و c توابعی از دما و فشار هستند که رفتار کلی آنها برایمان مهم است. در این جا نمی خواهیم به صورت دقیق نظریه لاندائو-گینزبورگ را شرح دهیم، هدف ما تنها این بوده است که نشان دهیم در هر نوع گذار فازی می توان نخست پارامتر نظم را تشخیص داد،

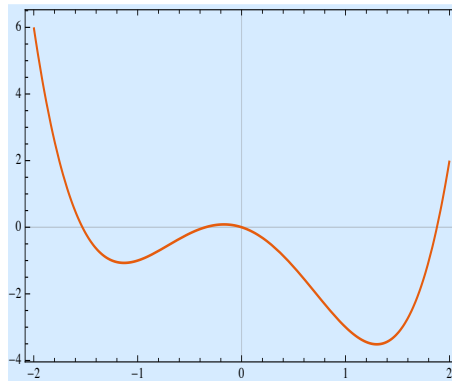


شکل ۱: تابع گیبس در نقاط مختلف دیاگرام فاز PV.

سپس با توجه به اصول کلی تقارنی و هم چنین شهود فیزیکی یک شکل کلی برای تابع گیبس یا تابع هلمهولتز در نظر گرفت که پارامترهای آزادی دارد و این توابع بسته به پارامترهای خارجی قابل کنترل دارند. شکل این توابع نیز لازم نیست به طور دقیق معلوم شود و اصولاً چنین چیزی نیز ممکن نیست بلکه تنها رفتار کلی آنها و به خصوص علامت آنها رفتار تابع گیبس یا تابع هلمهولتز و بخصوص می نیم های آن ها را تعیین می کنند. این مطالعه نهایتاً به تعیین کیفی دیاگرام فاز یک سیستم منتهی می شود، خواه آن سیستم یک سیستم هیدروستاتیک باشد مثل آب و بخار یا یک سیستم فرومغناطیسی. شکل های (۲) و (۴) دو نمونه از این نوع رفتار را نشان می دهند.



شکل ۲: دیاگرام یک تابع گیس اگر به صورت $g(x) = x - 3x^2 + x^4$ باشد.



شکل ۳: دیاگرام یک تابع گیس اگر به صورت $g(x) = -x - 3x^2 + x^4$ باشد.

۲ نظریه لاندائو برای گذار فاز فرومغناطیس

حال می توانیم نظریه لاندائو را برای گذار فاز فرومغناطیسی یا به طور دقیق تر گذار فاز فرومغناطیسی تک محوری^۳ به کار ببریم. این ها موادی هستند که در آنها به دلیل ساختار کریستالی شان، یک جهت مثلا جهت z بر جهت های دیگر ترجیح یافته است. در نتیجه اگر مغناطش بوجود بیاید در همان یک جهت بوجود خواهد آمد و می توانیم مغناطش را به صورت یک کمیت عددی و نه برداری نگاه کنیم. رابطه بین مغناطش کل، دما و میدان مغناطیسی خارجی همان معادله حالت این ماده است که آن را به صورت

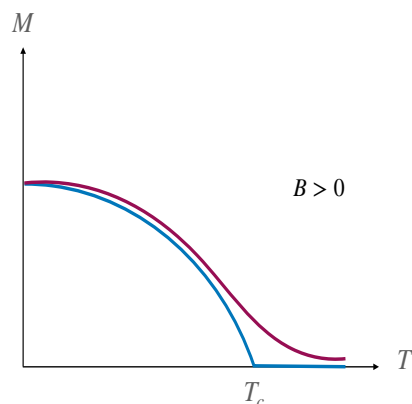
$$F(M, T, B) = 0$$

^۳Uniaxial-Ferromagnets

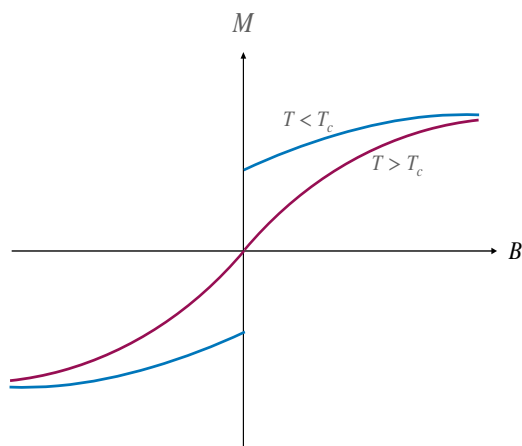


شکل ۴: دیاگرام یک تابع گیبس وقتی به صورت $g(x) = 4x + 3x^2 + x^4$ است.

نشان می دهیم که در آن B میدان مغناطیسی خارجی، M مغناطش کلی ایجاد شده در ماده و T دماست. از نظر شهودی واضح است که M رابطه ای صعودی نسبت به B و نزولی نسبت به دمای T دارد. ولی شکل دقیق این رابطه در هر ماده یک چیز است و بستگی به ساختار ماده و نوع برهم کنش اتم ها با یکدیگر و با میدان خارجی دارد. اما به همان شکل که در مورد گاز وندروالس عمل شده، در این مورد هم می توان با ملاحظات کلی و تقریبی و ساختن یک مدل، تصویری نسبتاً دقیق اما کیفی از این پدیده و گذار فاز مربوط به آن بدست آورد. برای سادگی هم فرض می کنیم که ساختار ماده چنان است که مغناطش اتم ها فقط در یک راستا قرار می گیرد (اگر چه در واقعیت می دانیم که این مغناطش یک بردار است که می تواند هر جهتی اختیار کند). پس از آموختن این مدل ساده می توان مدلی را که در آن اتم ها به صورت یک بردار سه بعدی هستند را نیز بررسی کرد. در یک دستگاه واحدهای مناسب نیز، اندازه مغناطش یک اتم را می توانیم به 1 بهنجار کنیم. فرض می کنیم که در اثر افت و خیز گرمایی، اندازه متوسط مغناطش هر اتم نه 1 است و نه -1، بلکه عددی مثل m است که مقداری بین یک و منهای یک دارد.



شکل ۵: مغناطش بر حسب دما در میدان مغناطیسی صفر. منحنی قرمز رنگ مغناطش را در دمای غیر صفر نشان می دهد.



شکل ۶: مغناطش بر حسب میدان مغناطیسی در دو دمای متفاوت. منحنی قرمز رنگ بالاتر از دمای بحرانی و منحنی آبی رنگ پایین تر از دمای بحرانی است.

حال می توانیم انرژی مغناطیسی هر اتم را (یا به عبارت دیگر انرژی کل بر واحد هر اتم) را به صورت سرانگشتی بنویسیم. اگر ساختار ماده چنان باشد که هر اتم z تا همسایه داشته باشد، در اثر برهم کنش هر اتم با همسایه هایش و هم چنین برهم کنش آن با میدان مغناطیسی خارجی، سهم اش در انرژی کل برابر می شود با

$$u = -\frac{1}{2}Jzm^2 - Bm \quad (15)$$

که در آن J شدت برهم کنش بین گشتاورهای مغناطیسی اتم ها را نشان می دهد. از برهم کنش اتم هایی که همسایه نیستند نیز صرف نظر کرده ایم. اینکه انتروپی چه رابطه ای با دیگر مختصات مثل u یا m دارد، از ملاحظات میکروسکوپی و مکانیک آماری بدست می آید. اما هر چه که هست می دانیم که انتروپی اولاً یک تابع پیوسته و مشتق پذیر از m است و هم چنین از آنجا که نشانگر مقدار بی نظمی موجود در ماده مغناطیسی است، می بایست نسبت به جهت m بی تفاوت باشد. به این ترتیب می توانیم انتروپی را در یک دستگاه واحدهای مناسب، بر حسب توانهای زوج m بسط دهیم و بنویسیم :

$$s = s_0 - \left(\frac{1}{2}m^2 + bm^4\right) \quad (۱۶)$$

که در آن b یک ثابت مثبت است. دلیل مثبت بودن اش همین است که آنتروپی همواره مثبت باقی بماند. به این ترتیب تابع انرژی هلمهولتز برحسب مول یعنی $f = u - Ts$ به صورت زیر در می آید:

$$f(B, m, T) = \frac{1}{2}(T - Jz)m^2 - Bm + Tbm^4 \quad (۱۷)$$

دقت کنید که B میدان مغناطیسی خارجی است و یک متغیر ترمودینامیکی نیست. متغیرهای ترمودینامیکی فقط دما و مغناطش هستند، ولی برای وضوح میدان مغناطیسی را نیز به عنوان پارامتری از تابع انرژی هلمهولتز می نویسیم. می توانیم با تعریف $Jz := T_c$ این رابطه را به صورت زیر بنویسیم:

$$f(B, m, T) = \frac{1}{2}(T - T_c)m^2 - Bm + bTm^4 \quad (۱۸)$$

می دانیم که در یک دمای ثابت حالت تعادل یک سیستم حالتی است که در آن پتانسیل هلمهولتز مقدار کمینه خود را انتخاب می کند. به عبارت دیگر معادله حالت از رابطه

$$\left(\frac{\partial f}{\partial m}\right)_T = 0 \quad (۱۹)$$

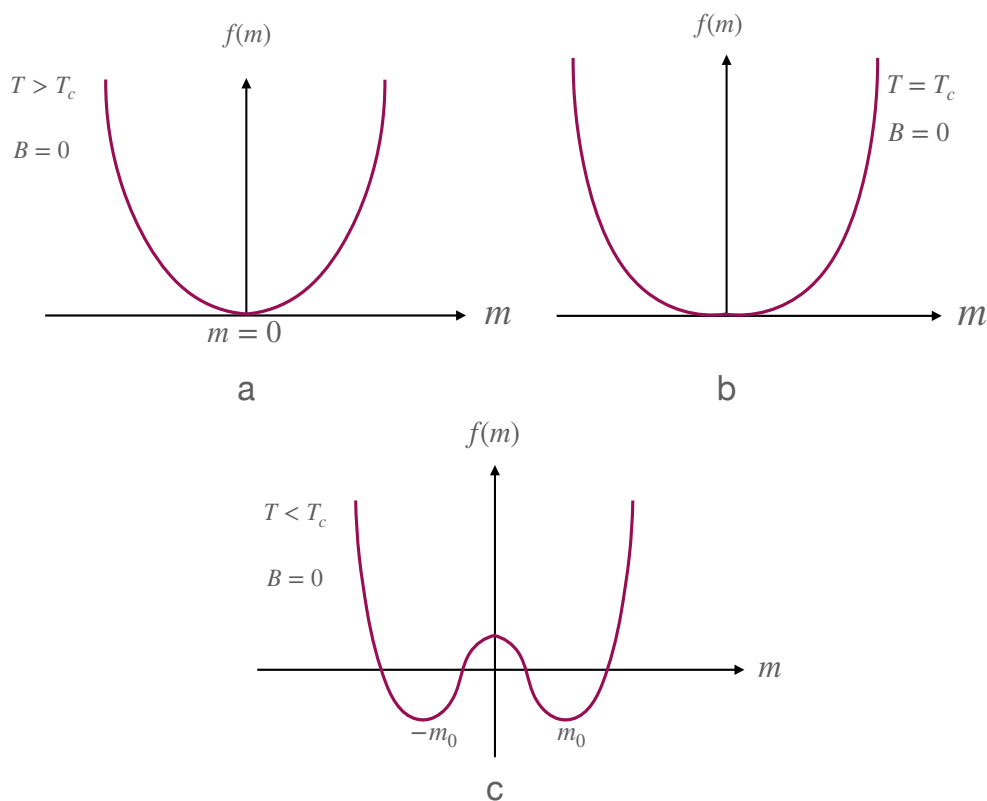
بدست می آید که چنین است:

$$B = (T - T_c)m + 4bTm^3 \quad (۲۰)$$

حال می توانیم اطلاعات باارزشی در باره این ماده مغناطیسی و مقدار مغناطش ایجاد شده در آن بدست آوریم. نخست به وضعیتی نگاه می کنیم که میدان مغناطیسی خارجی برابر با صفر است. در این صورت پتانسیل هلمهولتز برابر است با:

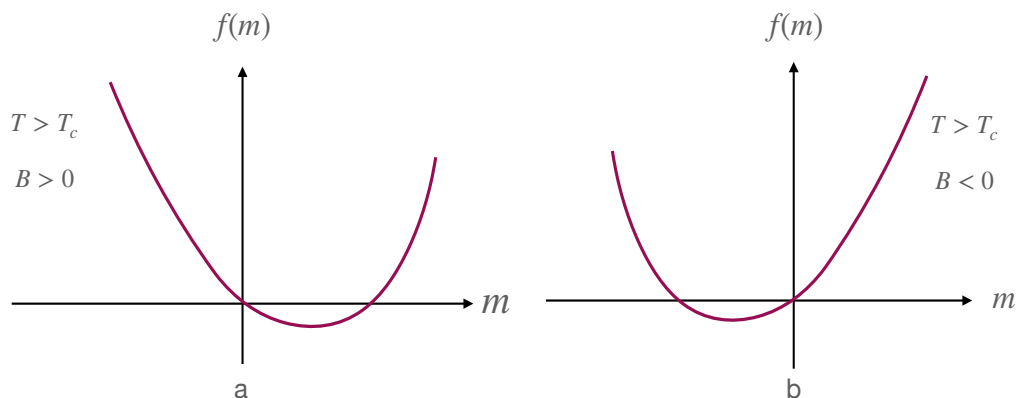
$$f(B = 0, m, T) = \frac{1}{2}(T - T_c)m^2 + bTm^4 \quad (۲۱)$$

شکل (۷) وضعیت های متفاوت این تابع را در دماهای مختلف نشان می دهد.



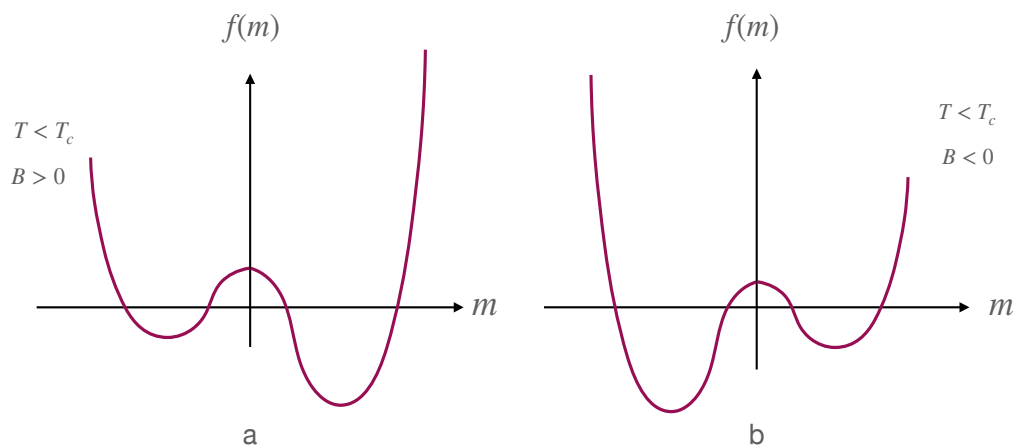
شکل ۷: تابع انرژی آزاد بر حسب مغناطش وقتی که میدان مغناطیسی صفر است. در دیاگرام a دما بالاتر از دمای T_c است و نقطه می نیمم در $m = 0$ است. بنابراین هیچ نوع مغناطش خود بخودی وجود ندارد. در $T = T_c$ (شکل b) و در دیاگرام b ، نقطه می نیمم این تابع پهن شده و مشتق دوم و سوم آن نیز صفر هستند. در چنین وضعیتی مغناطش هر مقداری را در اطراف صفر اختیار می کند و سیستم دچار افت و خیزهای خیلی بزرگ می شود. در شکل c دما از T_c کمتر شده و دو نقطه کمینه متقارن وجود دارد. سیستم می تواند هر کدام از این دو نقطه می نیمم یعنی $m = m_0$ یا $m = -m_0$ را اختیار کند. نقطه $m = 0$ نیز نقطه ای است که در شرط $(\frac{\partial f}{\partial m})_T = 0$ صدق می کند ولی این نقطه ماکزیمم موضعی است و یک نقطه تعادل پایدار نیست. در این جا تقارنی که تا کنون نسبت به m وجود داشت از بین رفته و شکسته شده است و افت و خیزهای سیستم آن را به درون یکی از این می نیمم ها رانده است. افت و خیزهای حول این می نیمم قادر نیستند که آن را از ته این دره بیرون آورند، بخصوص وقتی که دما خیلی پایین تر از T_c است.

(۸) نیز تابع انرژی آزاد را برای وقتی نشان می دهد که میدان مغناطیسی خارجی صفر ولی دما بیشتر از دمای بحرانی یعنی T_c است.

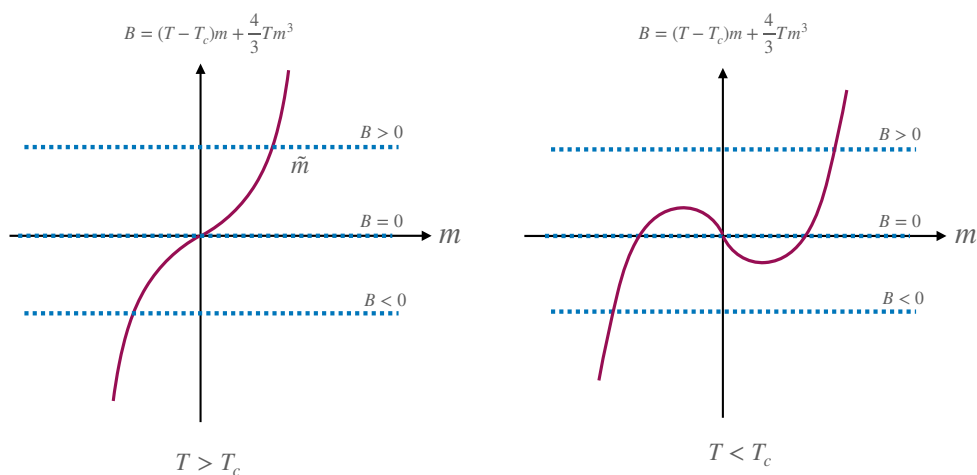


شکل ۸: تابع انرژی آزاد بر حسب مغناطش وقتی که میدان مغناطیسی غیر صفر ولی دما بیشتر از دمای بحرانی است. در این دما تابع انرژی آزاد تنها یک نقطه کمینه دارد و همان نقطه کمینه مقدار مغناطش را در میدان مغناطیسی خارجی تعیین می کند. جهت مغناطش همان همانطور که انتظار داریم منطبق با جهت میدان مغناطیسی است.

شکل



شکل ۹: تابع انرژی آزاد بر حسب مغناطش وقتی که میدان مغناطیسی غیر صفر ولی دما کمتر از دمای بحرانی است. در دمای کمتر از دمای بحرانی، تابع انرژی آزاد دو نقطه کمینه دارد. از آنجا که میدان مغناطیسی صفر نیست، از این دو نقطه کمینه یکی کمتر از دیگری است که همان نقطه مقدار مغناطش را تعیین می کند. جهت مغناطش نیز با میدان مغناطیسی یکسان است.



شکل ۱۰: در یک میدان مغناطیسی و یک دمای معین مقدار مغناطش از حل معادله حالت یعنی $B = \frac{1}{2}(T - T_c)m^2 + bTm^4$ پیدا می شود.

نفوذ پذیری مغناطیسی بنا بر تعریف میزان تاثیر پذیری مغناطش نسبت به تغییرات دماست. این کمیت به صورت زیر تعریف می شود:

$$\chi := \left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_T \quad (22)$$

می خواهیم نفوذپذیری مغناطیسی را در میدان مغناطیسی صفر، هم در بالای نقطه بحرانی و هم در پایین آن حساب کنیم. با مشتق گرفتن نسبت به B از رابطه (۲۰) بدست می آوریم:

$$1 = (T - T_c)\chi^{-1} + 12bTm^2\chi^{-1} \quad (23)$$

و در نتیجه

$$\chi = \frac{1}{T - T_c + 12bm^2T}. \quad (24)$$

بالتر از نقطه بحرانی، یعنی $T > T_c$ می دانیم که $m = 0$ است. در نتیجه داریم

$$\chi = \frac{1}{T - T_c}, \quad T > T_c. \quad (25)$$

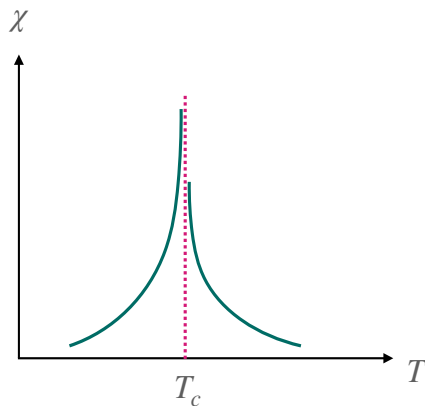
پایین تر از نقطه بحرانی، از معادله حالت (۲۰) می دانیم که $m = 0$ در بالاتر از نقطه بحرانی می دانیم که $m = 0$ است.

$$m^2 = \frac{(T_c - T)}{4bT}. \quad (26)$$

در نتیجه با جایگذاری این رابطه در (۲۴) بدست می آوریم $\chi = \frac{1}{2(T_c - T)}$. به این ترتیب بدست می آوریم که نفوذپذیری مغناطیسی در نزدیکی نقطه بحرانی واگرا می شود و به سمت بی نهایت میل می کند. واگرایی همواره متناسب با $\frac{1}{|T - T_c|}$ است، اما با دو ضریب متفاوت.

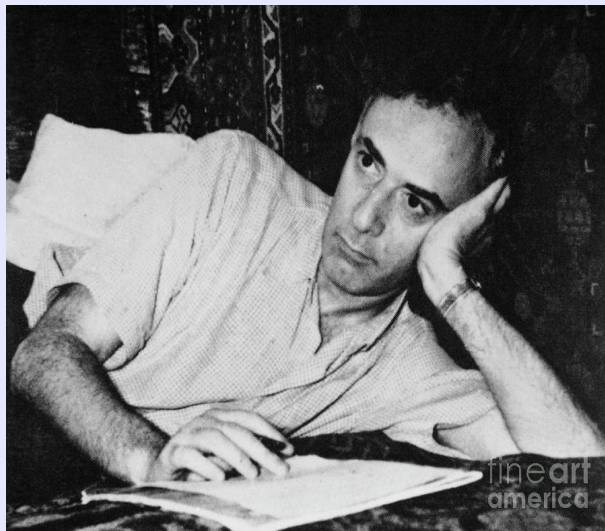
$$\chi = \begin{cases} \frac{1}{T - T_c} & T > T_c \\ \frac{1}{2(T_c - T)} & T < T_c \end{cases} \quad (27)$$

رفتار نفوذپذیری مغناطیسی در شکل (۱۱) نشان داده شده است.



شکل ۱۱: یک نمونه از واگرایی در نقطه بحرانی. نفوذپذیری مغناطیسی در نزدیکی نقطه بحرانی به سمت بی نهایت میل می کند. در دو طرف نقطه بحرانی، میزان واگرایی اندکی متفاوت است.

■ **چکیده نظریه لاندائو-گینزبورگ:** نخست با توجه به شهودی که از یک پدیده گذار فاز داریم (تبخیر، تغییر شکل کریستالی یخ، مغناطش خود بخود در فرومغناطیس، ابرسانایی یا ابرشارگی و نظایر آن)، پارامتر نظم مربوط به آن پدیده را تعیین می کنیم. این پارامتر نظم می تواند یک یا چند متغیر باشد، می تواند یک کمیت عددی مثل تفاوت دوچگالی در تبخیر، یا یک بردار در پیدایش مغناطش خود بخود یا چیزی پیچیده تر از آن باشد. سپس با توجه به ویژگی های فیزیکی و تقارنی که از پدیده می شناسیم شکل کلی تابع گیبس یا تابع هلمهولتز را که با این ویژگی ها سازگار باشند می نویسیم. این شکل کلی دارای پارامترهای یا توابع قابل تنظیمی است که به ما اجازه می دهد به صورت کیفی یا نیمه کمی اطلاعات قابل توجهی را در باره آن گذار فاز بخصوص کسب کنیم.



شکل ۱۲: لو داویدویچ لاندائو (۱۹۰۸-۱۹۶۸) (Lev Davidovich Landau)

لاندائو فیزیکدان متولد آذربایجان در روسیه، یکی از آخرین فیزیکدانان یونیورسال در قرن بیستم است، یعنی فیزیکدانانی که در همه عرصه های فیزیک کارهای بزرگ و درخشان انجام داده اند. وی مستقل از جان فون نویمان، صورت بندی ماتریس چگالی در مکانیک کوانتومی را کشف کرد. ابداع نظریه کوانتومی دیامغناطیس، نظریه ابرشارگی، نظریه گذارهای مرتبه دو، نظریه لاندائو-گینزبورگ، مایعات فرمی و توصیف میرایی لاندائو^۳ در فیزیک پلازما، قطب های لاندائو^۴ در الکترودینامیک کوانتومی، نظریه دو مولفه ای نوترینوها در ذرات بنیادی، و بالاخره معادله لاندائو برای ماتریس پراکندگی، بخشی از کارهای پیشتازانه او هستند. لاندائو به خاطر کار مهم اش در توصیف ابرشارگی به سال ۱۹۶۲، جایزه نوبل در فیزیک را دریافت کرد، اگرچه به خاطر جراحات متعددی که از تصادف اتومبیل در همان سال داشت، نتوانست شخصا برای دریافت جایزه حاضر شود. او شش سال بعد در اثر همان جراحات در گذشت.

علاوه بر پژوهش های بزرگ، لاندائو هم چنین به عنوان یک معلم بزرگ فیزیک در روسیه و تمام دنیا شناخته می شود. او به همراه یوگنی لیفشتیز^۵ کتابی ده جلدی به نام دوره فیزیک نظری^۶ را نوشت که دوره ای پیشرفته و شامل همه فیزیک نظری کلاسیک و مدرن است. علاوه بر این او آزموننی از یک دوره کامل فیزیک نظری طراحی به نام «می نیمم تئوریک»^۷ طراحی کرد که در فاصله سی و هفته ساله ۱۹۳۴ تا ۱۹۶۱، تنها ۴۳ نفر از آن فارغ التحصیل شدند، اما همه آنهايي که این آزمون را گذراندند، بعدها از فیزیکدانان بزرگ جهان

شدند. لاندائو خود همواره از نیلز بوهر به عنوان معلم اش یاد می کرد اگرچه تنها دوره کوتاهی را در موسسه بوهر در دانمارک سپری کرده

بود.

Landau Damping⁷

Landau Poles⁸

Yevgeny Lifshitz⁹

Course of Theoretical Physics⁹

Theoretical Minimum⁹